1. Due centralini, tra di loro indipendenti, ricevono nell'unità di tempo un numero di telefonate X e Y aventi legge di Poisson di parametri rispettivamente λ e μ.

   a) Qual è la probabilità che nell'unità di tempo i due centralini ricevano insieme non più di tre telefonate, supponendo $\lambda = 2$ e $\mu = 4$.

   b) Calcolare la legge condizionale di X dato $X + Y = n$. Sì tratta di una densità nota? Quanto vale la media di questa legge condizionale?

   c) Supponendo $\lambda = 2$ e $\mu = 4$ sapendo che nell'unità dì tempo i due centralini hanno ricevuto 8 telefonate, qual è la probabilità che il primo ne abbia ricevute k? Per quali valori di k questa probabilità è massima?

2. Siano X ed Y variabili aleatorie indipendenti: la prima con legge di Bernoulli di parametro 1/3 ; la seconda con legge di Poisson di parametro 2.

   a) Calcolare $E[2X + 3Y]$ e $Var[3X - 2Y]$;

   b) Calcolare $P(Y \leq X)$;

   c) Determinare la densità discreta della variabile aleatoria $Z = X + Y$;

   d) Calcolare $E[2Z + 3X]$ e $Var[Z - 3Y]$.

3. Da un'urna contenente palline rosse in proporzione p, $0 < p < 1$, vengono estratte con reimbussolamento n palline. Queste vengono messe in una seconda urna da cui viene quindi estratta una sola pallina.

   a) Qual è la probabilità che sia rossa?

   b) Sapendo che l'estrazione dalla seconda una ha dato una pallina rossa, qual è la probabilità che il numero di palline rosse estratte dalla prima urna fosse k $(0 \leq k \leq n)$? Qual è il numero medio di palline rosse estratte dalla prima urna sapendo che la pallina estratta dalla seconda è rossa?

4. Due dadi equilibrati vengono lanciati separatamente più volte. Indichiamo con X il numero di lanci necessario a ottenere l con il primo dado e con Y il numero di lanci necessario a ottenere 5 oppure 6 con il secondo.

   a) Qual è la legge di X? Qual è la legge di Y? Quanto valgono $E(X)$ e $E(Y)$?

   b) Calcolare la densità di $Z = \max(X, Y)$. Quanto vale $E(Z)$?

   c) Calcolare $P(X \geq Y)$.

5. Un'urna A contiene n palline tutte rosse. Un'urna B contiene n palline di cui r rosse $(1 \leq r < n)$ e le rimanenti $n - r$ nere. Si sceglie a caso una delle urne e da essa si effettua una successione di estrazioni con rimpiazzo.

   a) Qual è la probabilità che la prima pallina estratte sia rossa?

   b) Qual è la probabilità che le prime due palline estratte abbiano colori diversi?

   c) Quante estrazioni sono necessarie in media per veder comparire per la prima volta una pallina rossa,?

   d) Sapendo che le prime k palline estratte sono rosse, qual è la probabilità che l'urna dalla quale esse sono state estratte sia l'urna A? Supponiamo $n = 12, r = 4$; quanto grande dovrà essere k perché si possa concludere che l'urna da cui le palline sono siate estratte sia l'urna A con una probabilità almeno del 99%?

6. Siano $X_1, ..., X_n$ v.a. indipendenti di legge di Bernoulli $B(1, p)$. Calcolare la legge di X_1^n e quella di $X_1 X_2 ... X_n$.