Università degli Studi di Trieste
Facoltà di Ingegneria

APPUNTI del CORSO di ELETTROTECNICA

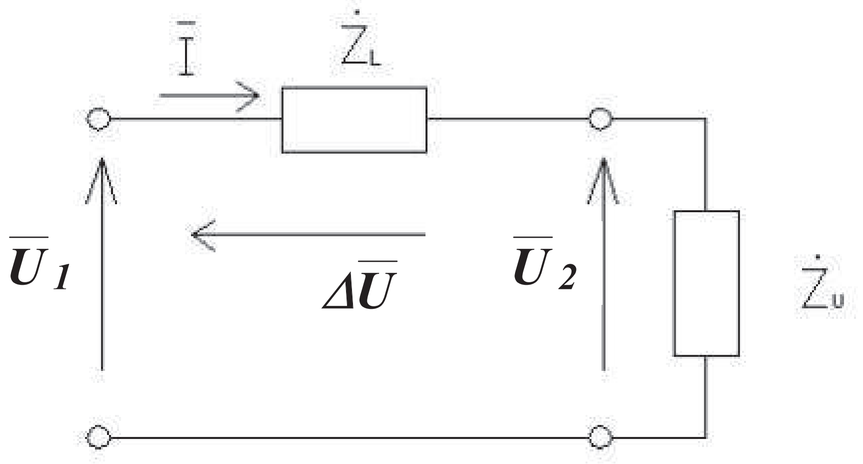
Reti in regime sinusoidale monofase II

prof. ing. Stefano Longhi

a.a. 2017-2018

RIFASAMENTO

4.1 <u>GENERALITA'</u>

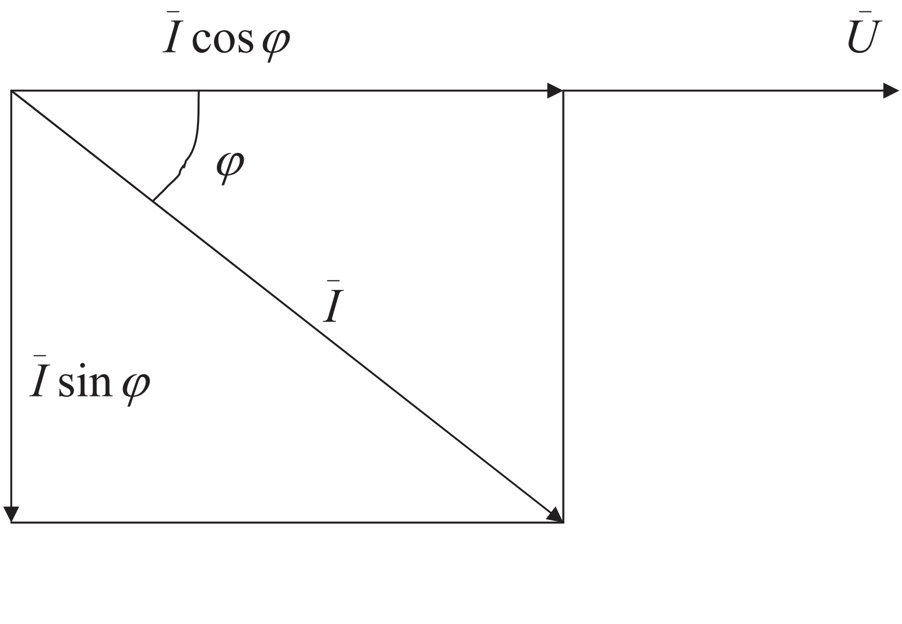


$$\dot{Z}_L = R + jX_L \tag{1}$$

$$\dot{Z}_U = R + jX = Z_U \angle\varphi \quad \text{con} \quad Z_U = \sqrt{R^2 + X^2} \tag{2}$$

$\Delta\bar{U} = \dot{Z}_L\,\bar{I}$ caduta di tensione nella linea (3)

$P_{JL} = RI^2$ potenza dissipata nella linea (4)



All’aumentare della corrente I aumentano sia la caduta di tensione sia la potenza dissipata in linea.

L’ente erogatore dell’energia elettrica dovrebbe spendere ulteriormente, per produrre una aliquota di energia che viene dissipata lungo la linea per effetto Joule, o aumentare la sezione dei conduttori per realizzare linee con resistenza più bassa in modo da ridurre le perdite, come dimostrato dalla relazione (4).
Per tali motivi l’ente erogatore ha fissato dei limiti per il fattore di potenza degli impianti utilizzatori, al di sotto dei quali l’utente viene costretto a pagare una penale o, nei casi più gravosi, a rifasare.

- ✓ $\cos\varphi \geq 0.9$ => nessuna penale

- ✓ $0.7 \leq \cos\varphi \leq 0.9$ => pagamento di una penale

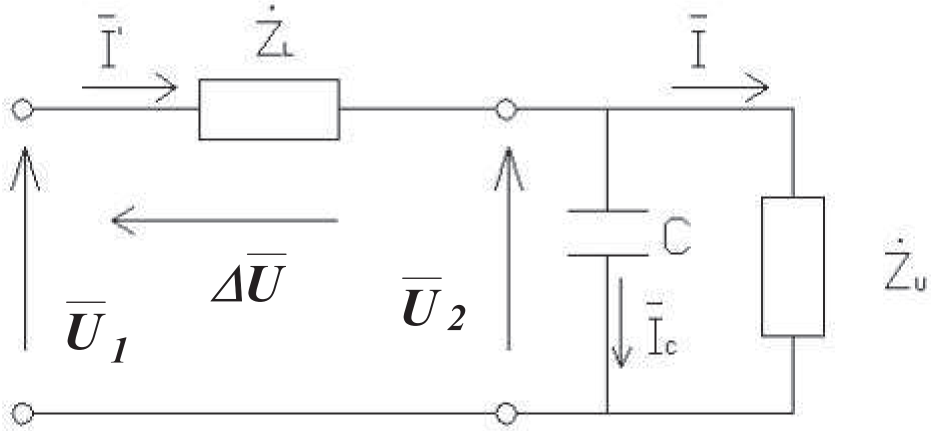
proporzionale a $\dfrac{\int_T Q\,dt}{\int_T P\,dt}$ con **T** che rappresenta il periodo di fatturazione

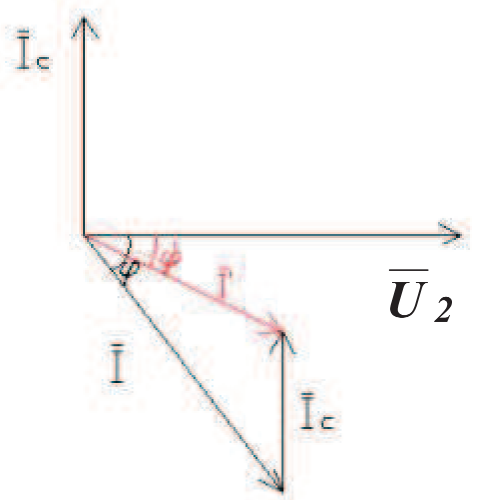
- ✓ $\cos\varphi \leq 0.7$ => obbligo di rifasamento dell’impianto.

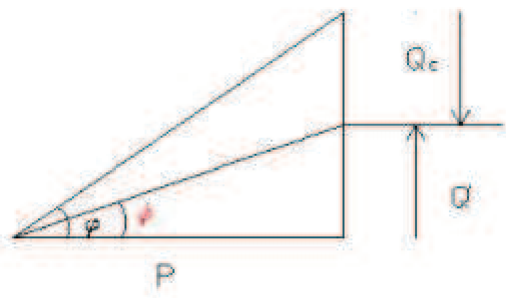
MODALITA' DI RIFASAMENTO DI UN IMPIANTO

Per rifasare una linea si inserisce in parallelo al carico una batteria di condensatori. Inserendo la batteria di condensatori il carico sarà alimentato con la stessa corrente richiesta **I**, mentre nella linea circolerà una corrente:

$$\bar{I} = \bar{I} + \bar{I}_C .$$







Triangolo delle potenze

Si nota che $\varphi' < \varphi$

$$\varphi = \boldsymbol{arctan}\frac{Q}{P} \qquad \text{mentre } \varphi' = \boldsymbol{arctan}\frac{Q-|Q_c|}{P} \qquad (1)$$

Per determinare il valore della capacità della batteria di condensatori C e il valore della potenza reattiva capacitiva Q_c necessari per rifasare ad un certo fattore di potenza si utilizzano le seguenti relazioni:

- ✓ ***Potenza reattiva della batteria di condensatori***

$$Q_c = Q' - Q = P(\tan\varphi - \tan\varphi') \qquad (2)$$

Dimostrazione:

$\tan\varphi' = \dfrac{Q - |Q_c|}{P}$ da cui $P \tan\varphi' = Q - |Q_c|$;

inoltre dal triangolo delle potenze si ha $P \tan\varphi' = Q$;

quindi si risale alla (2) con semplici passaggi matematici.

- ✓ Capacità della batteria di condensatori

$$C = \frac{Q_c}{\omega U^2} = \frac{Q' - Q}{\omega U^2} = \frac{P(\tan\varphi - \tan\varphi')}{\omega U^2} \qquad (3)$$

I carichi che richiedono un rifasamento sono in genere:

- ✓ Motori asincroni
- ✓ Lampade a scarica
- ✓ Saldatrici con trasformatore
- ✓ Forni ad induzione

Il rifasamento può essere:

- ✓ *R. centralizzato*, se si usa un'unica batteria di condensatori posta a monte dei vari carichi inseriti in una rete

- ✓ *R. distribuito*, se si rifasa ogni singolo carico che lo richieda.

