

Università degli Studi di Trieste
Facoltà di Ingegneria

APPUNTI del CORSO di ELETTROTECNICA

Campo magnetico

prof. ing. Stefano Longhi

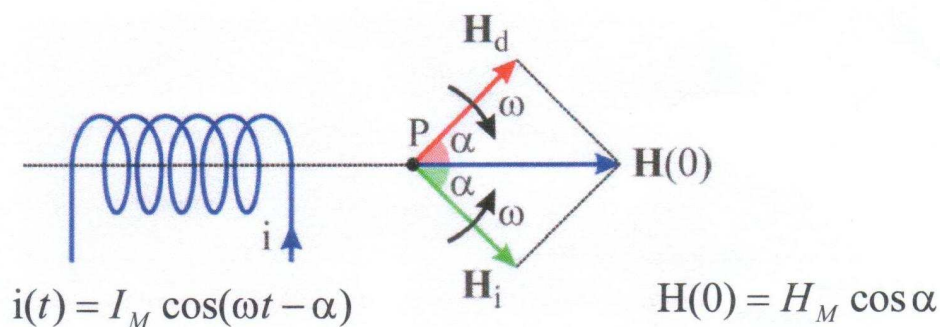
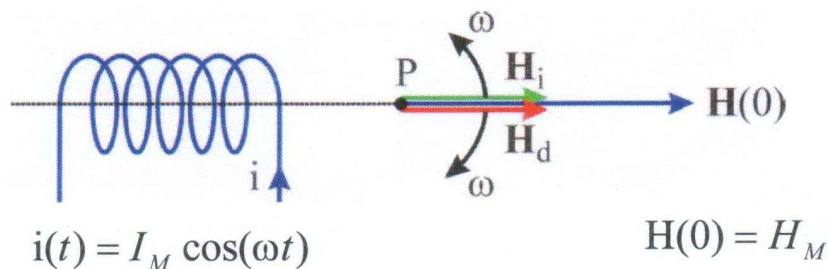
a.a. 2017-2018

Introduzione

- campo magnetico con intensità costante che ruota attorno ad un asse con velocità angolare costante ω
- Un campo magnetico rotante può essere prodotto facendo ruotare a velocità angolare costante un magnete permanente oppure un solenoide percorso da corrente costante
- Un campo magnetico rotante può essere anche generato da un insieme di avvolgimenti fissi opportunamente disposti e percorsi da correnti sinusoidali opportunamente sfasate tra loro

