

# Metodo SMART

- Il metodo *Simple Multi-Attribute Rating Technique* (SMART) è un metodo di supporto basato su funzioni di valore (Edwards, 1971).
- Il metodo può strutturare gli attributi in forma gerarchica.
- Si possono separare gli attributi di tipo «costo» da quelli di tipo «beneficio».

- Per misurare le prestazioni delle alternative, si prevede
  - di impiegare un approccio “diretto” nel caso di attributi che non siano facilmente esprimibili con variabili quantitative
  - di costruire delle funzioni di valore negli altri casi.
- Consideriamo il seguente *Esempio 3*.  
Si intende introdurre in un centro radiologico un nuovo ecografo a visione volumetrica.

- Con il decisore si sono selezionati i seguenti attributi comuni a tutte le apparecchiature candidate:

CMP	Compatibilità con le attrezzature esistenti
MAT	Consumi materiali ed energia annui stimati (€)
ORG	Effetti sull'organizzazione della procedura d'analisi
RT	Riduzione stimata del tempo della fase di analisi (%)
C	Costo dell'investimento (k€)

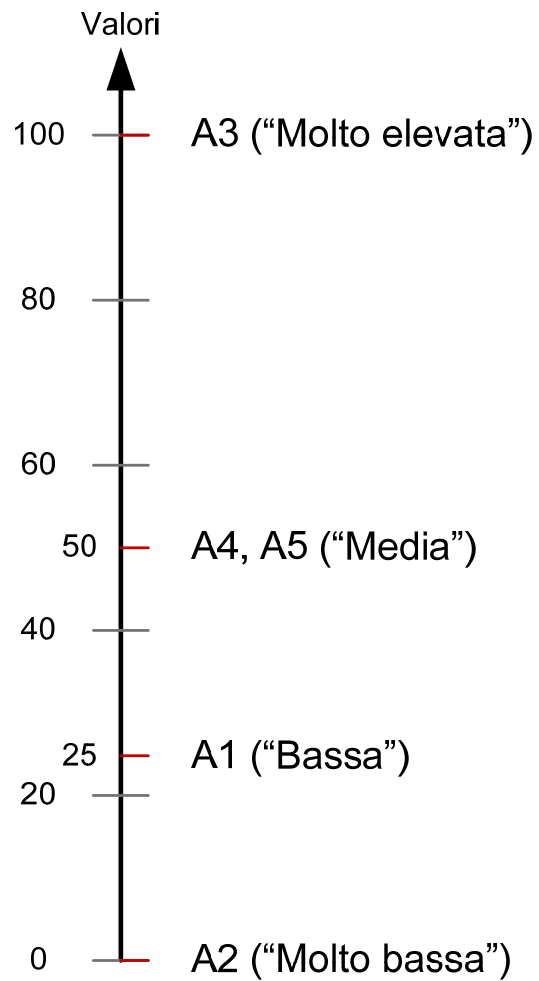
- I profili delle 5 apparecchiature alternative sono:

	CMP	MAT	ORG	RT	C
A1	Bassa	9500	Trascurabili	25%	25
A2	Molto bassa	11000	Positivi	12%	27
A3	Molto elevata	16500	Negativi	12%	27
A4	Media	7800	Trascurabili	18%	24
A5	Media	21000	Molto positivi	22%	22

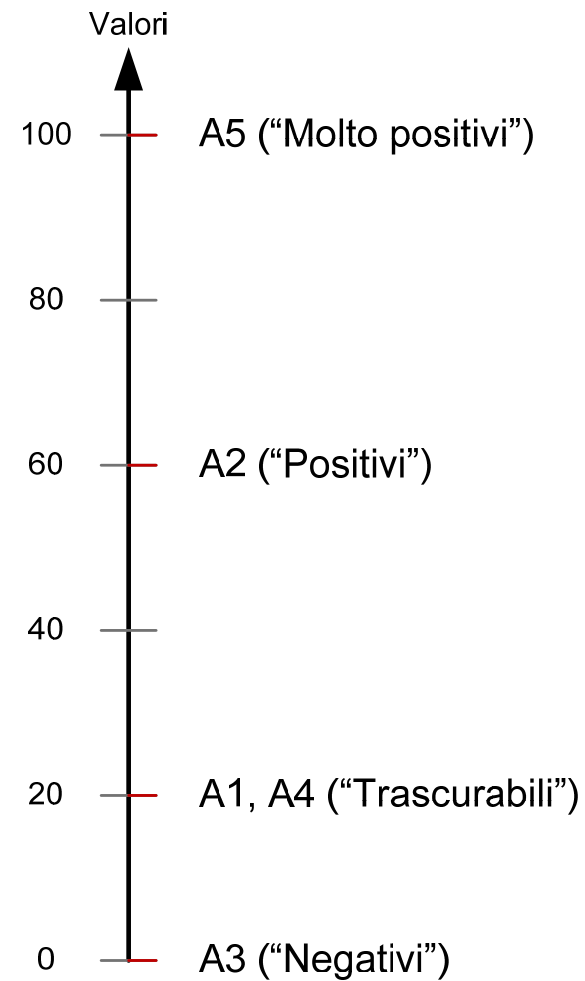
- Per assegnare i valori agli attributi CMP e ORG si utilizza l'approccio diretto.
- Ad esempio, per CMP si nota che l'alternativa migliore è A3 che ha una compatibilità «Molto elevata»: a questa prestazione si assegna il valore 100.
- La prestazione peggiore è invece quella di A2 («Molto bassa») a cui si assegna il valore 0.
- (Sono possibili altri valori estremi.)