In genere si usa il rifasamento centralizzato quando i carichi si inseriscono tutti contemporaneamente; quello distribuito quando i carichi non vengono inseriti contemporaneamente.
Per quanto riguarda i costi, chiaramente il rifasamento distribuito è il più costoso, ma garantisce un risultato migliore.
La soluzione che si usa sovente è il rifasamento "a gradini", che consente di ottenere una potenza reattiva variabile (a gradini) in funzione della richiesta della rete collegata a valle della batteria di condensatori.
Per evitare dimensionamenti errati è bene conoscere il diagramma di carico della rete da rifasare.
Il massimo tornaconto economico si ottiene quando è massima la differenza fra il vantaggio per le minori perdite che si ottengono dopo il rifasamento e l'onere relativo alla installazione della batteria di condensatori.

RISOLUZIONE DELLE RETI LINEARI IN PRESENZA DI GENERATORI CON FREQUENZA DIVERSA

Se una <u>rete lineare</u> è alimentata da:

- ✓ più generatori con diversa frequenza o
- ✓ un generatore di segnale periodico esprimibile mediante una serie di Fourier

si può applicare il
PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI.

Si risolve una rete per ciascun generatore, prestando attenzione al fatto che al variare della frequenza variano anche le reattanze X_L e X_C: i loro rispettivi valori andranno quindi valutati volta per volta per ciascun valore della frequenza.
Per ciascun valore di f_i le corrispondenti reattanze saranno:

- ✓ $$X_{Li} = 2\pi f_i L \qquad (1)$$
- ✓ $$X_{Ci} = \frac{1}{2\pi f_i C} \qquad (2)$$

Le potenze istantanee in ciascun ramo saranno:

$$p(t) = U_o I_o + \sum_{i=1}^{n} u_i(t) \cdot i_i(t) \qquad (3)$$

$$con \;\; u_i(t) = \sqrt{2}\, U_i \sin\left(\omega t + \varphi_{U_i}\right) \;\; e \;\;\; i_i(t) = \sqrt{2}\, I_i \sin\left(\omega t + \varphi_{I_i}\right)$$

n= numero di generatori sinusoidali a frequenza diversa

La potenza istantanea è quindi data dalla somma di due termini:

- ✓ $U_0 I_0$ rappresenta la potenza fornita dal generatore equivalente in corrente continua
- ✓ $\sum_{i=1}^{n} u_i(t) \cdot i_i(t)$ rappresenta la potenza fornita dai generatori che erogano energia con frequenze diverse

Il valore medio della potenza istantanea o la potenza attiva sarà:

$$✓\; P = U_0 I_0 + \sum_{i=1}^{n} U_i I_i \cos\varphi_i \qquad (4)$$

La potenza reattiva sarà:

$$✓\; Q = \sum_{i=1}^{n} U_i I_i \sin\varphi_i \qquad (5)$$

U_i e **I_i** sono i valori efficaci di tensione e corrente.

Si nota che per la potenza reattiva manca il termine a frequenza nulla (per f=0), infatti a frequenza nulla:

$X_L=0 \longrightarrow$ cortocircuito $\longrightarrow$ U=0
$X_C=\infty \longrightarrow$ circuito aperto $\longrightarrow$ I=0

La potenza apparente sarà:

$$\checkmark\ \boldsymbol{S = \sqrt{P^2 + Q^2}} \tag{6}$$

con:

$$\boxed{\begin{gathered} \boldsymbol{P = U_0 I_0 + \sum_{i=1}^{n} U_i I_i \cos\varphi_i} \\ \boldsymbol{Q = \sum_{i=1}^{n} U_i I_i \sin\varphi_i} \end{gathered}}$$

Inoltre il valore efficace della corrente e della tensione saranno:

$$I = \sqrt{I_0^{\ 2} + \sum_{i=1}^{n} {}_i I_i^2}$$

$$U = \sqrt{U_0^{\ 2} + \sum_{i=1}^{n} {}_i U_i^2}$$

Essendo I_i e U_i valori efficaci della corrente e della tensione relativi al contributo del generatore di frequenza iesima.

RISONANZA

Il concetto di risonanza risale alla diffusione dei primi sistemi a corrente alternata. Sin da allora si iniziarono ad osservare fenomeni strani nei circuiti con comportamento elettrico prevalentemente induttivo o capacitivo.
Si possono verificare due tipi di risonanza:

- risonanza serie e
- risonanza parallelo.

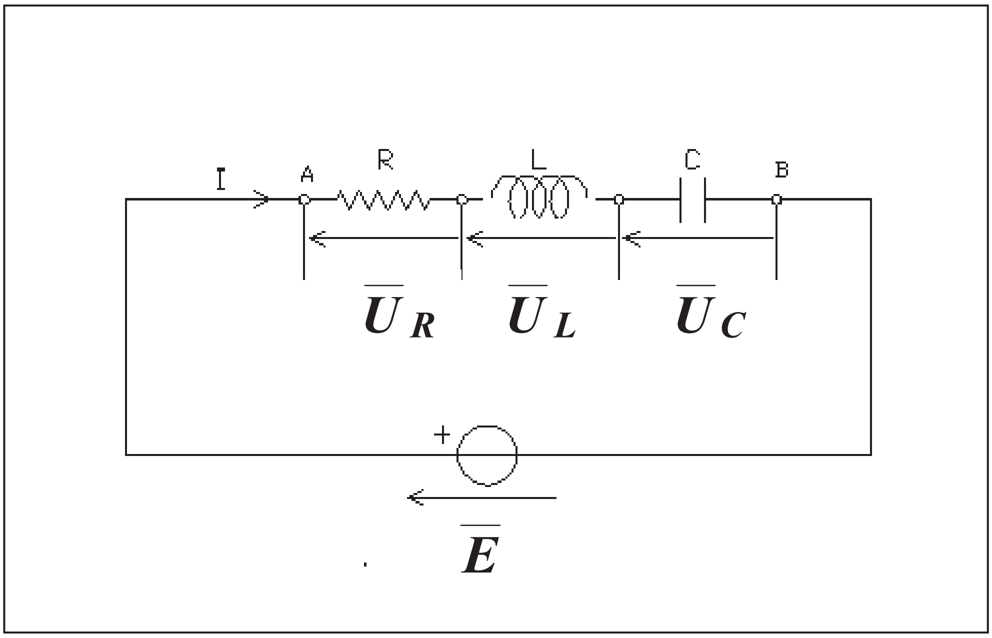
<u>In condizioni di risonanza serie</u> può accadere che la tensione fra gli estremi di un bi-polo, pur attraversato da corrente, risulti praticamente nulla, mentre la tensione ai capi del condensatore o dell'induttore sia uguale o addirittura più elevata della tensione applicata alla serie degli elementi.

Analogamente in condizioni di risonanza parallelo può accadere che la corrente assorbita dal bi-polo sia praticamente nulla, mentre la corrente che attraversa l’induttore o il capacitore può assumere lo stesso valore o addirittura superare quello della corrente erogata dal generatore cui sono collegati gli elementi.

Risulta dunque importante studiare tale fenomeno perché in impianti con correnti forti, tale condizione può rappresentare una condizione di funzionamento anomala di un circuito ed arrecare danni non solo agli impianti (nel caso della conversione statica dell’energia può dar luogo a pericolose sovratensioni o sovracorrenti), ma anche alle persone. In alcune applicazioni, al contrario, è proprio tale condizione a rappresentare il funzionamento desiderato del circuito, si tratta di circuiti in bassa potenza dove le correnti in gioco sono correnti deboli.

RISONANZA SERIE

Si consideri un circuito R, L, C serie, in serie ad un generatore di tensione a frequenza variabile.



Si supponga di far variare la frequenza **f** da zero ad infinito. Poiché le reattanze variano al variare della frequenza, avremo un circuito che potrà avere sia un comportamento elettrico prevalentemente induttivo, che capacitivo secondo il valore della frequenza imposta dal generatore di tensione:

$$\bar{I} = I\angle\varphi_i$$

$$\dot{Z} = Z\angle\varphi$$

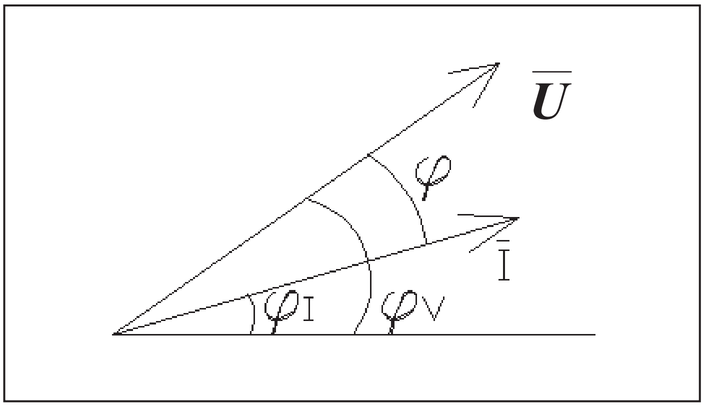
$$\bar{U} = Z\angle\varphi \cdot I\angle\varphi_i = ZI\angle(\varphi_i + \varphi) = U\angle\varphi_U \qquad (1)$$

Ci saranno tre casi possibili:

