

esercizi sulle variabili aleatorie continue 3

1. Siano X e Y variabili aleatorie indipendenti: la prima con legge uniforme continua su $(1, 3)$, la seconda con densità

$$f_Y(y) = \frac{y}{2} 1_{(0,2)}(y),$$

sia infine la variabile aleatoria $Z = X + Y$.

- i) Calcolare $E[4X - 3Y]$ e $Var[X - 2Y]$.
 - ii) Calcolare $P(\{(X - 2)(Y - 1) > 0\})$.
 - iii) Calcolare $P(\{Z \leq 2\})$.
 - iv) Calcolare $E[Y - XZ]$ e $Var[2Z + Y]$.
2. Siano X_1, X_2, X_3 e X_4 variabili aleatorie indipendenti aventi legge esponenziale di parametro 3.
- i) Calcolare $E[X_1 - 2X_2 + 3X_3]$ e $Var[2X_2 - X_3 - X_4]$.
 - ii) Determinare la densità di probabilità della variabile aleatoria $T = 2(X_1 + X_3)$.
 - iii) Calcolare $P(|\{i \in \{1, 2, 3, 4\} : X_i > \frac{1}{3}\}| = 2)$.
 - iv) Calcolare $P(\{X_1 > \frac{2}{3}\} \cup \{X_3 < 1\})$.
3. Sia (X, Y) un vettore aleatorio con legge uniforme continua sull'insieme

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 3, 0 < y < 2\}.$$

- i) Determinare le densità di probabilità di X e di Y .
- ii) Dire se X e Y sono indipendenti.
- iii) Determinare la densità di probabilità della variabile aleatoria $Z = X + Y$.
- iv) Calcolare $E[3X + 2Y]$ e $Var[X - 3Y]$.
- v) Calcolare $E[Z]$ e $Var[Z]$.