

I PROVETTA DI GEOMETRIA 2 – A.A. 2017/18
CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

Trieste, 24 aprile 2018.

Tutte le risposte vanno adeguatamente motivate.

1. Sia E uno spazio affine euclideo di dimensione 3, in cui è fissato un sistema di riferimento cartesiano. Sia r la retta passante per $P_0(1, 0, 0)$ e avente il vettore $(1, -1, 2)$ come vettore di direzione.

- (1) Scrivere equazioni parametriche e cartesiane di r ;
- (2) scrivere l'equazione cartesiana del piano α ortogonale a r e passante per P_0 ;
- (3) scrivere equazioni della retta s passante per l'origine, incidente e ortogonale a r ;
- (4) calcolare la distanza $d(s, \alpha)$.

2. Nello spazio affine reale $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^3$, con sistema di riferimento canonico, sono date le rette

$$r_1 \begin{cases} y = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}, \quad r_2 \begin{cases} x = 0 \\ 2y - z = 1 \end{cases},$$

e i piani π_1 di equazione $x + y + z = 0$ e π_2 di equazione $3x + 4y - 2z - 2 = 0$.

- (1) Determinare la posizione reciproca di r_1 e r_2 fra loro, con π_1 e con π_2 ;
- (2) determinare le rette contenute in π_1 incidenti r_1 e r_2 ;
- (3) determinare le rette contenute in π_2 incidenti r_1 e r_2 .

3. Sia $f : \mathbb{A} \rightarrow \mathbb{A}$ un'affinità di \mathbb{A} , spazio affine sul K -spazio vettoriale V . Sia φ l'applicazione lineare soggiacente. f è detta *dilatazione* se $\varphi = \lambda \text{id}_V$, con $\lambda \neq 0$ uno scalare.

- (1) Provare che una dilatazione f con $\lambda \neq 1$ ha un punto fisso (suggerimento: seguire la via analitica);
- (2) che cosa si può dire se $\lambda = 1$?
- (3) Provare che se f è una dilatazione e $L \subset \mathbb{A}$ è una retta, allora $f(L)$ è parallela a L .
- (4) (Facoltativo) Provare che se f è un'affinità tale che $f(L)$ è parallela a L , per ogni retta L , allora f è una dilatazione.