- Si chiederà poi al decisore di esprimere giudizi del tipo:
- Considerata A2 a cui è stata assegnata, in termini di Compatibilità, la prestazione «Molto bassa» e A1 a cui è stata assegnata la prestazione «Bassa» qual è la sua percezione di un miglioramento di Compatibilità dal grado «Molto bassa» al grado «Bassa»?
- Come valuta tale miglioramento rispetto al miglioramento conseguito in termini di Compatibilità dalle alternative A4 e A5 cioè dal grado «Molto bassa» a quello «Media»?

- Interagendo con il decisore si sono ottenuti i seguenti livelli di preferenza per i criteri CMP e ORG:



CMP: Compatibilità con le attrezzature esistenti



ORG: Effetti sull'organizzazione della procedura d'analisi

# Osservazioni

- La scala esprime le preferenze del decisore per i *miglioramenti* da un grado ad un altro (intervalli): non ha significato in termini assoluti.
- Non è necessario avere *prestabilito* dei gradi da attribuire alle prestazioni della alternative: l'aspetto essenziale è valutare le alternative rispetto a un attributo confrontandole tra loro.
- I valori massimo e minimo della scala non devono necessariamente essere riscontrati nelle alternative disponibili.

- Gli attributi MAT, RT e C sono espressi in valori quantitativi.
- L'attributo Costo dell'investimento sarà esaminato separatamente.
- Si costruiscono le *funzioni di valore* per gli altri due attributi.
- Ad esempio, si consideri l'attributo «Riduzione stimata del tempo della fase di analisi» (RT).

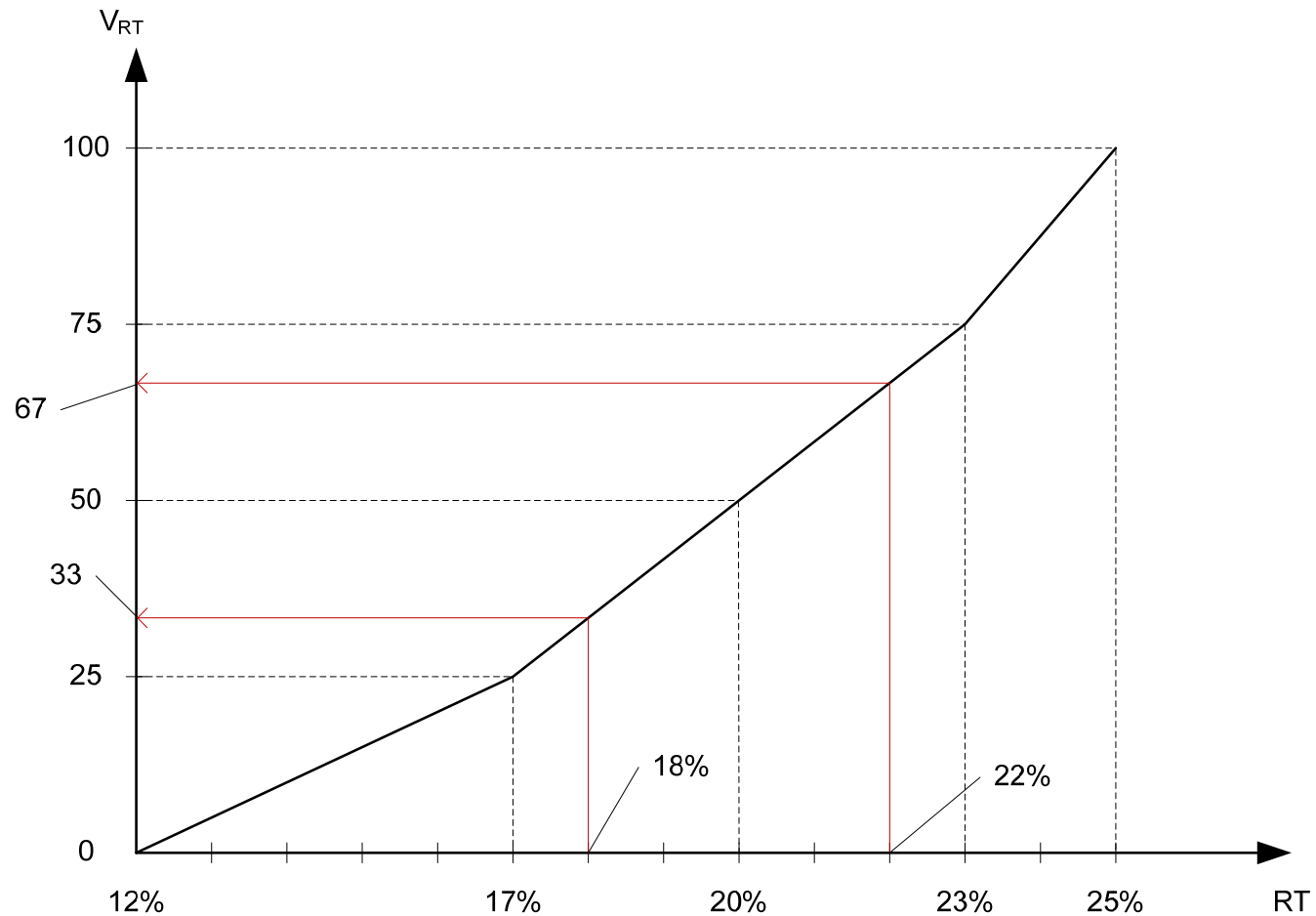
	CMP	MAT	ORG	RT	C
A1	Bassa	9500	Trascurabili	25%	25
A2	Molto bassa	11000	Positivi	12%	27
A3	Molto elevata	16500	Negativi	12%	27
A4	Media	7800	Trascurabili	18%	24
A5	Media	21000	Molto positivi	22%	22