- ✓ **φ > 0**, la tensione è in anticipo rispetto alla corrente

⇕

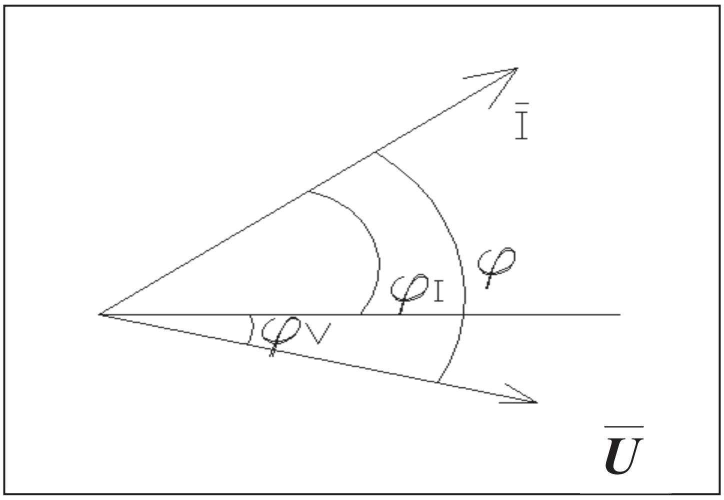
CARICO PREVALENTEMENTE INDUTTIVO



- ✓ **φ < 0**, cioè tensione in ritardo rispetto alla corrente

⇕

CARICO PREVALENTEMENTE CAPACITIVO



✓ $\varphi = 0$, cioè tensione e corrente sono in fase fra loro

$$\Updownarrow$$

CARICO PREVALENTEMENTE RESISTIVO

Se si studia la variazione dell'impedenza $\dot{Z}$ al variare della frequenza **f** si ha:

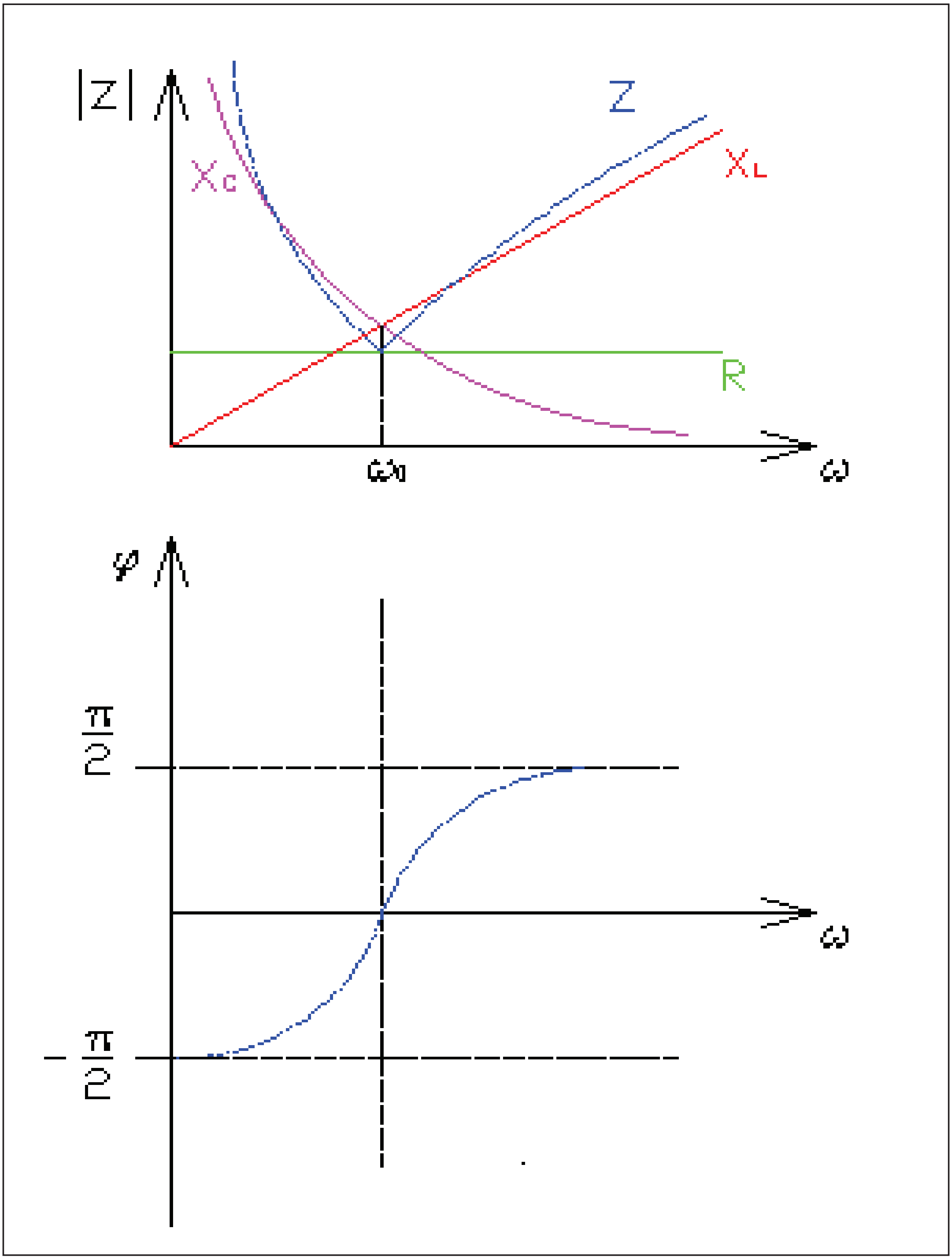
$$\dot{Z} = R + j(X_L - X_C) = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \qquad (2)$$

- $X_L = \omega L$ rappresenta l'equazione di una retta passante per l'origine degli assi ($y = m\,x$)
- $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ rappresenta l'equazione di una iperbole equilatera ($y = a / x$)
- **R** si può ritenere praticamente costante al variare della frequenza se se è trascurabile l'Effetto pelle. Per esempio nelle linee telefoniche le frequenze sono inferiori a 10 KHz, ossia:

$$\left|\dot{Z}\right| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \qquad (3)$$

$$\varphi = arctan\frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R} \qquad (4)$$

Per i valori di frequenza per i quali è trascurabile l'Effetto pelle, graficamente si ha:



- Per $\omega < \omega_0$ della pulsazione di risonanza ω_0, il carico equivalente è prevalentemente capacitivo,
- per $\omega = \omega_0$ il carico equivalente é puramente ohmico e
- per $\omega > \omega_0$ il carico equivalente é prevalentemente induttivo.

Alla pulsazione di risonanza ω_0 si ha l'uguaglianza fra reattanza induttiva e capacitiva:

$$X_L = X_C \longrightarrow 2\pi f_0 L = \frac{1}{2\pi f_0 C} \longrightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad (5)$$

$\mathbf{f_0}$ = frequenza di risonanza

$\boldsymbol{\omega_0 = 2\pi\, f_0}$ = pulsazione di risonanza

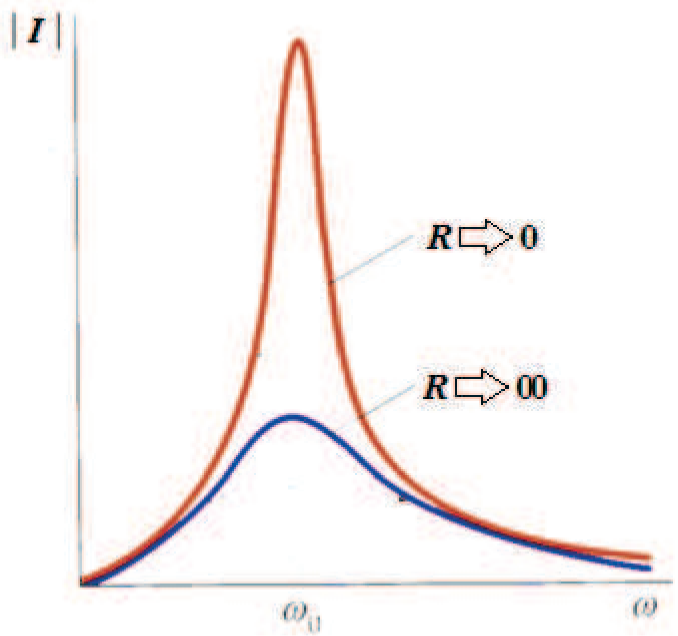
In condizioni di risonanza la corrente sarà massima in quanto si annulla la reattanza del circuito; l'impedenza coincide con la resistenza, quindi tensione e corrente sono in fase.

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R} = I_{MAX} \qquad (6)$$

Resistenza e Reattanza al variare della frequenza

f	***0***	ω_0	∞
R	R	R	R
$X_C = \dfrac{1}{\omega C}$	∞	$\dfrac{1}{\omega_0 C}$	0
$X_L = \omega L$	0	$\omega_0 L$	∞
$\lvert\dot{Z}\rvert$	∞	R	∞
$\lvert\bar{I}\rvert$	0		0
φ	$-\dfrac{\pi}{2}$	0	$\dfrac{\pi}{2}$

Di seguito è rappresentata la curva di risonanza, che risulta essere tanto più acuta quanto minore è il valore di resistenza R rispetto alla reattanza alla frequenza di risonanza.



Il rapporto $Q_0 = \dfrac{\omega_0 L}{R} = \dfrac{1}{\omega_0 CR} = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$ (7)

viene chiamato ***<u>fattore di merito</u> del circuito alla frequenza di risonanza.***

Se $Q_0 > 1$ ossia : $\omega_0 L = \dfrac{1}{\omega_0 C} > R$ in condizioni di risonanza la tensione ai capi di L e C risulta maggiore della tensione totale applicata ai capi di R.

****

Il fattore di merito di un circuito risonante alla frequenza f, Q_0 è definito come il rapporto tra l'energia immagazzinata nel circuito e quella dissipata in un ciclo di oscillazione alla frequenza f_0 di risonanza.

