

# meccanica delle vibrazioni

## laurea magistrale ingegneria meccanica

### parte 7 analisi del segnale

# Analisi del segnale

si toccheranno i seguenti argomenti:

- introduzione DSP
- terminologia e classificazione segnali
- conversione AD DA / quantizzazione nel dominio tempo e ampiezza
- trasformazione di dominio dal tempo alla frequenza (e viceversa)
- proprietà delle trasformate di Fourier
- funzioni particolari nel dominio del tempo e della frequenza
- analisi dei sistemi lineari
- stima delle funzioni di risposta in frequenza di sistemi lineari
- tecniche di eccitazione di sistemi lineari
- ...

<http://www.dspguide.com/>

per esempio

# Analisi del segnale - introduzione

Cos'è l'analisi del segnale?

Perché è così importante?

Perché è così utile?

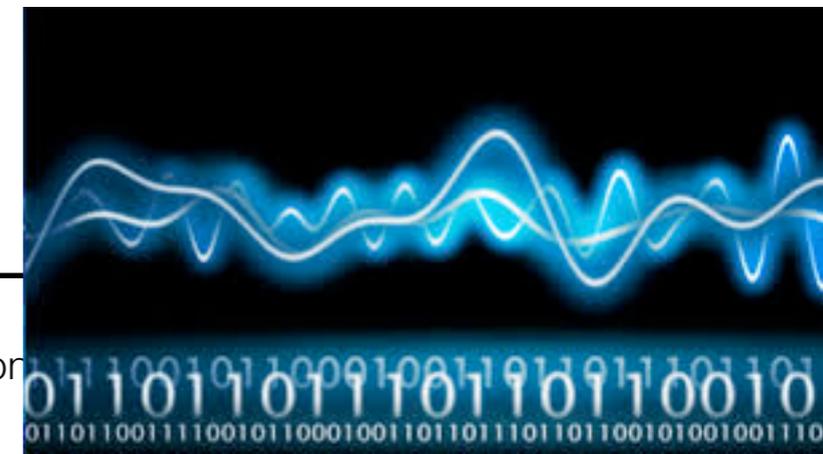


## **DSP** - Digital Signal Processing

Digital > si occupa di segnali digitali (numeri discreti..non continui)  
richiederà utilizzo di computer per elaborare quantità discrete

Signal > quantità che trasportano informazioni  
qualsiasi grandezza misurabile, Temperatura, ECG, altezza onde..

Processing > elaborazioni per estrarre le informazioni  
filtraggio, de-trending, operazioni matematiche, statistica,  
trasformate, antitrasformate...



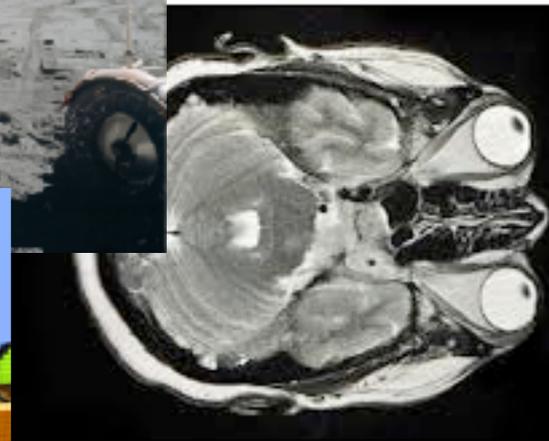
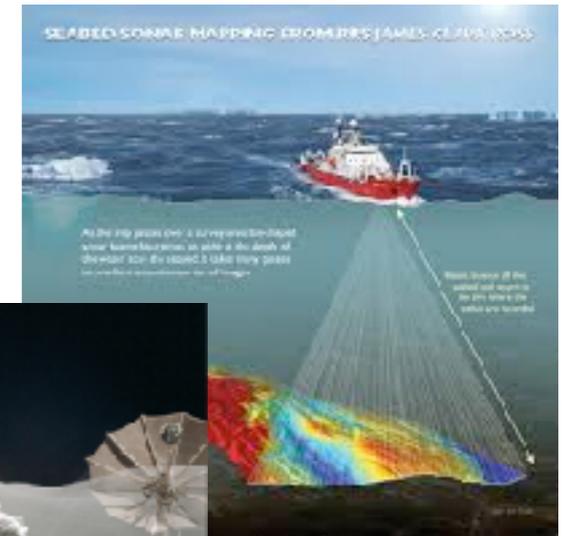
# Analisi del segnale - introduzione

..nascita negli anni '60 (sviluppo pc)

- radar e sonar (militare / strategico)
- esplorazione petrolifera (economia)
- esplorazione intergalattica (dati irriproducibili)
- immagine medica (salvare vite umane)

..esplosione anni '90 (wearable pc)

- lettori CD / mp3
- portatili/ cellulari/ tablet..
- riconoscimento / generazione vocale
- imaging (foto/video)...
- gaming
- ...

