

ESERCIZI DI GEOMETRIA 2 - FOGLIO 6

Trieste, 9 maggio 2018

1. In \mathbb{P}_K^2 , in cui è fissato un sistema di coordinate omogenee, sono assegnati i punti $P_0 = [1, 1, 0]$, $P_1[0, 1, -1]$, $P_2[1, 0, 2]$, $P_3[-1, 1 - 1]$.

(i) Verificare che tali punti sono in posizione generale.

(ii) Determinare il riferimento proiettivo in cui P_0, P_1, P_2 sono i punti fondamentali e P_3 è il punto unità.

(iii) Scrivere le equazioni del cambiamento di coordinate.

2. In $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^5$, con riferimento affine standard, è assegnato il sottospazio affine S di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 = 0 \\ x_3 - x_4 = 1 \\ x_5 + 2 = 0 \end{cases}$$

Scrivere equazioni cartesiane della chiusura proiettiva di S e individuarne i punti impropri.

3. In $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^3$ sia S il sottospazio costituito dal solo punto $[1, 2, 0, -1]$. Scrivere equazioni cartesiane e parametriche di S .

4. Nello spazio proiettivo $\mathbb{P}_{\mathbb{C}}^4$ sia T il sottinsieme $T := \{[a, a, 1, 0, 0] \mid a \in \mathbb{C}\}$.

(i) Verificare che T non è un sottospazio proiettivo di $\mathbb{P}_{\mathbb{C}}^4$.

(ii) Scrivere equazioni cartesiane e parametriche del sottospazio proiettivo generato da T .

5. In uno spazio proiettivo di dimensione 4, quali sono le possibili posizioni reciproche di un piano e una retta?