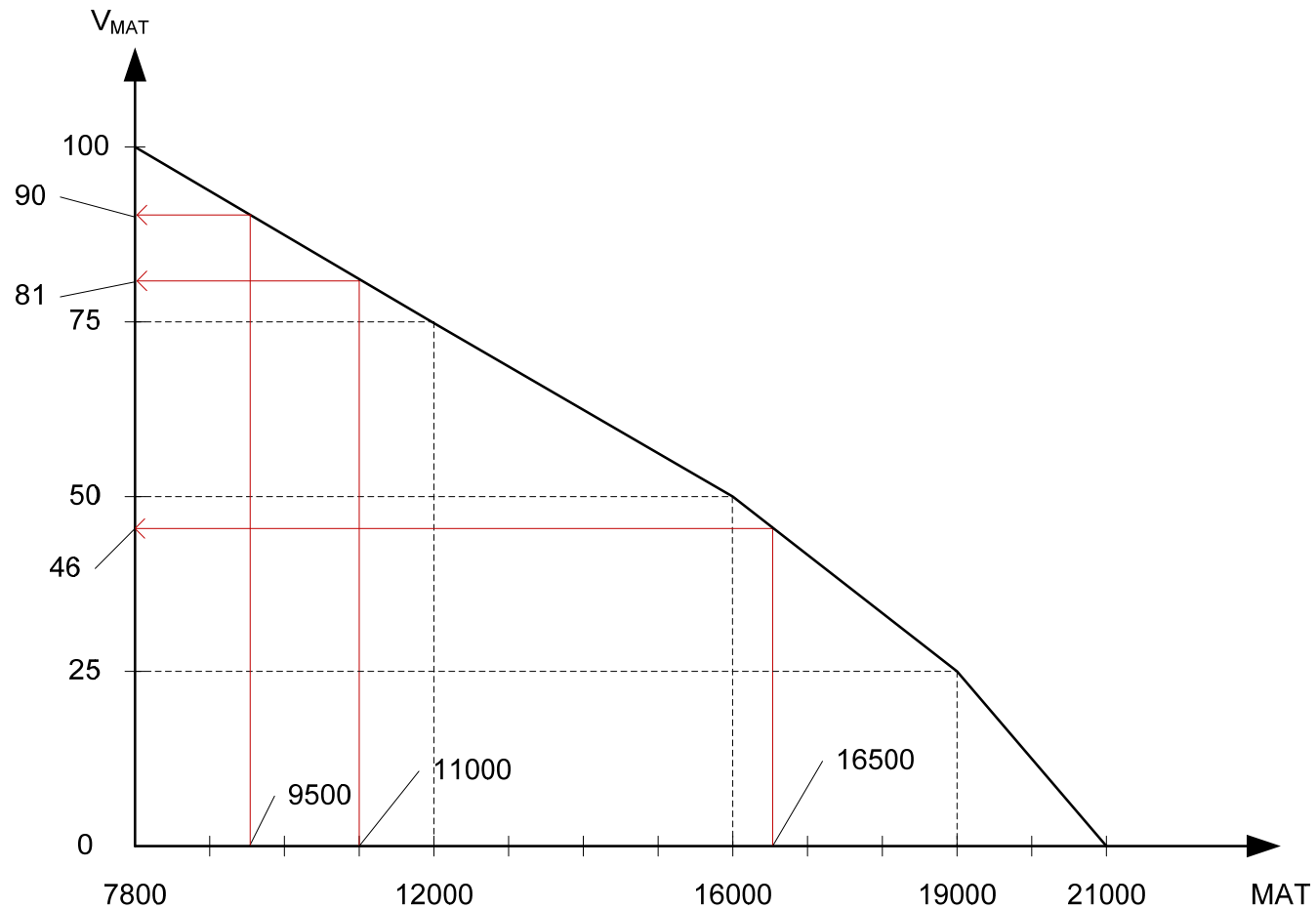
- La migliore prestazione è quella dell'alternativa A1 che fornisce una riduzione stimata del tempo del 25%.
- Ad essa si può assegnare il valore massimo della funzione di valore:  
 $V_{RT}(A1) = V_{RT}(25\%) = 100.$
- Per contro alla prestazione peggiore (alternative A2 e A3) si assegna il valore minimo:  
 $V_{RT}(A2) = V_{RT}(A3) = V_{RT}(12\%) = 0.$
- Si tratta ora di identificare i valori delle prestazioni intermedie.