Q_0 è anche definito come il rapporto tra la differenza di potenziale ai capi dell'induttore o ai capi del capacitore e la differenza di potenziala ai capi della resistenza in condizioni di risonanza (per $f = f_0$):

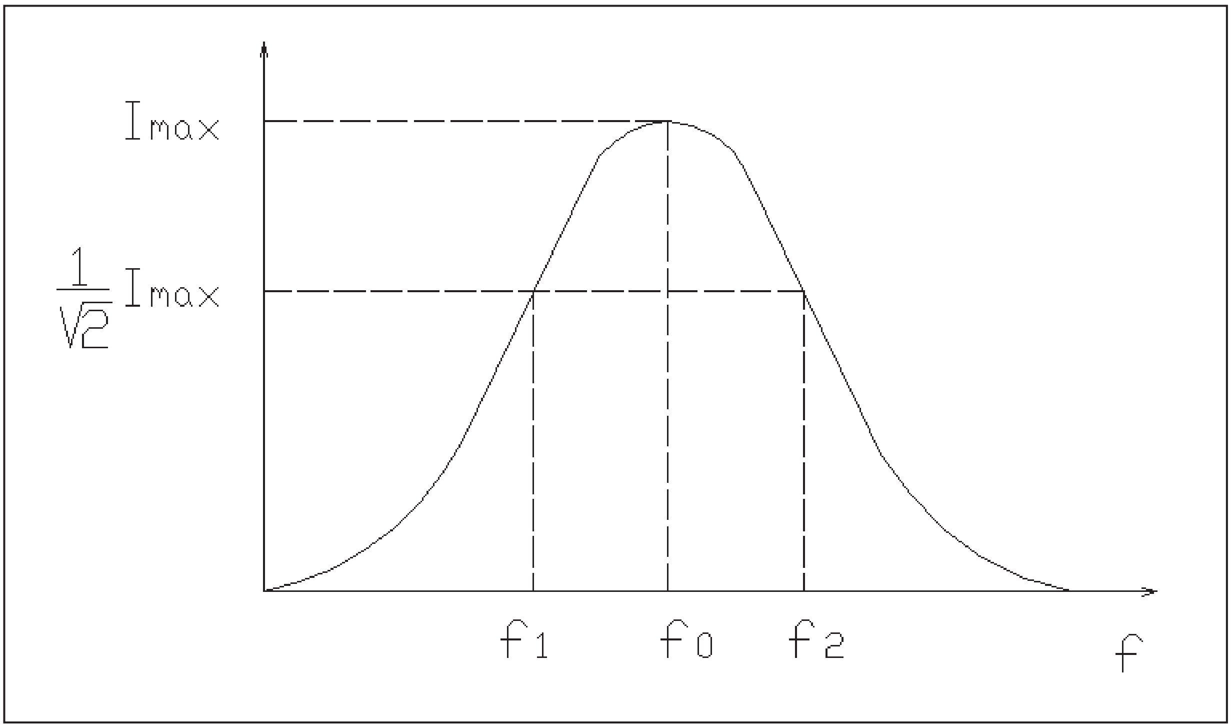
$$Q_0 = \frac{\left|\bar{U}_L\right|_{f=fo}}{\left|\bar{U}_R\right|_{f=fo}} = \frac{\left|j\omega_0 L\bar{I}_o\right|}{\left|R\bar{I}_o\right|} = \frac{\left|\bar{U}_c\right|}{\left|\bar{U}_R\right|} = \frac{\left|\dfrac{1}{j\omega_0 C}\bar{I}_o\right|}{\left|R\bar{I}_o\right|} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Il fattore di merito consente di calcolare il valore della tensione che si stabilisce in condizioni di risonanza serie ai capi dei singoli bipoli L e C in funzione della tensione applicata , che coincide con la tensione che si stabilisca ai capi della resistenza in condizioni di risonanza $\left|\overline{U}\right| = \overline{U}_R\Big|_{f=fo}$:

$$\boxed{\overline{U}_L\Big|_{f=fo} = \overline{U}_C\Big|_{f=fo} = Q_o * \left|\overline{U}\right| = \overline{U}_R\Big|_{f=fo}}$$

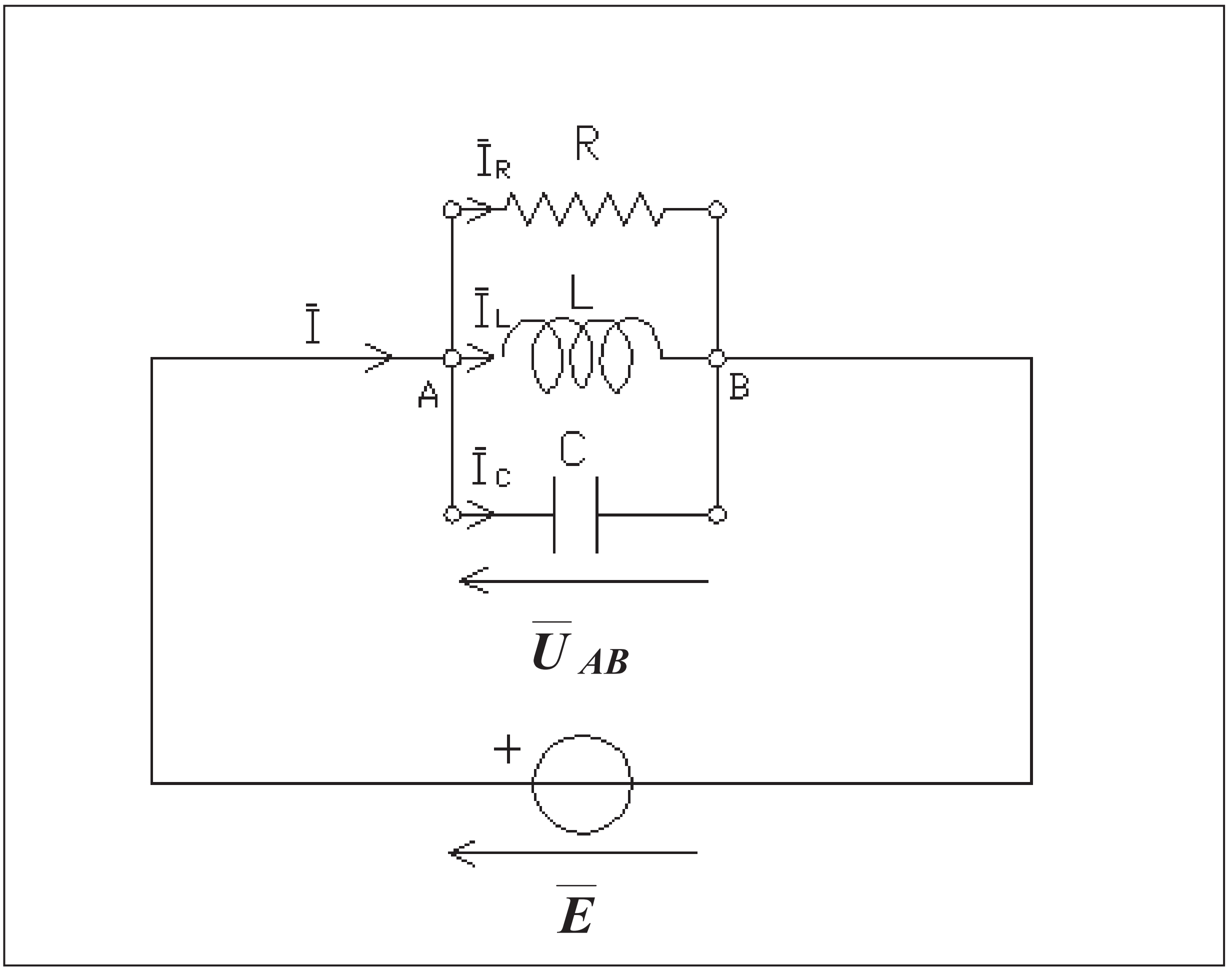
Il fattore di merito consente dunque di verificare se in condizioni di risonanza vengano superati i valori di tensione massimi consentiti per il condensatore e l'induttore che si intende utilizzare.

Il bipolo R, L e C serie può essere usato come un filtro selettivo per valori di Q elevato (bassi valori di R)



In tale filtro passa banda reale $\mathbf{f_1}$ ed $\mathbf{f_2}$ sono i valori delle due frequenze di taglio di un filtro passa banda reale e rappresentano quei valori di frequenza per le quali il segnale di uscita si riduce a circa il 70% del segnale di corrente in ingresso, con una attenuazione di 3 dB.

RISONANZA PARALLELO: ottenuta imprimendo un segnale di tensione $\overline{E}$ costante in modulo



Il generatore di tensione $\overline{E}$ ha frequenza variabile.