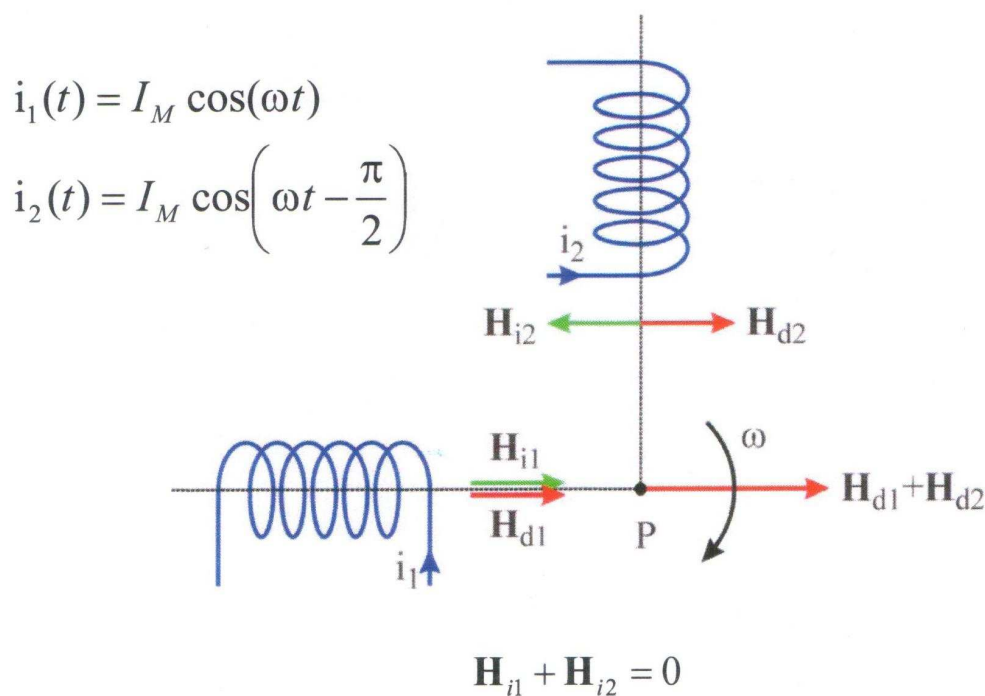
Campi controrotanti

- Solenoide percorso da corrente sinusoidale:
 $i(t) = I_M \cos(\omega t)$
- Il campo magnetico ha direzione assiale:
 $H(t) = H_M \cos(\omega t)$
- può essere scomposto nella somma di due vettori rotanti con velocità angolare e modulo $H_M/2$:
 - $\mathbf{H}_d$ campo diretto
 - $\mathbf{H}_i$ campo inverso



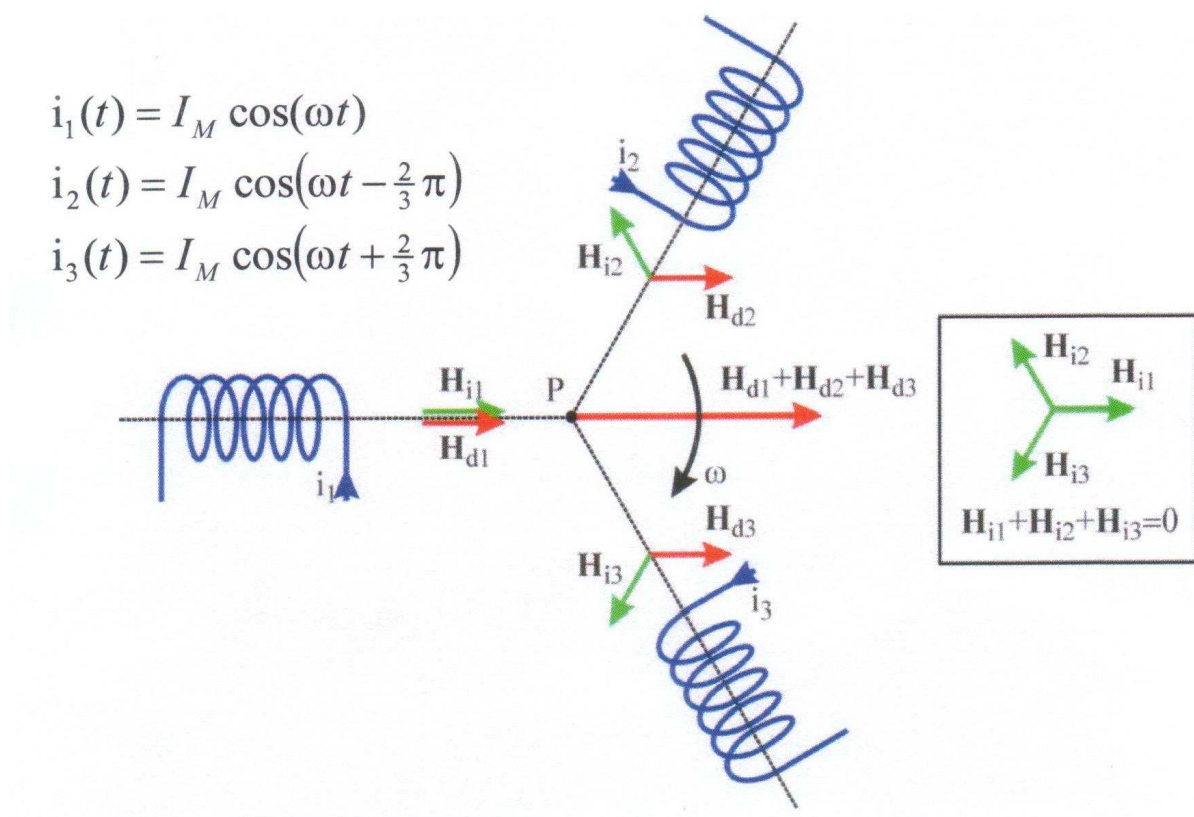
Campo magnetico rotante prodotto da due correnti in quadratura

