1. Un dado viene lanciato 3 volte .

   a) Qual è la probabilità che il 6 sia uscito esattamente 2 volte? (0.07)

   b) Qual è la probabilità che in n lanci 6 sia uscito esattamente 2 volte? Per quale valore di n questa probabilità 6 massima? (n=11 o 12)

2. Un calcolatore è collegato a una rete che permette l'accesso ad un massimo di 20 persone. Collegati a questa rete vi sono i terminali di 24 operatori, ognuno dei quali, ad un dato istante, richiede con probabilità $p = 0.6$ di essere connesso al calcolatore centrale. Qual è la probabilità che, ad un dato istante, la rete sia satura (cio' che tutti e 20 gli accessi siano utilizzati)? (0.0135)

3. Nei gioco del lotto ad ogni estrazione (settimanale, come una volta) cinque numeri vengono estratti simultaneamente da un'urna che contiene 90 palline numerate da 1 a 90. Fissiamo un numero, ad esempio il 67, e indichiamo con p la probabilità che esso esca in una singola estrazione.

   a) Quanto vale p? (1/18)

   b) Qual 6 la probabilità che dopo 30 estrazioni il 67 non sia ancora uscito? (0.18)

   c) Supponiamo che nelle prime 100 estrazioni il 67 non sia ancore uscito. Qual è le probabilità che esso esca entro la 101-esima? Qual è la probabilità che esca dopo la 130-esima? (1/18, 0.18)

   d) Qual è la probabilità che esso esca almeno 6 volte nelle prime 50 estrazioni (0.06)?

4. In un mazzo di n chiavi si cerca quella giusta provandole a caso una dopo l'altra (e mettendo da parte chiavi già provate). Qual è la probabilità che si debbano fare esattamente k, $(k \leq n)$ tentativi? $(1/n)$

5. Siano $X_1, ..., X_n$ delle v.a. di Bernoulli $B(1,p)$ indipendenti e poniamo $S_n = X_1 + ... + X_n$

   a) Qual è la distribuzione condizionale di X_i sapendo che $S_n = r$

   b) Se $m < n$ e $S_m = X_1 + ... + X_m$ qual è la legge condizionale di S_m, sapendo che $S_m = r$? Si tratta di una legge nota? Quanto vale la media di questa legge condizionale?

6. Due centralini, tra di loro indipendenti, ricevono nell'unità di tempo un numero di telefonate X e Y aventi legge di Poisson di parametri rispettivamente λ e μ.

   a) Qual è la probabilità che nell'unità di tempo i due centralini ricevano insieme non più di tre telefonate, supponendo $\lambda = 2$ e $\mu = 4$. (0.15)

   b) Calcolare la legge condizionale di X dato $X + Y = n$. Sì tratta di una densità nota? Quanto vale la media di questa legge condizionale? $(n\lambda(\lambda + \mu))$

   c) Supponendo $\lambda = 2$ e $\mu = 4$ sapendo che nell'unità dì tempo i due centralini hanno ricevuto 8 telefonate, qual è la probabilità che il primo ne abbia ricevute k? Per quali valori di k questa probabilità è massima? $(k = 2)$

7. Siano $X_1, ..., X_n$ v.a. indipendenti di legge di Bernoulli $B(1,p)$. Calcolare la legge di X_1^n e quella di $X_1 X_2 ... X_n$. $(B(1,p), B(1,p^n))$

8. Ugo e Ciro possiedano una moneta per giocare a testa o croce, ma non sanno se è equilibrata o no. Decidono allora di giocare nel modo seguente: la moneta viene lanciata due volte. Se si ottiene TC vince Ugo, se si ottiene CT vince il Ciro. Se viene TT oppure CC si getta di nuovo la moneta due volte, finché non si ottiene uno dei due primi risultati. Indichiamo con p la probabilità che la moneta dia T in un singolo lancio.

   a) Qual è la probabilità che i primi doppi n lanci, $n = 1, ...$ diano CC oppure TT e che allo $(n+1)$-esimo si ottenga CT? $(p(1-p)(p^2 + (1-p)^2)^n)$

   b) Qual e' la probabilità che Ugo vinca? (1/2)

9. Un collezionista ha già raccolto 60 delle 100 figurine di un album. Egli acquista una busta - contenente 24 figurine (tutte diverse), tra le quali naturalmente ve ne possono essere alcune che egli già possiede. Qual è la probabilità che tra le figurine appena acquistate ve ne siano più $(\geq)$ di 20 di quelle che egli già possiede? In media quante "nuove" figurine troverà nella busta? (0.00594, 9.6)