Relazioni costitutive del bipolo in termini di ammettenze

$$\overline{I} = \dot{Y}\,\overline{E} \tag{8}$$

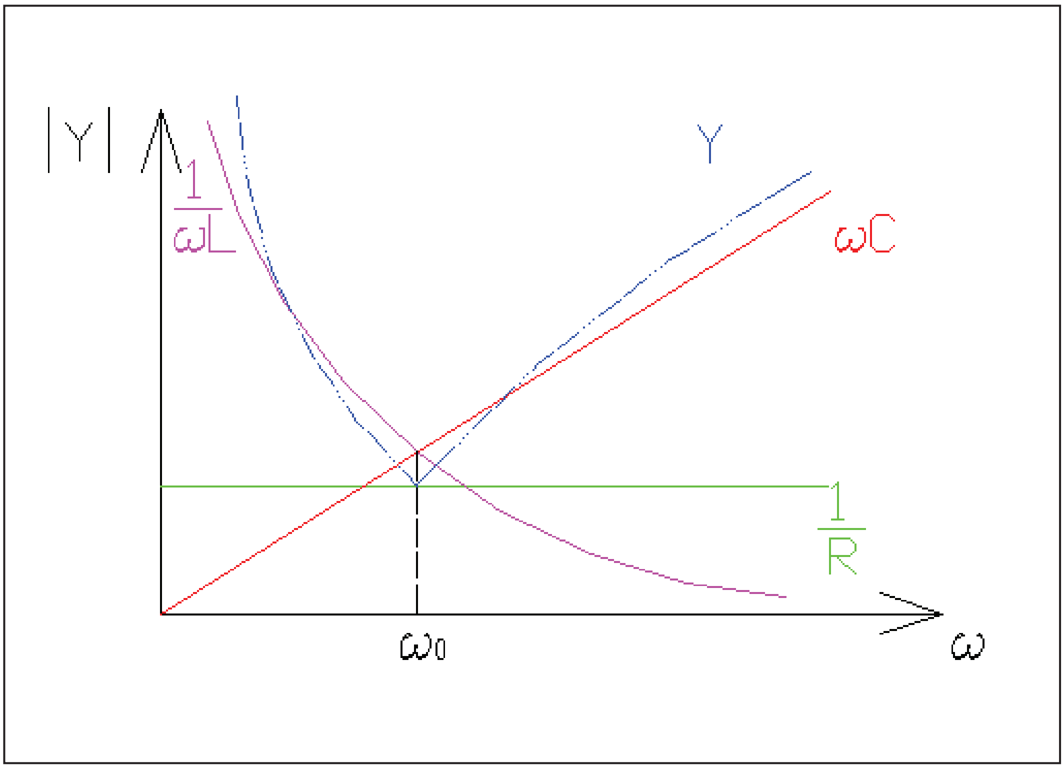
$$\dot{Y}_L = -j\frac{1}{\omega L} \tag{9}$$

$$\dot{Y}_C = j\omega C \tag{10}$$

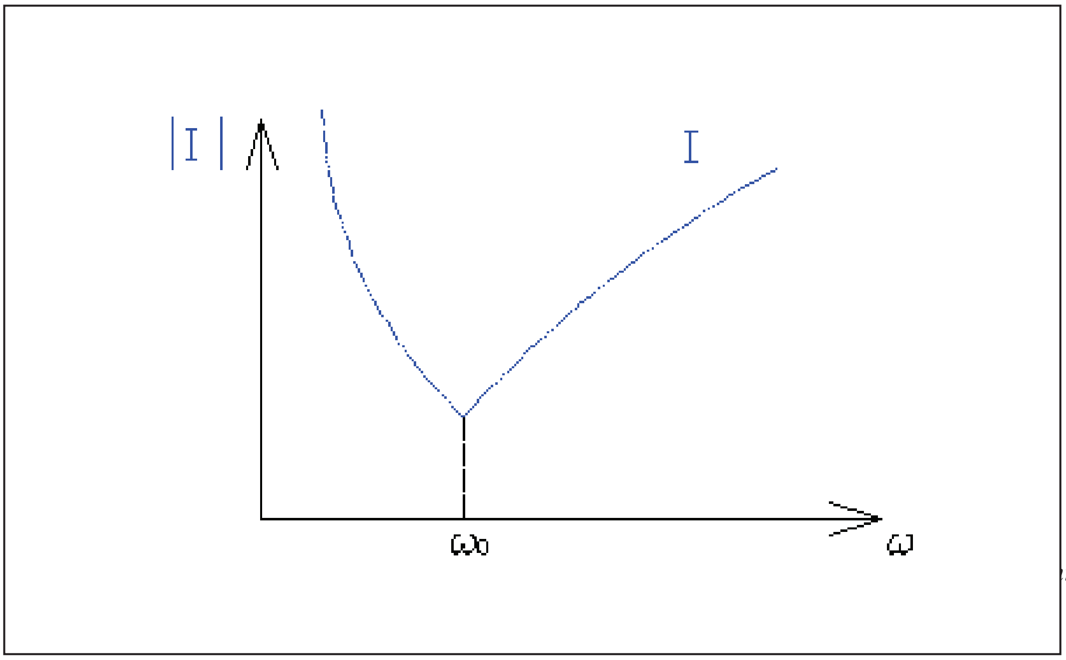
$$\dot{Y}_R = \frac{1}{R} \tag{11}$$

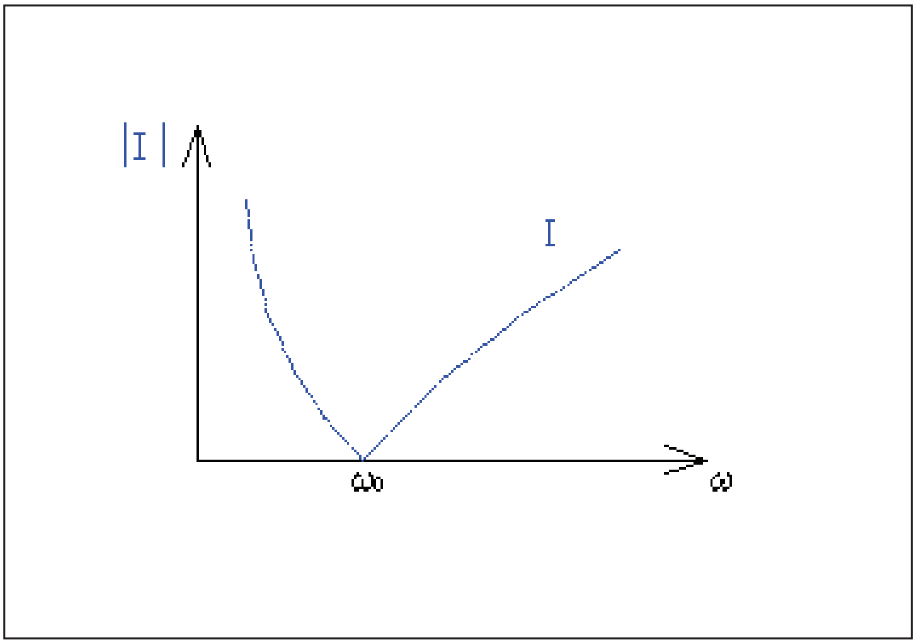
$$\dot{Y} = \frac{1}{R} - j\frac{1}{\omega L} + j\omega C \qquad (12)$$

Andamento dei moduli della conduttanza G e delle singole suscettanze B_L e B_C



La corrente $\bar{I} = \dot{Y}\,\bar{E}$ risulterà minima per la pulsazione $\omega=\omega_0$.



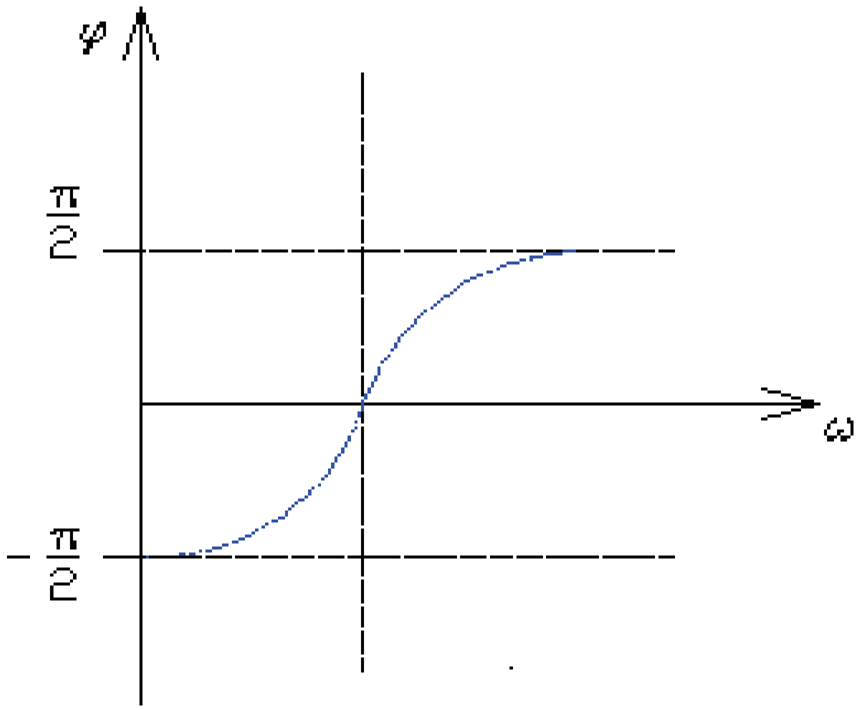


Inoltre, per $R \rightarrow \infty$ si ha che $G \rightarrow 0$, la corrente

$\bar{I}_0 = R\,\bar{E} \rightarrow 0$, ossia e la corrente per $\omega = \omega_0$ si può ritenere sarà nulla.

Il bipolo può essere utilizzato per filtrare segnali con frequenza f_0.