- Con due solenoidi posti a novanta gradi e percorsi da due correnti alternate in quadratura si ottengono due campi magnetici diretti che si sommano e due inversi che si elidono. Si produce quindi un campo magnetico rotante



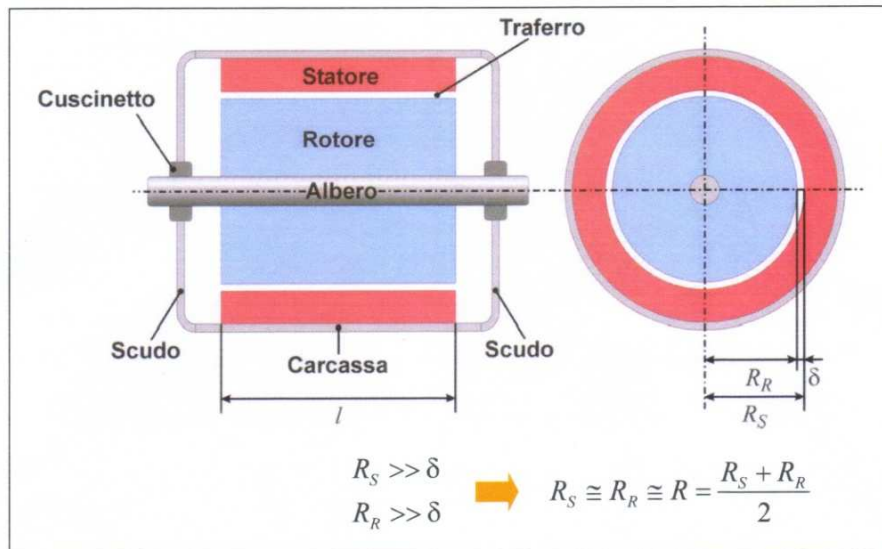
Campo magnetico rotante

- un campo rotante può essere ottenuto mediante tre solenoidi identici ruotati di 120° e alimentati da una terna diretta di correnti trifase equilibrate



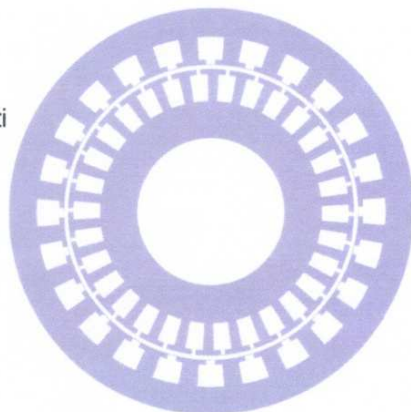
Struttura di una macchina

Struttura di una macchina rotante



Struttura di una macchina rotante

- Lo statore e il rotore sono costituiti da lamierini di materiale ferromagnetico sovrapposti
- I lamierini hanno forma di corona circolare e recano una serie di cave nelle quali hanno sede gli avvolgimenti