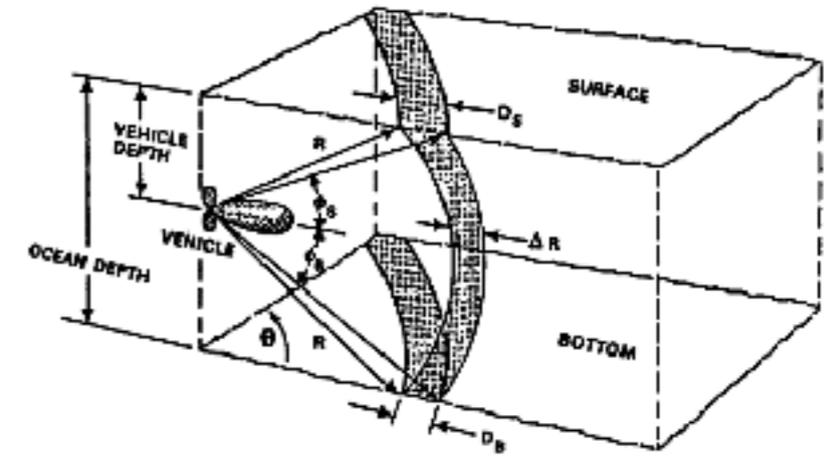


# Analisi del segnale - introduzione

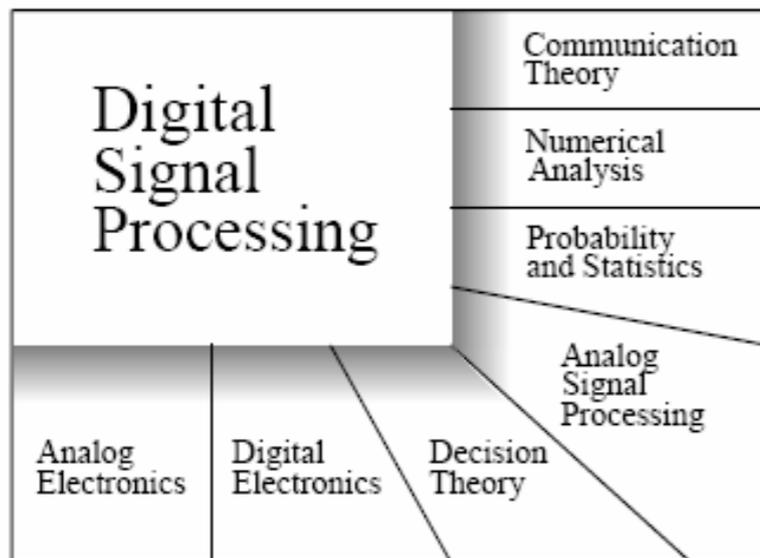
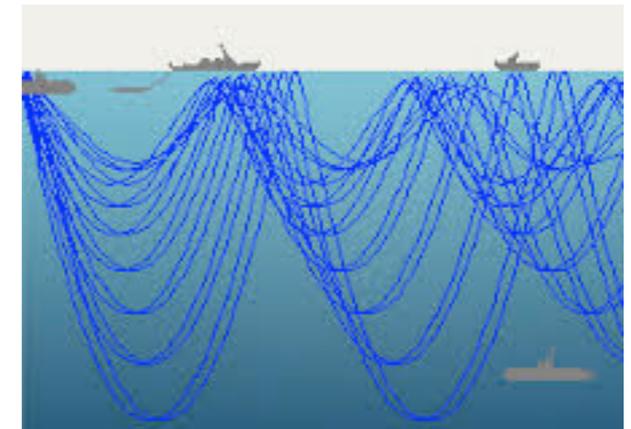
..DSP è multidisciplinare..  
gli algoritmi specifici sono per specialisti