- Un approccio semplice è il *metodo di bisezione*.
- Al decisore si chiede di individuare un'ipotetica alternativa il cui valore dell'attributo (ad es. «Riduzione stimata del tempo ...» in termini percentuali) egli ritenga possa essere collocato a metà strada tra i due valori estremi (12% e 25%).
- Il decisore ha qui ritenuto che una riduzione del tempo del 20% possa essere identificato come punto di bisezione:  
ciò significa, in particolare, che un *incremento* di riduzione dal 12% al 20% è considerato dal decisore utile quanto un *incremento* dal 20% al 25%.

- Questo tipo di funzione di preferenza privilegia incrementi dei valori più alti della prestazione.
- Il decisore ritiene questo giustificato dal fatto che valori bassi di riduzione del tempo non sono chiaramente percepibili dall'utente.
- Allo scopo di dettagliare meglio la funzione di valore si ripete lo stesso procedimento per identificare il primo e il terzo quartile.
- Il primo identifica un'ipotetica alternativa con un valore di riduzione del tempo che si colloca a metà tra 0 e 50%, il terzo identifica un'ipotetica alternativa con un valore di riduzione del tempo che si colloca a metà tra 50% e 100%.



- Dal grafico possono essere dedotti i valori delle prestazioni di A4 ( $V(18\%)=33$ ) e di A5 ( $V(22\%)=67$ )



- Nella funzione di valore per l'attributo MAT («Consumi materiali annui stimati») la preferenza del decisore è, naturalmente, per valori bassi dei consumi.

- La tabella riporta i valori assegnati alle prestazioni delle diverse alternative.

	CMP	MAT	ORG	RT
A1	25	90	20	100
A2	0	81	60	0
A3	100	46	0	0
A4	50	100	20	33
A5	50	0	100	67

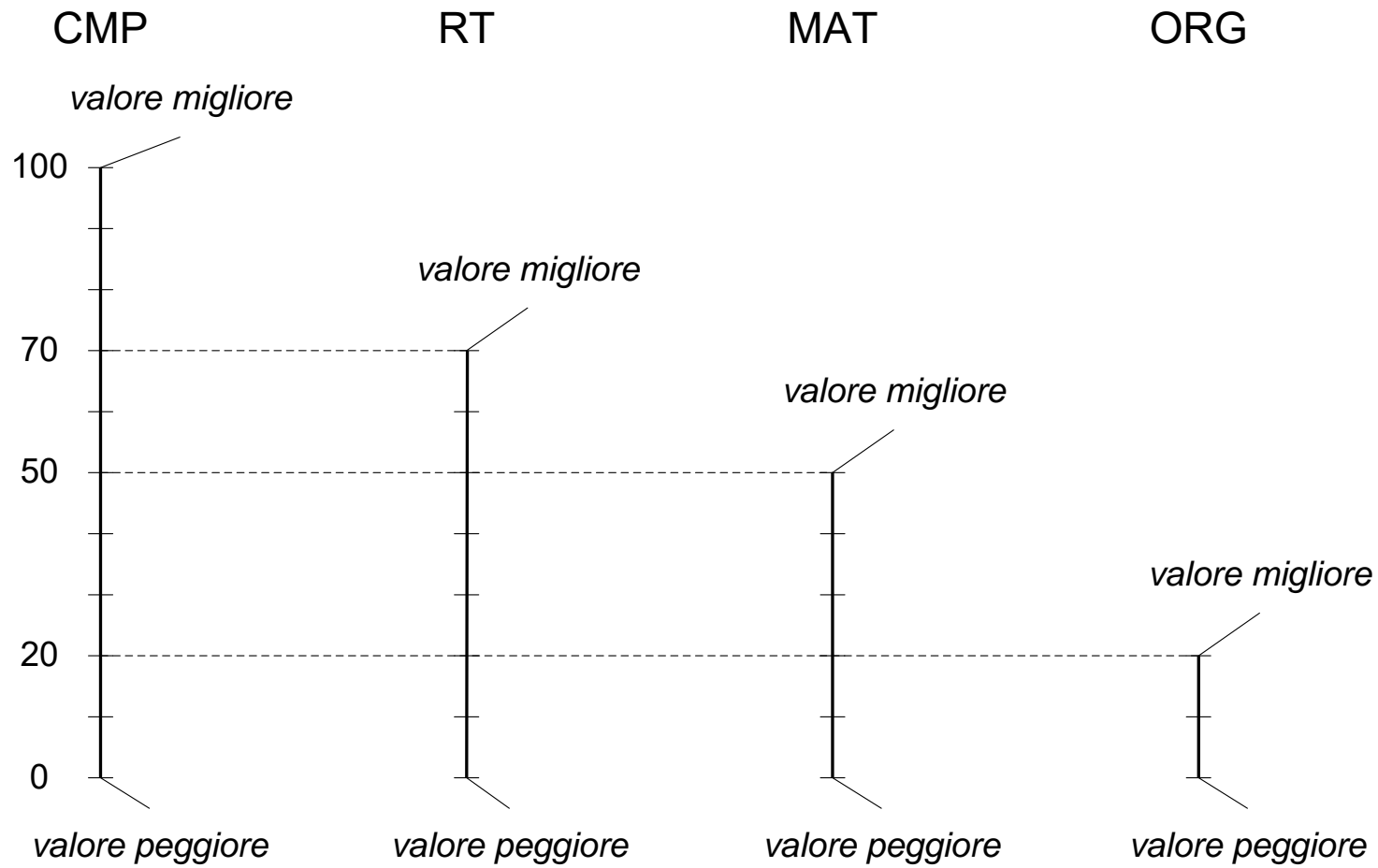
- Il metodo SMART prevede a questo punto di assegnare dei valori di importanza ai diversi attributi («pesi»).

