

Foglio 2

1. Calcolare l'integrale

$$\int_{\Sigma} z \, d\sigma$$

dove Σ è la porzione di superficie di equazione $z = xy$ che si proietta in $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \sqrt{3}x, \quad x^2 + y^2 \leq 1\}$.

2. Calcolare l'area della superficie Σ intersezione della sella $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x \cdot y\}$ con il solido cilindrico $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 4\}$.
3. Calcolare l'integrale superficiale

$$\int_{\Sigma} (3z - 1) \, d\sigma$$

dove Σ è la porzione di ellissoide di equazione $x^2 + y^2 + \frac{z^2}{2} = 1$ racchiusa nel cilindro $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq \frac{1}{4}\}$.

4. Si consideri la superficie cartesiana Σ di equazione $(x, y, f(x, y))$, $(x, y) \in T$ con $f(x, y) = x^3 - \sin(y)$ e dove T è il triangolo di vertici $A(3, 0)$, $B(0, 2)$, $C(0, -1)$. Sia $g(x, y, z) = (z + \sin(y))(1 + 9x^4 + \cos^2(y))^{-\frac{1}{2}}$, calcolare

$$\int_{\Sigma} g \, d\sigma$$

5. Sia Σ la superficie ottenuta attraverso una rotazione attorno all'asse z del grafico di

$$x(z) = 1 - \sqrt{1 - z^2} \quad , \quad z \in (-1, 1) \text{ .}$$

Calcolare l'area di Σ .

6. Calcolare

$$\int_{\Sigma} f \, d\sigma$$

dove $f(x, y, z) = z^4$ e dove Σ è la porzione di cono $z^2 = x^2 + y^2$ tra i piani $z = 1$ e $z = 3$.

7. Sia Σ la superficie costituita dal bordo del dominio

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -1 < z < -x^2 - y^2\} \text{ .}$$

Calcolare il flusso uscente da Σ del campo vettoriale $F(x, y, z) = (x, y, z^2)$.