

Esercizi

• Fornire un esempio di :

- una funzione integrabile su $[0,1]$ monotona con infiniti punti di discontinuità
- una funzione integrabile su $[0,1]$ non monotona con infiniti punti di discontinuità
- una funzione integrabile su $[0,1]$ non primitivabile
- una funzione primitivabile su $[0,1]$ non integrabile

• Calcolare :

a) $\iint_R (x+y)^2 dx dy, \quad R = [0,1] \times [1,3]$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x+y) dx \right) dy$

c) $\iint_R y e^{xy} dx dy, \quad R = [0,1] \times [1,2]$

d) $\iint_R \sqrt{|y-x^2|} dx dy, \quad R = [0,1]^2$

e) $\int_0^1 \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos(xy) dx \right) dy$

f) $\iint_R y^{-3} e^{xy^{-1}} dx dy, \quad R = [0,1] \times [1,3]$

g) baricentro e momenti d'inerzia rispetto agli assi coordinati di una lamina piana posta su $R = [1,2] \times [0,2]$ e avente densità di massa $\mu(x,y) = xy$.

g) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x} (e^{-\alpha x} - e^{-\beta x}) dx, \quad \text{con } \alpha < \beta$.

h) $\iiint_R x(y^2 + z^3) dx dy dz, \quad R = [0,1] \times [0,2] \times [0,3]$

i) momenti d'inerzia rispetto agli assi coordinati di un mattone rettangolare avente densità di massa $\mu(x,y,z) = \mu > 0$, centrato nell'origine e con spigoli di lunghezza $2a > 2b > 2c > 0$.