- Il metodo propone un approccio che assegna a un criterio un peso correlato all'importanza percepita di un cambiamento dalla prestazione meno utile a quella più utile (“*swing weights*”).
- Il decisore confronterà il cambiamento (*swing*) dal valore peggiore al valore migliore di un attributo con un cambiamento simile di un attributo differente.
- «*Immaginando un'alternativa con le prestazioni peggiori in tutti i criteri, se fosse possibile modificare la prestazione di un solo attributo portandola dal suo valore attuale al migliore possibile, quale sceglierebbe?*»

- Nel caso specifico, il decisore ha scelto CMP («Compatibilità ...»).
- La domanda è ripetuta eliminando dai criteri CMP e il ciclo è ripetuto sempre con riferimento ai criteri residuali.
- Otteniamo:
  1. CMP (Compatibilità con le attrezzature esistenti)
  2. RT (Riduzione stimata del tempo della fase di analisi)
  3. MAT (Consumi materiali annui stimati)
  4. ORG (Effetti sull'organizzazione della procedura d'analisi)



- Al primo attributo è assegnato un peso pari a 100.
- Il decisore confronta poi un cambiamento dalla peggiore «Riduzione stimata del tempo» alla migliore (RT) con il corrispondente cambiamento del criterio CMP:  
*se il cambiamento nel criterio CMP vale 100, quanto potrebbe valere un cambiamento in RT?*
- Il decisore ritiene che tale cambiamento possa valere 70.
- Il processo è poi applicato successivamente agli altri criteri, confrontando il cambiamento di ciascuno con il cambiamento del criterio più importante.