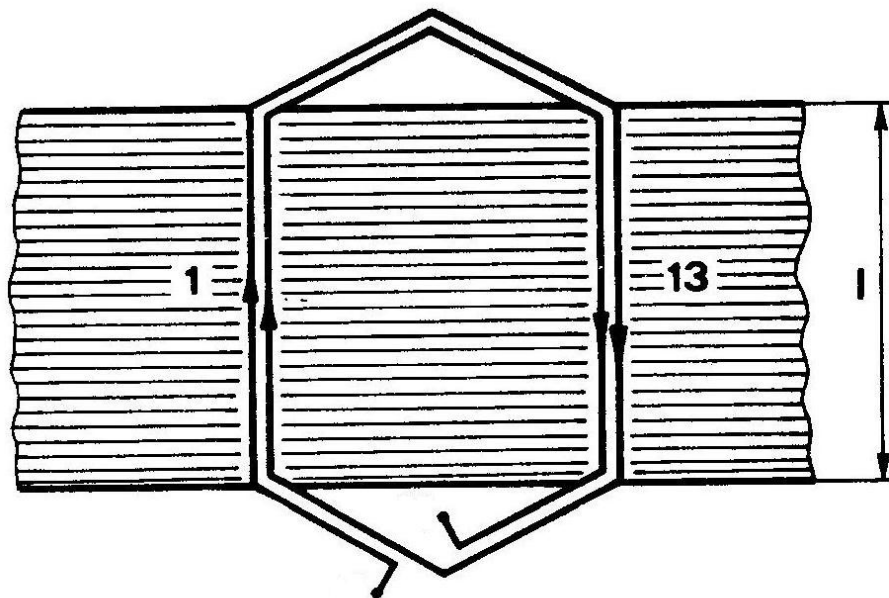


Avvolgimenti di statore

- p : numero di coppie polari
 - $2p$ settori
- τ : passo polare $\left(\tau = \frac{2\pi R}{2p} \right)$
- $m=3$: numero di fasi
 - Ciascun settore è diviso in m parti
- q : numero di cave per polo e per fase
- L'avvolgimento è formato da spire aventi due lati rettilinei (attivi) paralleli all'asse della macchina. I lati attivi passano attraverso due cave poste alla distanza di un passo polare.
- n : numero di conduttori per cava
- L'avvolgimento è formato da matasse di n spire, collegate in serie, con i lati attivi che occupano due cave nella stessa posizione in due poli adiacenti
- $N_c = 2 p q m$ (numero totale di cave)
- $N = 2 p q n$ (numero tot. di cond. per fase)
- $N_s = \frac{1}{2} N$ (numero totale di spire per fase)

Definizione di matassa

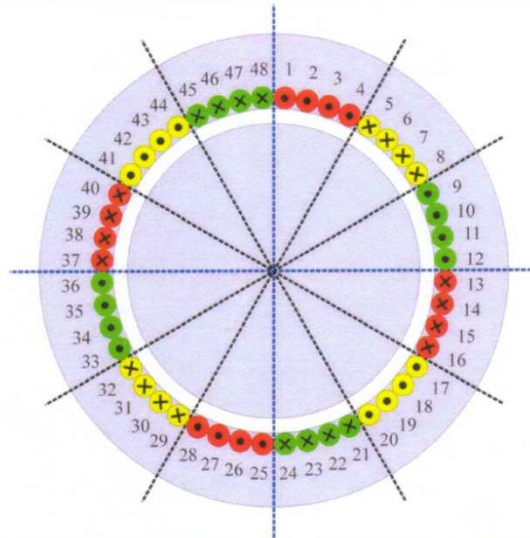
- matassa: formata da n spire in serie che attraversano due determinate cave (1 e 13 nell'esempio); ogni spira ha due lati rettilinei nelle cave (lati attivi) e due tratti esterni alle cave (testate)



Avvolgimenti di statore (2)