Andamento delle fasi: $\varphi = \arctan \dfrac{\omega C - \dfrac{1}{\omega L}}{R}$



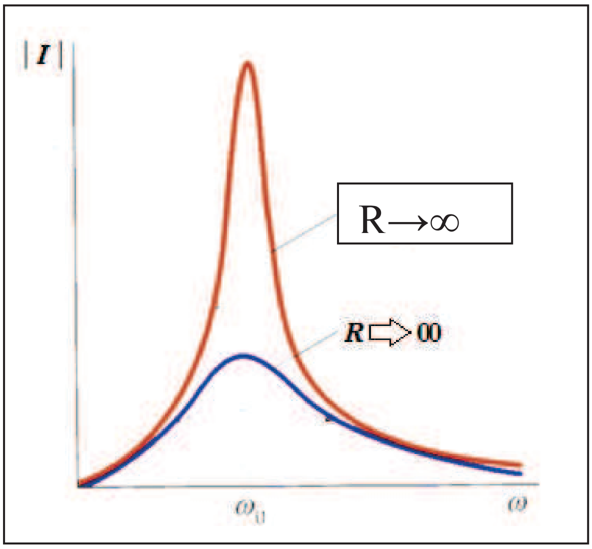
Infatti per:

- ✓ **f=0** $\qquad \varphi = \arctan \dfrac{0C - \dfrac{1}{0L}}{R} = \dfrac{0 - \infty}{R} = -\dfrac{\pi}{2}$

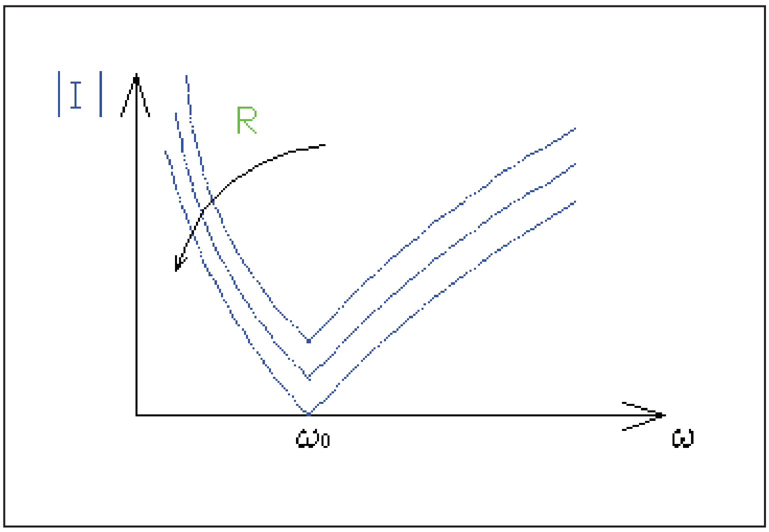
- ✓ **f=∞** $\qquad \varphi = \arctan \dfrac{\infty C - \dfrac{1}{\infty L}}{R} = \dfrac{\infty - 0}{R} = \dfrac{\pi}{2}$

- ✓ **f=f_0** $\qquad \varphi = \arctan \dfrac{\omega_0 C - \dfrac{1}{\omega_0 L}}{R} = \arctan \dfrac{0}{R} = 0$

Per la risonanza serie diminuendo la resistenza R, aumenta l'effetto di amplificazione del filtro passa banda serie infatti per la risonanza serie: $I_{MAX} = \frac{U}{R_i}$ e, al diminuire di R, aumenta $\mathbf{I_{MAX}}$.



Per la risonanza parallelo all'aumentare di R si aumenta l'effetto della attenuazione del filtro attenua banda parallelo, infatti $I_{min} = \frac{U}{R_i} = G_i U$, quindi all'aumentare di R, diminuisce $\mathbf{I_{min}}$.



La frequenza di risonanza f_0 si può variare, variando L o C essendo: $\boldsymbol{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$. In particolare se $\omega_0 C = \frac{1}{\omega_0 L} > G$ la corrente sull'induttanza e sulla capacità può essere superiore alla corrente che attraversa la resistenza R.

Analogamente in condizioni di risonanza parallelo il fattore di merito Q consente di calcolare il valore della corrente che attraversa il bipoli L e o C in funzione della corrente totale assorbita dal bipolo in condizioni di risonanza :

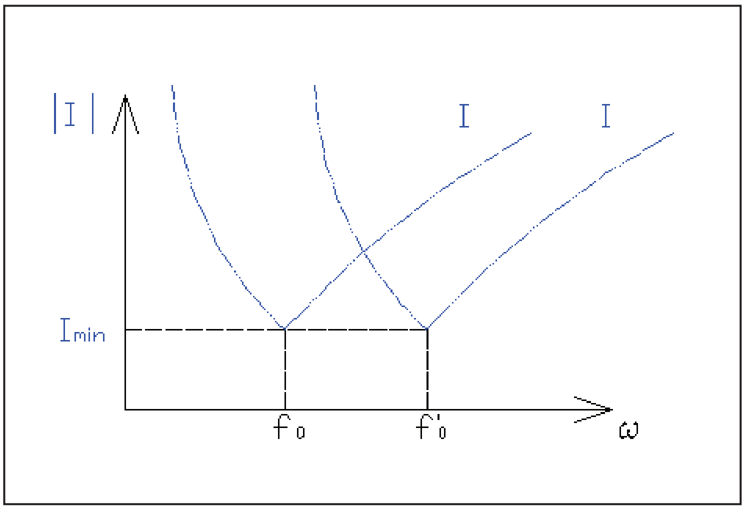
$$\bar{I}\Big|_{f=fo} = \bar{I}_{\mathrm{R}} = \frac{\bar{U}}{R} \qquad \bar{I}_L\Big|_{f=fo} = \left|\frac{\bar{U}}{j\omega_0 L}\right| = \bar{I}_C\Big|_{f=fo} = j\omega_0 C\bar{U}$$

$$\left.\begin{aligned} \left|\bar{I}_R\right| &= \left|\frac{\bar{U}}{R}\right| = \frac{U}{R} \\ \left|\bar{I}_L\right| &= \left|\frac{\bar{U}}{j\omega L}\right| = \frac{U}{\omega L} \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{\left|\bar{I}_L\right|}{\left|\bar{I}_R\right|} = \frac{R}{\omega_0 L} = Q_0 \rightarrow \left|\bar{I}_L\right| = Q_0 \cdot \bar{I}\Big|_{f=fo}$$

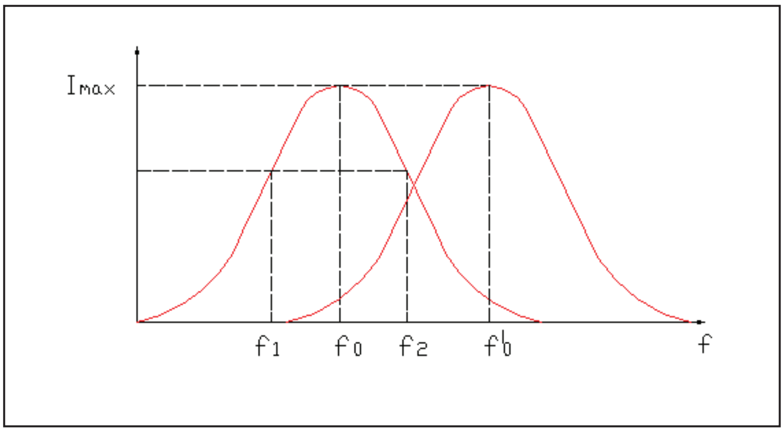
$$\boxed{\bar{I}_L\Big|_{f=fo} = \bar{I}_C\Big|_{f=fo} = Q_0 \cdot \bar{I}\Big|_{f=fo} = \frac{R}{\omega_0 L}\bar{I}\Big|_{f=fo} = R\sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \bar{I}\Big|_{f=fo}}$$

essendo $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Le risposte del circuito serie e parallelo (andamento della ***corrente –effetto*** in funzione della ***tensione-causa***), rilevano un comportamento elettrico duale.
Quando si alimenta il circuito a tensione costante e la resistenza non varia, la corrente $I_{MAX} = \dfrac{U}{R_i}$ per la risonanza serie e la corrente $I_{min} = \dfrac{U}{R_i} = G_i U$ per la risonanza parallelo, non varieranno al variare di **L** e **C** in quanto dipendono solo dalla resistenza.



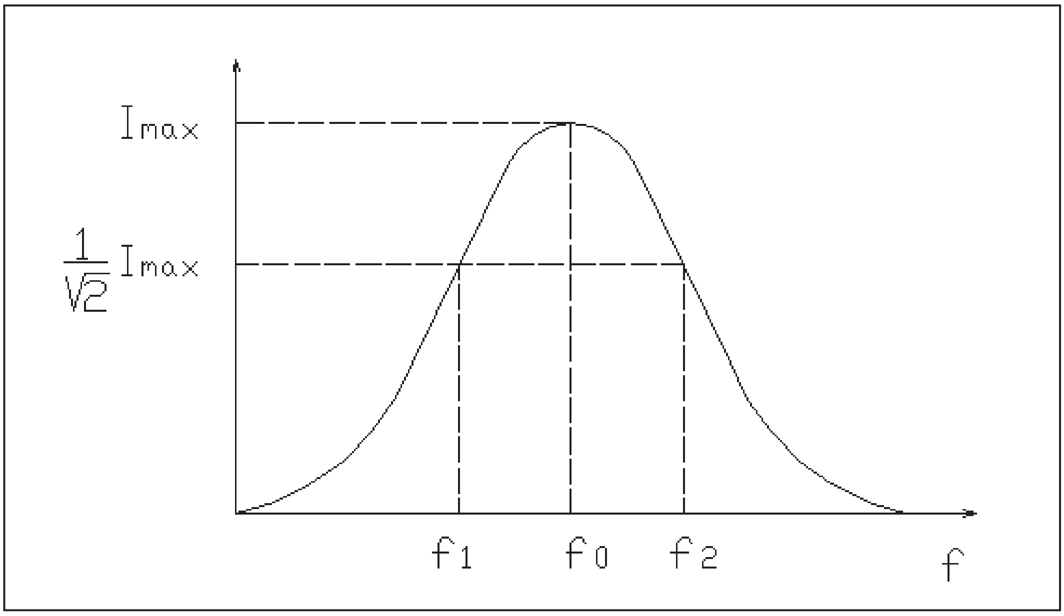
Risonanza parallelo



Risonanza serie

Per studiare la <u>selettività di un circuito risonante serie</u> occorre definire:

- ✓ la larghezza di banda $B = f_2 - f_1$
- ✓ le frequenze di taglio f_2 ed f_1



Per esempio in condizioni di <u>risonanza serie</u>: $\boldsymbol{I_{MAX} = \frac{U}{R}}$

In condizioni ordinarie: $$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}}$$

Ricordando che $C = \frac{1}{\omega_0{}^2 L}$ avremo:

$$I = \frac{U}{R\sqrt{1 + \frac{\omega_0{}^2 L^2}{R^2}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} = \frac{U}{R\sqrt{1 + Q_0{}^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

(15)

Le frequenze di taglio si determinano imponendo:

$$\frac{I}{I_{MAX}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \text{da cui} \qquad \frac{1}{\sqrt{1 + Q_0^{\,2}\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{I_{MAX}}{I} = \sqrt{2} = \sqrt{1 + Q_0^{\,2}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$$

Si osservi che i due risultati non hanno lo stesso scostamento dalla frequenza di risonanza in quanto la curva di risonanza non è esattamente simmetrica.

Elevando al quadrato 1° e 2° membro dell'equazione:

$$2 = 1 + Q_0^{\,2}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 = 1 + Q_0^{\,2}\left(\frac{\omega^2 - \omega_0^{\,2}}{\omega\omega_0}\right)^2 \cong$$

$$\cong 1 + Q_0^{\,2}\left(\frac{2(\omega - \omega_0)}{\omega_0}\right)^2$$

N.B. L'approssimazione è valida per $f \cong f_0$ e quando la curva è sufficientemente appuntita.

In particolare nei casi in cui $Q_0 > 10$ (quando la banda passante risulta sufficientemente piccola) si possono calcolare le frequenze di taglio tramite un'espressione semplificata, perché si considera la curva di risonanza simmetrica rispetto alla frequenza di risonanza nel suo intorno:

$$2-1 = Q_0^{\,2}\left(\frac{\omega^2-\omega_0^{\,2}}{\omega\omega_0}\right)^2$$ da cui risulta:

$$\pm 1 = Q_0\left(\frac{\omega^2-\omega_0^{\,2}}{\omega\omega_0}\right). \qquad (16)$$

Risolvendo l'equazione si ottengono 4 soluzioni per ω, 2 positive e 2 negative; ovviamente hanno significato fisico le soluzioni positive relative a valori di frequenza positivi.

Attraverso passaggi matematici si ottengono le seguenti soluzioni:

$$\omega_{12} = \omega_0 \pm \frac{\omega_0}{2Q_0}$$ in termini di pulsazione (17)

$$f_{12} = f_0 \pm \frac{f_0}{2Q_0}$$ in termini di frequenza (18)

Per un determinato valore di ω_0, all'aumentare di Q_0 l'ampiezza di banda diminuisce.

CONDIZIONI DI RISONANZA PER UN GENERICO BIPOLO.

In generale per un bipolo passivo costituito da resistenze, induttanze e capacità diversamente collegate, si possono definire:

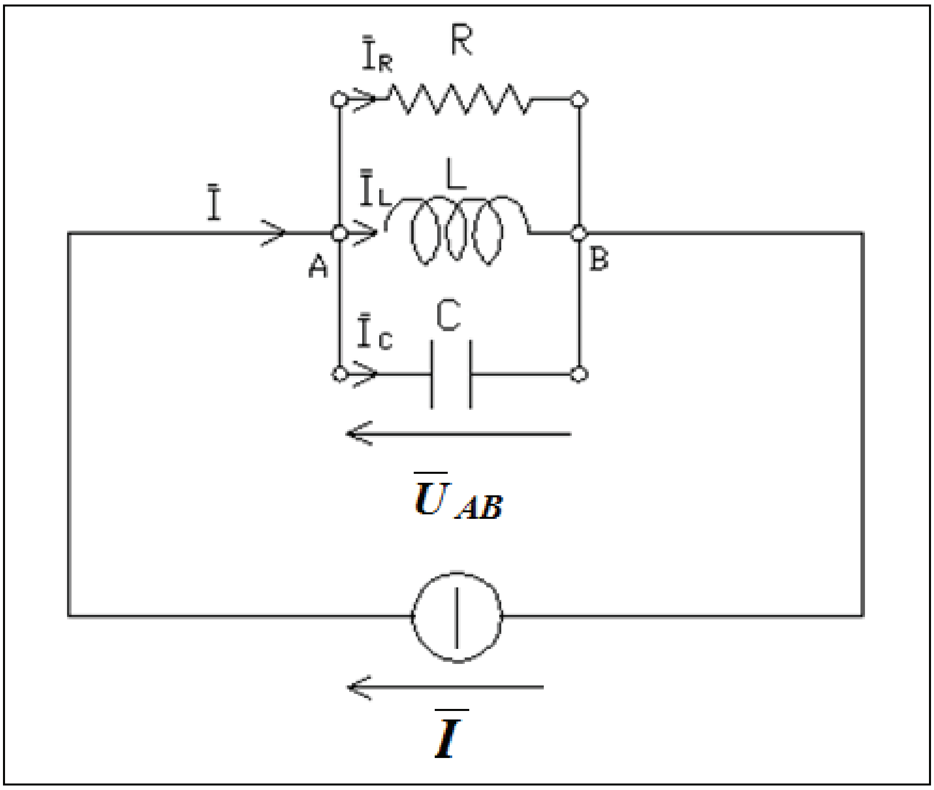
- le condizioni di risonanza serie dallo studio del comportamento elettrico della impedenza equivalente serie RLC al variare della frequenza

o

- le condizioni di risonanza parallelo dallo studio del comportamento elettrico della ammettenza equivalente parallelo al variare della frequenza

  Quindi un circuito passivo con componenti L e C, alimentato a tensione costante con frequenza variabile da [0÷∞] può presentare più punti di risonanza che possono essere di tipo serie, con valori massimi della corrente, e di tipo parallelo, con valori minimi della corrente.

RISONANZA PARALLELO: <u>ottenuta imprimendo un segnale di corrente I costante in modulo e frequenza variabile</u>



Il generatore di corrente $\overline{I}$ ha frequenza variabile.

Relazioni in termini di ammettenze:

$$\overline{I} = \dot{Y}\,\overline{U}_{AB} \tag{8}$$

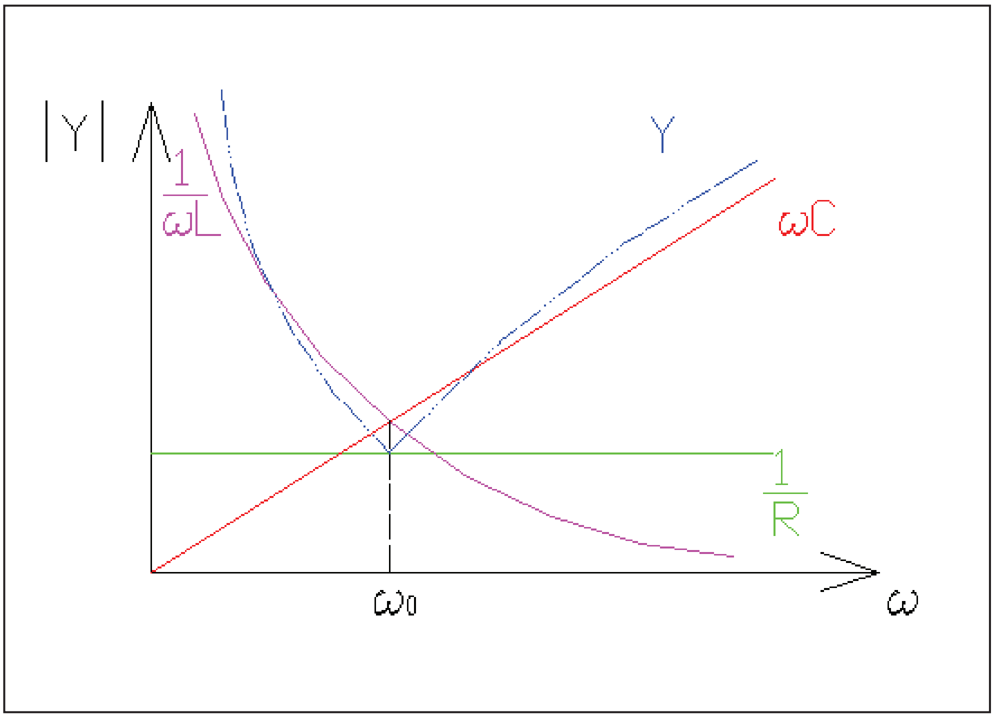
$$\dot{Y}_L = -j\frac{1}{\omega L} \tag{9}$$