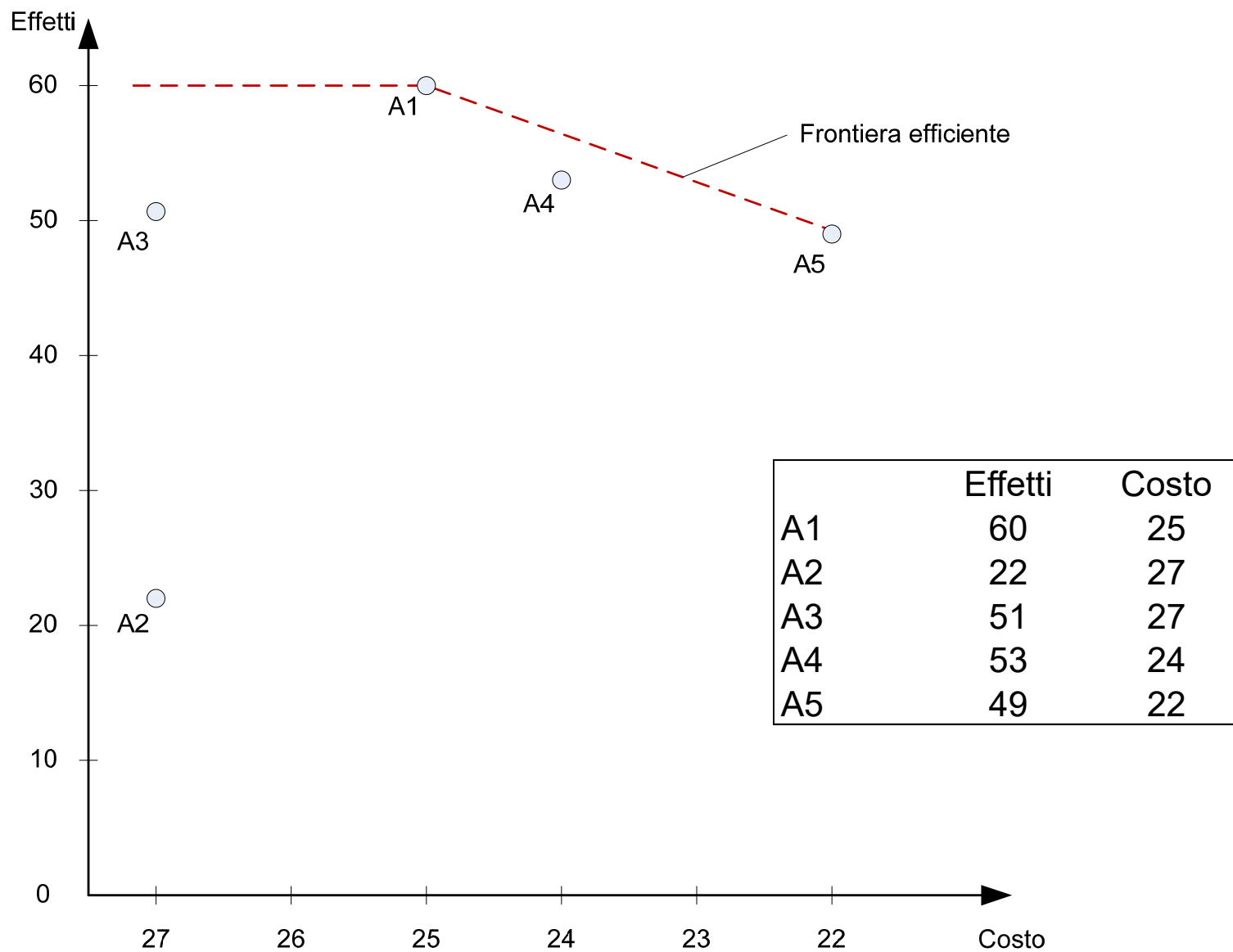
- I pesi ottenuti  $W_k$  sono quindi normalizzati rispetto alla loro somma:

$$w_k = \frac{W_k}{\sum_k W_k}$$

- Applicando quindi la somma pesata a ogni alternativa se ne ottiene il *valore aggregato* in termini di effetti.

		CMP	MAT	ORG	RT	
	W	100	50	20	70	
	w	0,42	0,21	0,08	0,29	
A1		25	90	20	100	60,0
A2		0	81	60	0	21,9
A3		100	46	0	0	51,3
A4		50	100	20	33	53,0
A5		50	0	100	67	48,7

- L'alternativa che offre i migliori risultati in termini di effetti è A1.
- È però necessario valutare il ruolo del costo nella sintesi complessiva di ogni alternativa.
- Si può allora analizzare il «posizionamento» delle alternative in uno spazio bidimensionale costruito prendendo come riferimenti l'asse «Effetti» (aggregati) e l'asse «Costo» (dell'investimento).



- Si può quindi concludere che il modello identifica due alternative non dominate: A1 e A5.
- Esse consentono di tracciare la linea che delimita lo spazio delle soluzioni dominate (*frontiera efficiente*).
- Se si vuole procedere con la selezione di una delle due alternative non dominate, si dovrà analizzare qual è il compromesso (*trade-off*) che il decisore è disposto ad accettare.

- A1 e A5 si trovano infatti su una curva di indifferenza.
- Lo spostamento da A1 ad A5 (o viceversa) non deve determinare una diminuzione del valore globale, cioè della funzione MAV.
- Le due ND-A hanno un diverso mix di effetti, ma determinano lo stesso valore globale per il DM.

- Nell'esempio, uno spostamento da A5 ad A1 comporterebbe un incremento del valore degli effetti di 11 punti.
- Ciò implicherebbe però un incremento del costo dell'investimento di 3k€:  
si può quindi osservare che ogni punto di miglioramento degli effetti «costa»  $3\text{k€}/11=273\text{€}$ .
- Il decisore dovrebbe valutare se è disposto ad accettare questo costo: il decisore è disposto a pagare, per l'incremento di un punto di valore degli effetti, un costo superiore a 273€?
- in caso affermativo l'alternativa da scegliere sarà A1.



- In alternativa, si può calcolare il rapporto tra valore aggregato degli effetti e costo di investimento per le alternative.
- I valori ottenuti rappresentano l'*output* (in termini di effetti o benefici) che è possibile ottenere da ogni unità di costo investita nell'alternativa.

- Nel caso specifico, la tabella riporta, nell'ultima colonna, i valori delle alternative che rappresentano i punti di valore degli effetti ottenibili per ogni k€ investito:  
in questo caso l'alternativa A1 risulta la più efficiente.

	Effetti	Costo	
A1	60	25	2,4
A2	22	27	0,8
A3	51	27	1,9
A4	53	24	2,2
A5	49	22	2,2

# Metodo SMARTER

- Il metodo SMARTER (Barron & Barrett, 1996) introduce alcune semplificazioni.
- La prima riguarda l'adozione di funzioni di valore  $V(.)$  di tipo lineare tra il valore minimo e quello massimo della prestazione.
- Anche il modo di ricavare i pesi dei criteri è semplificato: al decisore si chiede di disporre in *ordine* di preferenza i cambiamenti da peggiore a migliore dei criteri utilizzati senza fissare anche l'importanza.

