

ESERCIZI DI GEOMETRIA 2 - FOGLIO 1

Trieste, 14 marzo 2018

1. Sono date nel piano affine le due rette r di equazione cartesiana

$$4x - 3y + 1 = 0,$$

e s di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 3kt - 2 \\ y = 4t - 1 \end{cases},$$

dove k è un parametro. Mostrare che esiste un solo valore del parametro k per cui r e s sono parallele. Per tale valore di k , trovare la retta parallela a r e s passante per il punto $P(12, 5)$.

2. In $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^2$ con riferimento affine canonico, scrivere equazioni parametriche e cartesiane del sottospazio affine passante per i tre punti P, Q, R nei due casi seguenti:

- a) $P(0, 0, 2), Q(-1, 0, 2), R(0, 2, 2)$
- b) $P(0, 0, 2), Q(0, 1, 2), R(0, 2, 2)$.

3. Sia $U \subset \mathbb{R}^5$ il sottospazio vettoriale generato dai vettori $(2, 3, 1, 4, 3)$, $(0, 5, 1, -1, 3)$, $(4, 0, 1, 1, -2)$. Sia $S \subset \mathbb{A}_{\mathbb{R}}^5$ il sottospazio $S = P + U$, con $P(1, 0, 1, 0, 1)$. Scrivere equazioni cartesiane e parametriche di S .

4. Date le tre rette dello spazio affine reale $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^3$

$$r \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}, \quad s \begin{cases} x - z = 2 \\ y = -1 \end{cases}, \quad t \begin{cases} x = 1 \\ z = -2 \end{cases},$$

dimostrare che sono a due a due sghembe. Scrivere, se possibile, equazioni della retta q passante per $Q(-1, 2, 0)$ incidente r e s . Dimostrare che q incide anche t . È possibile determinare una retta t' tale che t', r, s, t siano a due a due sghembe? Se sì determinarne una.

5. Sia $K = \mathbb{Z}_3$ il campo con tre elementi. Sia $A = K^2$ con la sua struttura naturale di spazio affine. Quante sono le rette affini di A ?