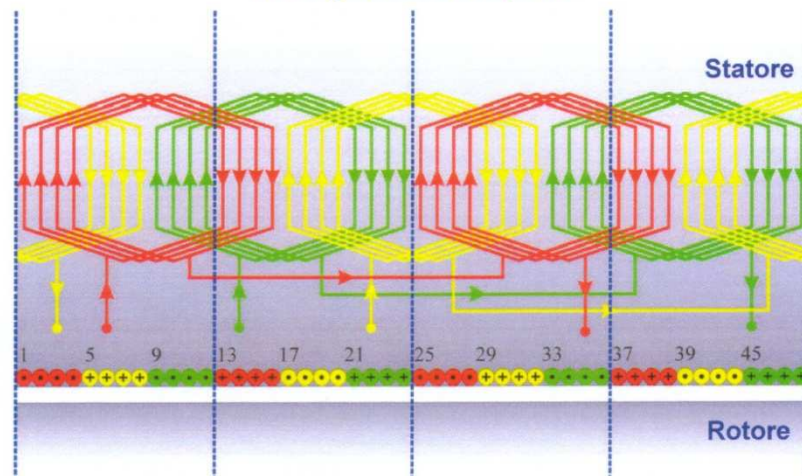
Avvolgimenti di statore

$p = 2$
 $m = 3$
 $q = 4$



Avvolgimenti di statore

Avvolgimento completo



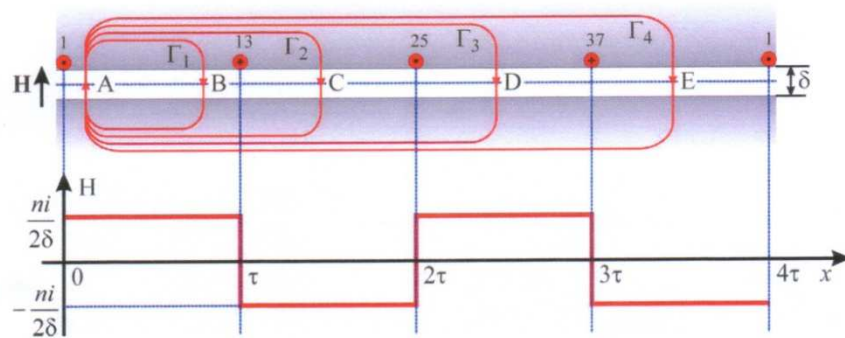
Ipotesi sul campo magnetico

- La permeabilità del ferro è infinita ($H = 0$ all'interno del ferro, la tangente di H sulle superfici delimitanti il traferro è nulla)
- La distribuzione del campo magnetico è identica in tutti piani perpendicolari all'asse della macchina (non ci sono effetti di bordo)
- L'andamento del campo è radiale nel traferro (si trascurano le deformazioni del campo in prossimità delle cave)

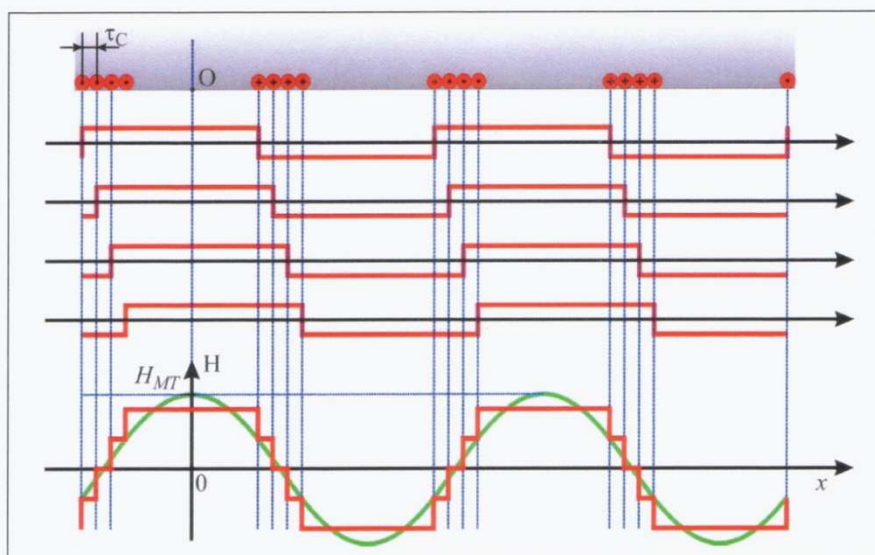
Campo generato da una fase

Campo generato da una fase con una cava per polo

Andamento del campo magnetico



Campo generato da una fase



Campo generato da una fase (2)