**ma**

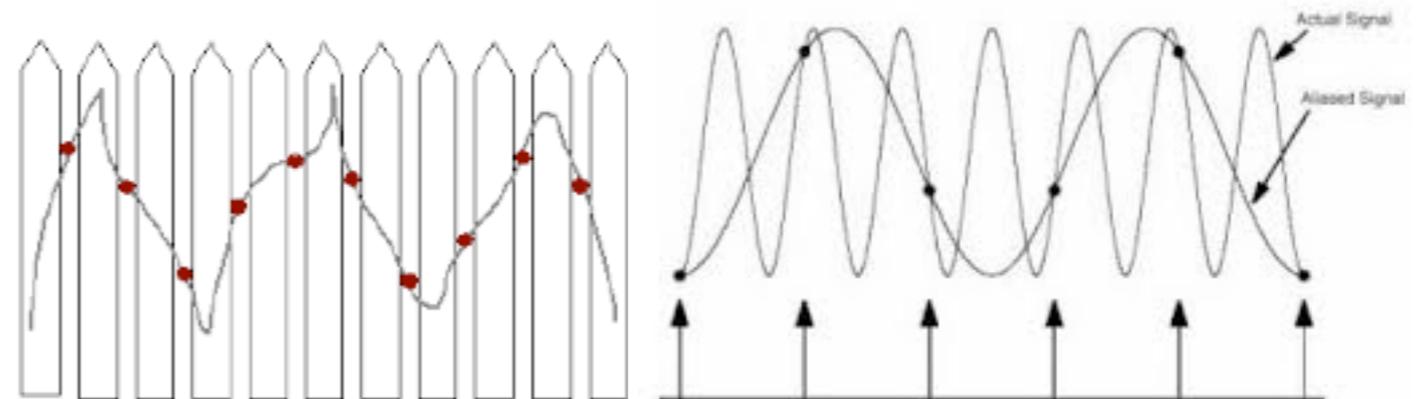
gli aspetti fondamentali possono essere capiti senza  
l'utilizzo di formule...