- Dall'ordinamento dei criteri, i pesi sono calcolati attraverso il metodo del *centroide ordinale* (*Rank-Order Centroid* – ROC);
- Il peso assegnato al criterio  $i$ -esimo dipende solo dal numero di criteri e dalla posizione dello stesso nella graduatoria. In presenza di  $n$  criteri e indicata con  $i$  la posizione del criterio nella graduatoria, il suo peso è dato dall'espressione:

$$w_i = \frac{1}{n} \sum_{j=i}^n \frac{1}{j} \quad (i = 1, \dots, n)$$

- Nel caso dell'esempio, si otterrebbero i valori riportati nella tabella seguente.
- Nella seconda colonna sono indicati i valori assegnati dal decisore con il metodo dello swing, mentre nella terza i pesi normalizzati.

	pesi swing	pesi norm	pesi ROC
CMP	100	0,42	0,52
RT	70	0,29	0,27
MAT	50	0,21	0,15
ORG	20	0,08	0,06

- Dopo varie sperimentazioni, si è visto che l'alternativa migliore ottenuta con i pesi ROC e la somma pesata, concorda con quella del metodo SMART nel 75-87% dei casi.

# Metodo PAPRIKA

- Il metodo *Potentially All Pairwise Rankings of all possible Alternatives* (PAPRIKA) è un metodo multi-criterio additivo in cui a ogni criterio è associata una scala discreta di valori numerici o verbali (Hansen & Ombler, 2009).
- La prestazione di un'alternativa rispetto a un criterio è assegnata a un grado o livello della scala di quel criterio, mentre la prestazione complessiva è costituita dalla somma pesata delle prestazioni su tutti i criteri.

- Ricordiamo che il valore pesato della prestazione stabilisce un limite al contributo che il criterio può portare nell'ambito della valutazione aggregata.
- Consideriamo due criteri  $j$  e  $k$ ; la prestazione dei due criteri sia assegnata per mezzo di una scala a cinque livelli il cui valore massimo è 100, ma il criterio  $j$  abbia un peso 0,5 e il criterio  $k$  un peso 0,2.

- Se un'alternativa è in grado di conseguire la massima prestazione sui due criteri, essa potrà ottenere un valore aggregato di  $(50+20)$  punti.
- La stessa valutazione è ottenuta stabilendo direttamente i «punti contributo» dei livelli dei diversi criteri. Tale situazione è esemplificata nella seguente tabella per il criterio  $j$  ( $w=0,5$ )

	Livelli delle prestazioni	Punti contributo
livello 5	100	50
livello 4	80	40
livello 3	60	30
livello 2	40	20
livello 1	20	10



- Stabiliti i criteri di valutazione e le scale a livelli per ognuno, si tratta quindi di trovare un modo per assegnare i punti contributo al valore complessivo.
- Essi devono riflettere le effettive preferenze del decisore nei confronti dei criteri.
- PAPRIKA raggiunge il risultato attraverso le *preferenze esplicitamente espresse* dal decisore in una serie di *confronti tra coppie di alternative*.

- Esempio

CMP: Compatibilità con le attrezzature esistenti	
Livelli	Punti
Molto bassa	?
Bassa	?
Media	?
Elevata	?
Molto elevata	?

MAT: Consumi materiali annui stimati (€)	
Livelli	Punti
≤ 8000	?
Tra 8100 e 10000	?
Tra 10100 e 12000	?
Tra 12100 e 16000	?
Tra 16100 e 20000	?
≥ 20100	?

- Il metodo sottopone al decisore una serie di confronti tra alternative caratterizzate da prestazioni diverse su un numero limitato di criteri e dalla stessa prestazione in tutti gli altri, del tipo seguente:

Quale soluzione preferisce: “A” o “B”? O sono indifferenti? (Nell’ipotesi che le prestazioni in tutti gli altri criteri siano uguali.)	
“A”	“B”
Consumi materiali annui stimati $\leq 8000 \text{ €}$	Consumi materiali annui stimati Tra 12100 e 16000 €
Effetti sull'organizzazione dell'analisi Trascurabili	Effetti sull'organizzazione dell'analisi Molto positivi

- In presenza di molti criteri, ciascuno con diversi livelli di prestazione, il numero di valutazioni congiunte a cui sottoporre il decisore può essere molto elevato.
- Molte di queste alternative possono essere scartate tenuto conto che risultano dominate.
- PAPRIKA consente di individuare inizialmente tutte le «coppie dominate»:  
le coppie in cui un'alternativa ha un livello migliore dell'altra almeno in un criterio e stessi livelli in quelli rimanenti.