- Il campo magnetico generato da una corrente i si può approssimare con una sinusoide con periodo $X = 2\tau$ ($\pi X/\tau = 2\pi \rightarrow X = 2\tau$), avendo posto l'origine in un punto centrale della fase:

$$H(x) = H_{MT} \cos\left(\frac{\pi x}{\tau}\right)$$

$$H_{MT} = k_a q H_{M1}, H_{M1} = \frac{2}{\pi} \frac{ni}{\delta}$$

- H_{M1} : rappresenta l'ampiezza della prima armonica del campo prodotto da una fase con una cava per polo
- k_a : fattore di avvolgimento (< 1) tiene conto degli sfasamenti dovuti alla posizione delle diverse cave

Campo magnetico pulsante

- Se $i(t) = I_M \cos(\omega t)$

$$\bullet \begin{cases} H(x, t) = H_{MM} \cos(\omega t) \cos\left(\frac{\pi x}{\tau}\right) \\ H_{MM} = \frac{2}{\pi} k_a \frac{nq}{\delta} I_M \end{cases}$$

- In ogni punto del traferro il campo varia con legge sinusoidale
- In ogni istante il campo varia con legge sinusoidale lungo il traferro
- $H(x, t)$ è un campo magnetico stazionario pulsante (notare che ci sono dei punti in cui il campo è sempre nullo, ovvero quando $\cos(\pi x/\tau)$ è uguale a zero)

Campi controrotanti

- Scomponiamo il campo $H(x,t)$ nella somma di due campi controrotanti, diretto e inverso:

$$\begin{aligned}
 H(x,t) &= H_{MM} \cos(\omega t) \cos\left(\frac{\pi x}{\tau}\right) = \\
 &= \frac{1}{2} H_{MM} \cos\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau}\right) + \frac{1}{2} H_{MM} \cos\left(\omega t + \frac{\pi x}{\tau}\right) = \\
 &= \frac{1}{2} H_{MM} \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right] + \frac{1}{2} H_{MM} \cos\left[\omega\left(t + \frac{x}{v}\right)\right] = \\
 &= H_d(x,t) + H_i(x,t)
 \end{aligned}$$

$$\omega t - \frac{\pi x}{\tau} = K$$

$$\text{se per } t = 0, \quad x = x_0 \rightarrow K = -\frac{\pi x_0}{\tau}$$

$$\rightarrow \omega t - \frac{\pi x}{\tau} = -\frac{\pi x_0}{\tau} \rightarrow x = \frac{\omega \tau}{\pi} t + x_0$$

$$\rightarrow v = \frac{\omega \tau}{\pi}$$

Campi controrotanti (2)

- Il campo diretto H_d si muove nel verso delle x crescenti (in senso orario) con velocità v
- La velocità angolare ω_c del campo rotante è legata alla pulsazione ω :

$$\omega_c = \frac{v}{R} = \frac{\omega \tau}{\pi R} = \frac{\omega}{p}$$

- Il numero di giri al minuto è

$$n_c = \frac{60}{2\pi} \omega_c = \frac{60}{p} f$$

- Per $f = 50$ Hz $\rightarrow n_c = 3000/p$

Campo generato da un avvolgimento trifase

- Se le correnti formano una terna trifase diretta equilibrata, anche i campi magnetici generati dalle correnti avranno gli stessi sfasamenti
- I campi inversi si annullano, perché formano una terna simmetrica, mentre i diretti si sommano a formare un campo magnetico rotante diretto (I valore efficace)

$$H(x, t) = H_{d1}(x, t) + H_{d2}(x, t) + H_{d3}(x, t) = \\ = H_M \cos\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau}\right)$$

