Corso di Laurea in Matematica, Corso di Laurea in Fisica
Esame di Analisi 3, modulo B
A.a. 2016-2017, sessione autunnale, I appello

COGNOME ______________________ **NOME** ______________________

N. Matricola ______________________ **Anno di corso** ______________

Corso di Studi: **Matematica** ◯ **Fisica** ◯

ESERCIZIO N. 1. Si ponga $K = \big\{(\rho, \vartheta) : 0 \le \rho \le \vartheta, 0 \le \vartheta \le \pi\big\}$ e $(x, y) = \Phi(\rho, \vartheta) = (\rho \cos \vartheta, \rho \sin \vartheta)$. Si calcoli il volume del solido E ottenuto facendo ruotare $\Phi(K)$ di 2π intorno all'asse x.

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2. Posto, per ogni $n \in \mathbb{N}^+$, $A_n = \{(x, y, z) : \frac{1}{n} \leq \max\{|x|, |y|, |z|\} \leq n\}$, si determini e si rappresenti nel piano l'insieme dei punti (α, β), con $\alpha \in \mathbb{R}, \beta \in \mathbb{R}^+$, per cui esiste finito

$$\lim_{n\to+\infty} \iiint_{A_n} \frac{(x^2+y^2+z^2)^\alpha}{1+(x^2+y^2+z^2)^\beta} dxdydz.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 3. Si consideri la forma differenziale

$$\omega(x,y) = \frac{y}{x}dx + (f(xy)+1)dy$$

in $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy > 0\}$.

(i) Si determini una funzione $f \in C^1(]0,+\infty[)$ tale che ω sia localmente esatta in Ω.

(ii) Si calcoli un potenziale di ω in Ω.

ESERCIZIO 4. Si consideri la curva γ in $\mathbb{R}^2$ parametrizzata da

$$\gamma(s) = (2s - 4s^2, 2s - 8s^3), \quad s \in \left[0, \frac{1}{2}\right].$$

(i) Si stabilisca, giustificando la risposta, se la curva è

- chiusa:

- semplice:

- regolare:

(ii) Si calcoli l'area dell'insieme compatto avente come frontiera il sostegno della curva γ.