

## ESERCIZI DI GEOMETRIA 2 - FOGLIO 1

Trieste, 14 marzo 2018

1. Sono date nel piano affine le due rette  $r$  di equazione cartesiana

$$4x - 3y + 1 = 0,$$

e  $s$  di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 3kt - 2 \\ y = 4t - 1 \end{cases},$$

dove  $k$  è un parametro. Mostrare che esiste un solo valore del parametro  $k$  per cui  $r$  e  $s$  sono parallele. Per tale valore di  $k$ , trovare la retta parallela a  $r$  e  $s$  passante per il punto  $P(12, 5)$ .

2. In  $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^2$  con riferimento affine canonico, scrivere equazioni parametriche e cartesiane del sottospazio affine passante per i tre punti  $P, Q, R$  nei due casi seguenti:

a)  $P(0, 0, 2), Q(-1, 0, 2), R(0, 2, 2)$

b)  $P(0, 0, 2), Q(0, 1, 2), R(0, 2, 2)$ .

3. Sia  $U \subset \mathbb{R}^5$  il sottospazio vettoriale generato dai vettori  $(2, 3, 1, 4, 3)$ ,  $(0, 5, 1, -1, 3)$ ,  $(4, 0, 1, 1, -2)$ . Sia  $S \subset \mathbb{A}_{\mathbb{R}}^5$  il sottospazio  $S = P + U$ , con  $P(1, 0, 1, 0, 1)$ . Scrivere equazioni cartesiane e parametriche di  $S$ .

4. Date le tre rette dello spazio affine reale  $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^3$

$$r \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}, \quad s \begin{cases} x - z = 2 \\ y = -1 \end{cases}, \quad t \begin{cases} x = 1 \\ z = -2 \end{cases},$$

dimostrare che sono a due a due sghembe. Scrivere, se possibile, equazioni della retta  $q$  passante per  $Q(-1, 2, 0)$  incidente  $r$  e  $s$ . Dimostrare che  $q$  incide anche  $t$ . È possibile determinare una retta  $t'$  tale che  $t', r, s, t$  siano a due a due sghembe? Se sì determinarne una.

5. Sia  $K = \mathbb{Z}_3$  il campo con tre elementi. Sia  $A = K^2$  con la sua struttura naturale di spazio affine. Quante sono le rette affini di  $A$ ?