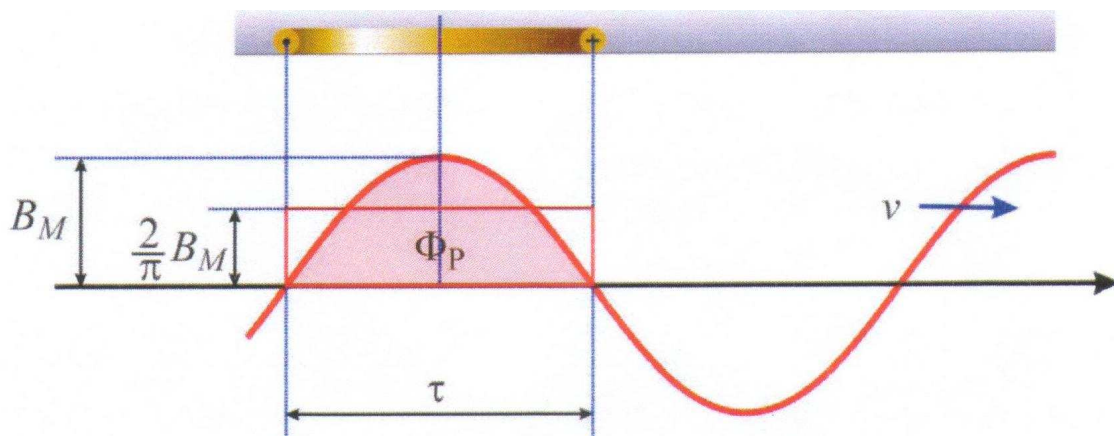
$$H_M = \frac{3}{2} H_{MM} = \frac{3}{\pi} k_a \frac{nq}{\delta} I_M = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} k_a \frac{nq}{\delta} I$$

- Il valore efficace H è:

$$H = \frac{3}{\pi} k_a \frac{nq}{\delta} I$$

Flusso per polo

- Consideriamo una spira di larghezza pari al passo polare sullo statore
- Il flusso dovuto al campo rotante concatenato con la spira varia sinusoidalmente
- Il valore massimo del flusso per polo Φ_p coincide con il massimo flusso del campo magnetico attraverso la superficie di un polo ($t = 0$)



Flusso per polo (2)

- Il flusso per polo vale ($t = 0$):

$$\begin{aligned}\Phi_P &= \int_{-\tau/2}^{\tau/2} B_M \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x\right) l dx = l \frac{\tau}{\pi} B_M \left[\sin\left(\frac{\pi}{\tau} x\right) \right]_{-\tau/2}^{\tau/2} = \\ &= \frac{2}{\pi} B_M l \tau = \frac{2}{\pi} \mu_0 H_M l \tau\end{aligned}$$

- Moltiplicando ambo i termini di Φ_p per δ e utilizzando i valori efficaci Φ e H

$$\begin{aligned}\delta \Phi &= \delta \frac{2}{\pi} \mu_0 H l \tau \\ \frac{\pi \delta}{2 \mu_0 l \tau} \Phi &= \delta H \left(= \frac{3}{\pi} k_a n q l \right)\end{aligned}$$

- Ponendo $\mathfrak{R}_t = \frac{\pi \delta}{2 \mu_0 l \tau}$ e $\delta H = As$ si ottiene

$$\mathfrak{R}_t \Phi = As$$

f.e.m. indotta in una fase dal campo rotante

- La f.e.m. indotta in una spira (ideale) avente il centro coincidente con il centro della fase (spira centrale) è (valori efficaci)

$$\mathbf{e} = -j\omega\Phi$$

- In tutte le spire di una fase che occupano le q cave di una coppia di poli adiacenti

$$\mathbf{E}_p = k_a q n \mathbf{e} = -j\omega k_a q n \Phi$$

dove k_a : fattore di avvolgimento

- In una fase con p poli, la f.e.m. indotta è

$$\mathbf{E} = p \mathbf{E}_p = -j\omega k_a p q n \Phi = -j\omega k_a \frac{N}{2} \Phi$$

dove N : numero totale di conduttori per fase