- Le coppie dominate sono eliminate dall'attività di valutazione congiunta e quindi riducono il carico di lavoro del decisore.
- Solo le coppie «non dominate» sono sottoposte alla valutazione del decisore.
- Il metodo utilizza un algoritmo di calcolo per proporre al decisore il numero minimo di valutazioni congiunte:  
esso consente di identificare le nuove coppie dominate che si determinano dopo ogni valutazione congiunta, eliminandole.

- 
- Per applicare praticamente il metodo PAPRIKA, si può utilizzare un software disponibile on-line:

[www.1000minds.com](http://www.1000minds.com)

- Per comprenderne i meccanismi base svilupperemo un esempio semplice.

## *Esempio: ubicazione*

Sito	Distanza (km)	Superf (%)	Accessibilità	Infrastrutture
A	1,5	15	Su	B
B	11,0	18	B	O
C	52,0	50	B	Su
D	8,5	22	O	B
E	24,0	30	Su	O

	preferenza	→		
Distanza (km)	> 50	11-50	2-10	< 2
Superf (%)	≤ 10	10-19	20-49	≥ 50
Accessibilità	Su	B	O	
Infrastrutture	Su	B	O	

## *Applicazione: sede università*

- Uno studente intende iscriversi a un corso di laurea triennale in Ingegneria Elettronica.
- Vuole selezionare l'ateneo a cui iscriversi.
- Un'indagine condotta a livello nazionale ha individuato otto criteri utilizzati tipicamente nelle scelte degli studenti.
- Selezioneremo quattro criteri tra gli otto e stabiliremo delle scale per ciascuno di essi.



## Criteri potenziali

- **Ambiente piacevole:** dotazione di aule e spazi di ritrovo (biblioteche, aule studio, mense...) confortevoli ed esteticamente gradevoli
- **Amicizie:** seguire le scelte già effettuate dagli amici e compagni di classe delle scuole superiori
- **Borse di studio:** criteri d'accesso per le borse di studio
- **Costo:** tasse di iscrizione ed eventuali altre spese per sostenere la frequenza dell'università
- **Numerosità degli iscritti:** numero delle persone iscritte per lo specifico corso di laurea
- **Piano di studio:** possibilità di inserire molti esami a scelta libera per personalizzare il mio percorso di studi
- **Prestigio:** l'ateneo e il corso di laurea è conosciuto e riconosciuto per fama ed importanza
- **Sede:** l'attrattività della città in cui viene attivato il corso di laurea

## Criteri selezionati

- **Ambiente piacevole:** dotazione di aule e spazi di ritrovo (biblioteche, aule studio, mense...) confortevoli ed esteticamente gradevoli
- **Amicizie:** seguire le scelte già effettuate dagli amici e compagni di classe delle scuole superiori
- **Borse di studio:** criteri d'accesso per le borse di studio
- **Costo:** tasse di iscrizione ed eventuali altre spese per sostenere la frequenza dell'università
- **Numerosità degli iscritti:** numero delle persone iscritte per lo specifico corso di laurea
- **Piano di studio:** possibilità di inserire molti esami a scelta libera per personalizzare il mio percorso di studi
- **Prestigio:** l'ateneo e il corso di laurea è conosciuto e riconosciuto per fama ed importanza
- **Sede:** l'attrattività della città in cui viene attivato il corso di laurea



## Criterio «Costo»

Spesa media annua  
(€, 2014)

- Può essere un dato di riferimento per stabilire delle soglie.

### Le spese dello studente fuori sede

Tabella 1

	Media nazionale	Nord	Centro	Sud
Tasse universitarie				
II fascia	583,78	653,61	484,17	613,58
III fascia	899,76	942,37	796,76	960,16
Libri e materiale didattico*	725,00	725,00	725,00	725,00
Trasporti urbani**	195,26	192,67	235,00	161,37
Trasporti per fuorisede**	400,00	400,00	400,00	400,00
Affitto stanza singola	3947,76	4261,92	4738,8	2842,56
Affitto stanza doppia	2651,04	2739,24	3166,32	2047,56
Spese***				
per alimentazione	1394,00	1512,00	1464,00	1206,00
per socialità <sup>3</sup>	1141,33	1132,00	1308,00	984,00
per casa <sup>4</sup>	910,33	925,00	904,00	902,00
TOTALE				
II fascia in singola	9297,47	9802,20	10258,97	7834,51
II fascia in doppia	8000,75	8279,52	8686,49	7039,51
III fascia in singola	9613,45	10090,96	10571,56	8181,09
III fascia in doppia	8316,73	8568,28	8999,08	7386,09

---

# Scale dei criteri selezionati

## *Se volete sviluppare il vostro progetto con Paprika*

- Per accedere, registratevi a questo link:  
[www.1000minds.com/go/units.it](http://www.1000minds.com/go/units.it)
- Ipotizzate un problema di decisione di interesse per il vostro settore:
  - definite il problema (termini, attori, decisore)
  - chiarite gli obiettivi e i criteri
  - costruitene un modello utilizzando 1000minds
  - commentate i risultati ottenuti (ipotesi semplificative, limiti, fattori chiave ecc.)