$$\dot{Y}_C = j\omega C \tag{10}$$

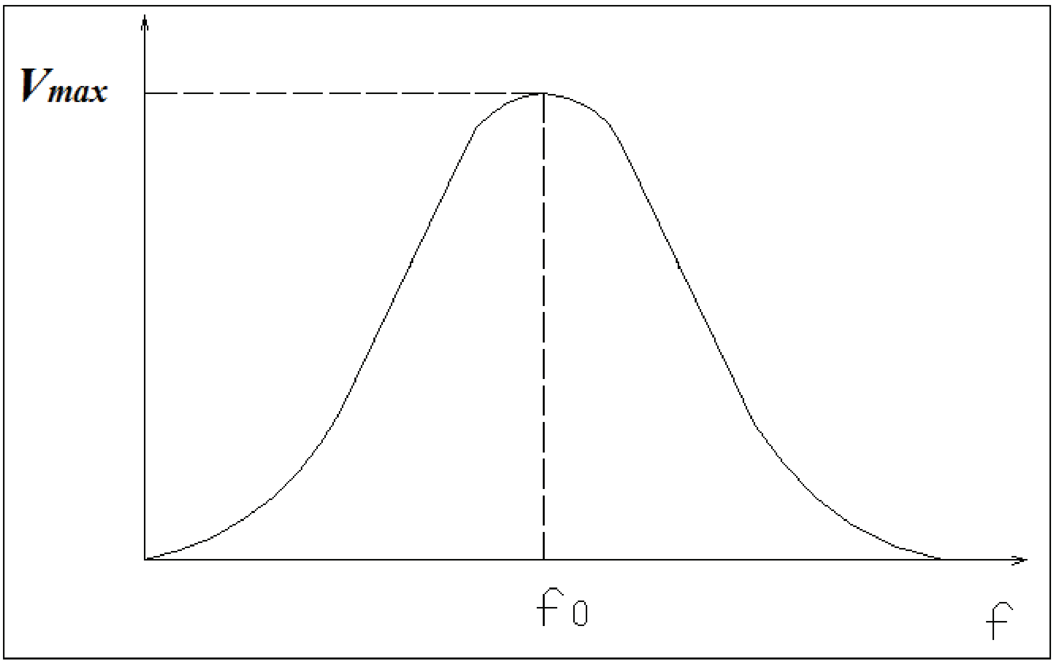
$$\dot{Y}_R = \frac{1}{R} \tag{11}$$

$$\dot{Y} = \frac{1}{R} - j\frac{1}{\omega L} + j\omega C \qquad (12)$$

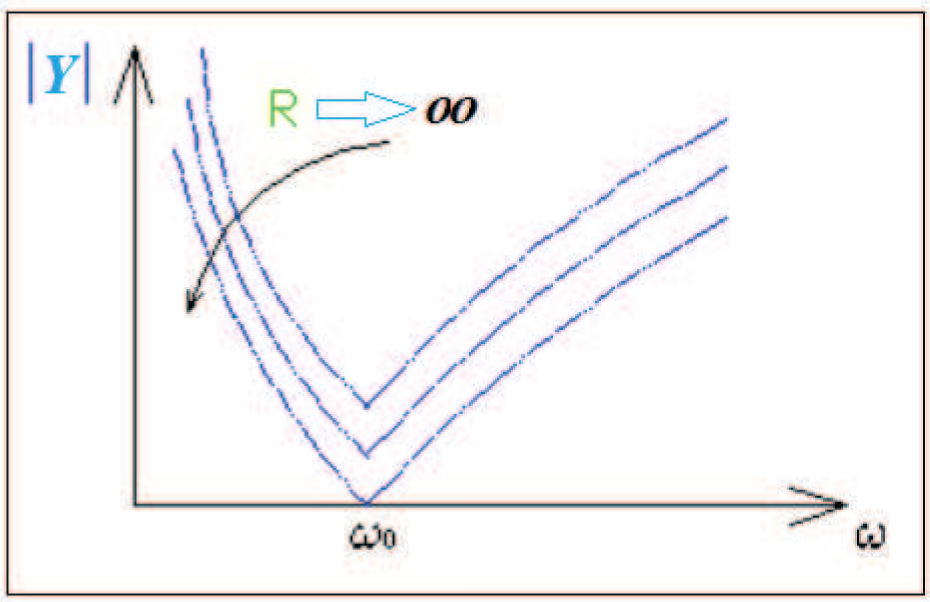
Andamento del modulo della resistenza e delle reattanze



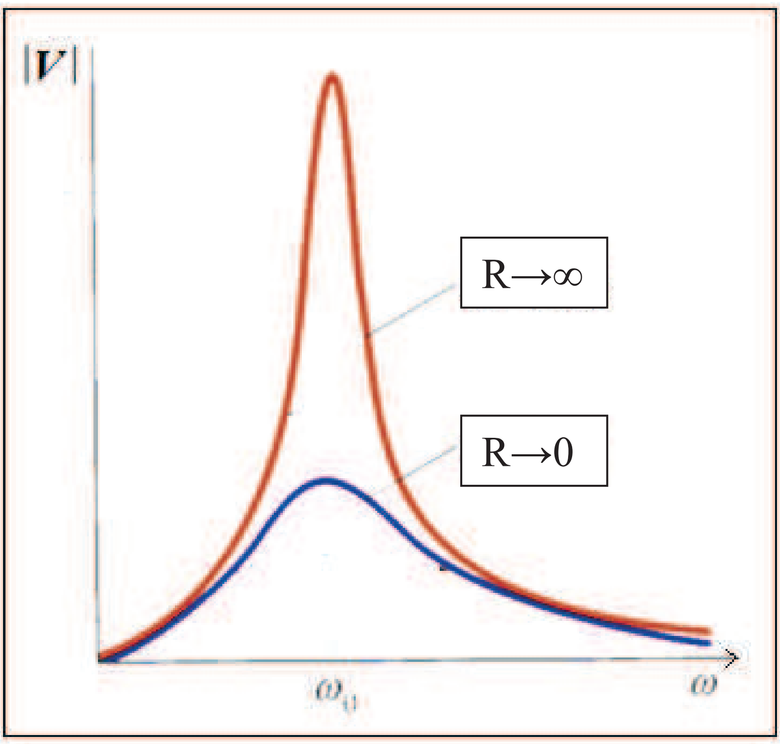
La tensione $\overline{U}_{AB} = \overline{I} / \dot{Y}$ per $\left| \overline{I} \right| =$ costante, varierà al variare della frequenza e sarà massima per la pulsazione $\omega=\omega_0$



Per R che tende a infinito (G=0) il valore dell'ammettenza in condizioni di risonanza è nullo.

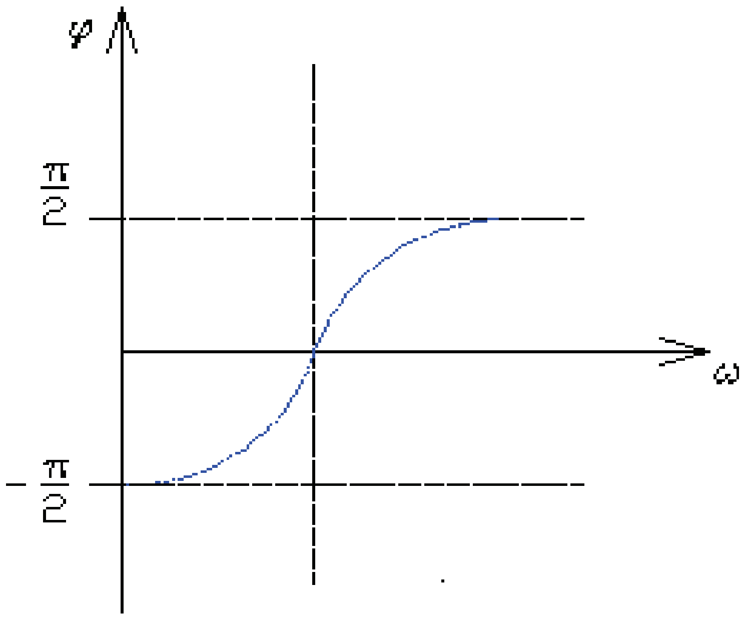


Inoltre, se R→∞, la tensione $\overline{U}_{AB}$, in condizioni di risonanza per $\omega=\omega_0$, sarà infinita, mentre per R→0 sarà nulla (cortocircuito).



Il bipolo può essere utilizzato per filtrare segnali con frequenza f_0.

Andamento delle fasi.



Per calcolare la fase φ si può calcolare la fase dell'ammettenza e considerare il reciproco.

Infatti se:

$$\angle Y = \arctan \frac{\omega C - \dfrac{1}{\omega L}}{R}$$

✓ **f=0** $$\angle Y = \arctan \frac{0C - \dfrac{1}{0L}}{R} = \frac{0-\infty}{R} = -\frac{\pi}{2}$$

✓ **f=∞** $$\angle Y = \arctan \frac{\infty C - \dfrac{1}{\infty L}}{R} = \frac{\infty - 0}{R} = \frac{\pi}{2}$$

✓ **f=f$_0$** $$\angle Y = \arctan \frac{\omega_0 C - \dfrac{1}{\omega_0 L}}{R} = \arctan \frac{0}{R} = 0$$

- per $\omega<\omega_0$ l'impedenza sarà prevalentemente ohmico-induttiva mentre
- per $\omega>\omega_0$ l'impedenza sarà prevalentemente ohmico-capacitiva

Chiaramente la frequenza di taglio f_0 si può variare, variando L o C essendo:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{14}$$

Se $\omega_0 C = \dfrac{1}{\omega_0 L} > G$ la corrente sull'induttanza e sulla capacità può essere superiore alla corrente che attraversa la resistenza R.

Un aumento di **L** o di **C** farà diminuire la frequenza di taglio, viceversa una riduzione di **L** o **C** la farà aumentare.
Il fattore di merito Q_0 di un circuito risonante alla frequenza f_o, è definito come il rapporto tra l'energia immagazzinata nel circuito e quella dissipata nel circuito alla frequenza f_0 di risonanza.