

Esercizi di IGS2

March 22, 2018

1. Sia $f : X \rightarrow Y$ un'applicazione continua di spazi topologici. Si dimostri che se X è irriducibile allora $f(X)$ è irriducibile.
2. Siano $X \subseteq Y \subseteq \mathbb{A}^n$ chiusi di Zariski. Si dimostri che ogni componente irriducibile di X è contenuta in una componente irriducibile di Y .
3. Sia $X \neq \emptyset$ uno spazio topologico. Si dimostri che X è irriducibile \iff ogni aperto $U \neq \emptyset$ è connesso.

4. Sia $X \neq \emptyset$ uno spazio topologico irriducibile. Si dimostri che per ogni coppia $U \neq \emptyset$ e $V \neq \emptyset$ di aperti si ha

$$U \cap V \neq \emptyset.$$

5. Si dia un esempio di chiusi irriducibile affini la cui intersezione è riducibile.

6. Sia X uno spazio topologico e sia $\{U_\alpha\}_{\alpha \in A}$ un ricoprimento aperto tale che

$$U_\alpha \cap U_\beta \neq \emptyset. \quad \forall \alpha, \beta \in A,$$

e tale che U_α è irriducibile per ogni $\alpha \in A$. Si dimostri che X è irriducibile.

7. Sia X uno spazio topologico di Hausdorff e noetheriano, Si dimostri che X è uno spazio finito con la topologia discreta.