

esercizi sulle variabili aleatorie continue 2

1. Il tempo (in ore) necessario a riparare una macchina è descritto da una variabile aleatoria esponenziale di parametro $\lambda = 2$. Qual è:

a) la probabilità che il tempo di riparazione sia superiore a 2 ore?

b) la probabilità che il tempo di riparazione sia superiore a 10 ore sapendo che ne sono già trascorse 9?

2. Sia X una variabile aleatoria esponenziale, mostrare che

$$P(X > t + s | X > t) = P(X > s).$$

3. La densità congiunta di due variabili aleatorie, X e Y , è data da:

$$f_{X,Y}(x,y) = e^{-(x+y)}, \quad 0 < x, y < +\infty.$$

Si calcolino

a) $P(X < Y)$;

b) $P(X < a)$, $a \in \mathbb{R}$;

4. Su un pavimento a piastrelle viene lanciata una moneta. Le piastrelle sono quadrati con un lato di lunghezza L . Il diametro della moneta è uguale a $d \leq L$. Calcolare la probabilità che la moneta *non* finisca su una fuga della piastrella.

Suggerimento: È sufficiente considerare solo una piastrella.

5. Tre punti X_1, X_2, X_3 sono scelti a caso su una linea di lunghezza L . Qual è la probabilità che X_2 sia tra X_1 e X_3 ?
6. Siano scelti due punti a caso su una sbarra di lunghezza L . Immaginando di spezzare la sbarra in questi due punti, qual è la probabilità che dai tre pezzi risultanti si possa formare un triangolo?
7. Supponiamo che sia dato un cerchio di raggio R con un punto marcato. Scegliamo un altro punto a caso. Qual è la lunghezza media della corda che collega questi due punti?
8. Due autobus che fanno lo stesso tragitto (per es.: Via del Coroneo - Piazzale Europa) passano a una fermata nell'intervallo di tempo 10.00 – 10.10 come due variabili aleatorie indipendenti uniformi continue. Un passeggero che alle 10.00 si trova alla fermata prende il primo autobus che passa. Quanto attende in media?
9. Siano X e Y variabili aleatorie indipendenti: la prima con legge uniforme continua su $(0, 4)$, la seconda, per qualche $k > 0$, abbia densità

$$f_Y(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0 \text{ oppure } t > 4, \\ kt & \text{se } 0 \leq t \leq 4. \end{cases}$$

- i) Si determini il valore di k .
- ii) Si determini $E[X + 2Y]$ e $Var(Y)$.
- iii) Si calcoli $P(X \geq 2 \cup Y \leq 2)$.