

Corso di Laurea in Matematica, Corso di Laurea in Fisica
Esame di Analisi 3, modulo B
A.a. 2017-2018, I prova intermedia

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di Studi: **Matematica** **Fisica**

ESERCIZIO N. 1. Si ponga $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 1 + 2x - x^2, 0 \leq x \leq 1\}$ e si indichino con E_x ed E_y i solidi ottenuti facendo ruotare D di 2π intorno all'asse x e all'asse y , rispettivamente.

(i) Si calcoli $m_2(D)$.

(ii) Si calcoli $m_3(E_x)$.

(iii) Si calcoli $m_3(E_y)$.

ESERCIZIO N. 2. Si definiscano, per $\alpha \in \mathbb{R}$, $J_\alpha = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 1, 0 < y < x^\alpha\}$ e, per $\beta \in [0, +\infty[$, $f_\beta(x, y) = xy^\beta$. Si determinino e si rappresentino nel piano le coppie (α, β) per cui f_β è integrabile in senso generalizzato su J_α .

RISULTATO

SVOLGIMENTO

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Posto, per $n \in \mathbb{N}^+$,

$$A_n = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{1}{n} \leq x + y + z \leq 2, \frac{n}{n+1} \leq x - y + z \leq \frac{3n}{n+1}, \frac{1}{n} \leq x + y - z \leq 2n \right\},$$

si calcoli

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \iiint_{A_n} \frac{e^z}{e^{x+y} \sqrt{x+y+z}} dx dy dz.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO 4. (facoltativo) Si definisca $f : R = [0, 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ponendo

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{y^2} & \text{se } 0 < x < y < 1, \\ -\frac{1}{x^2} & \text{se } 0 < y < x < 1, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Si stabilisca:

(i) se f è localmente integrabile in R

(ii) se esiste $\iint_R f(x, y) dx dy$

(iii) se esiste $\int_0^1 \left(\int_0^1 f(x, y) dy \right) dx$

(iv) se esiste $\int_0^1 \left(\int_0^1 f(x, y) dx \right) dy$

(v) quali dei precedenti integrali sono uguali fra loro.