Modello per propagazione onde sonore in acqua



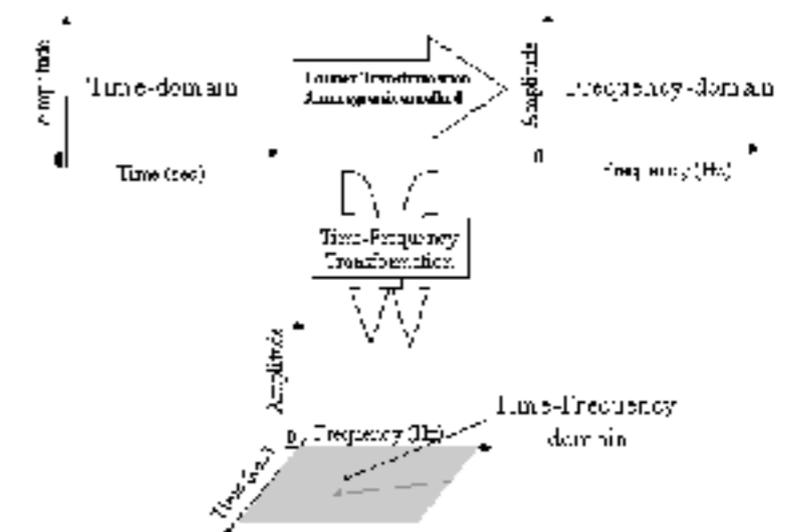
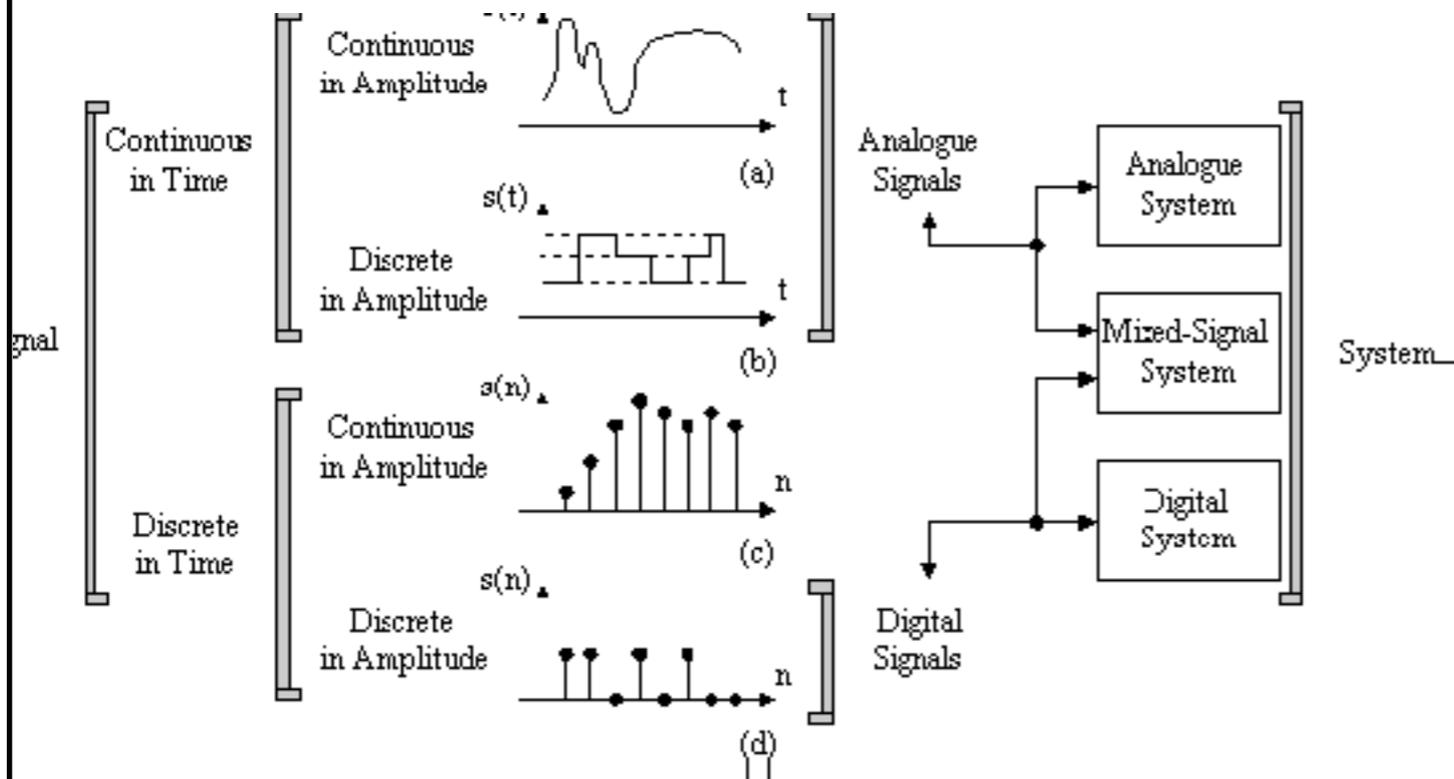
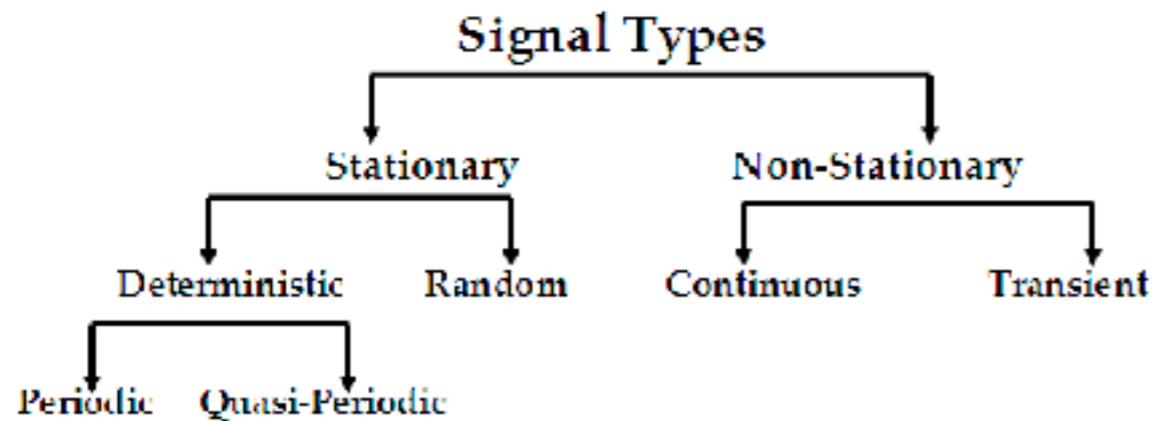
Rappresentazione dell'effetto di campionamento



# Analisi del segnale - classificazione

..diverse metodologie di classificazione

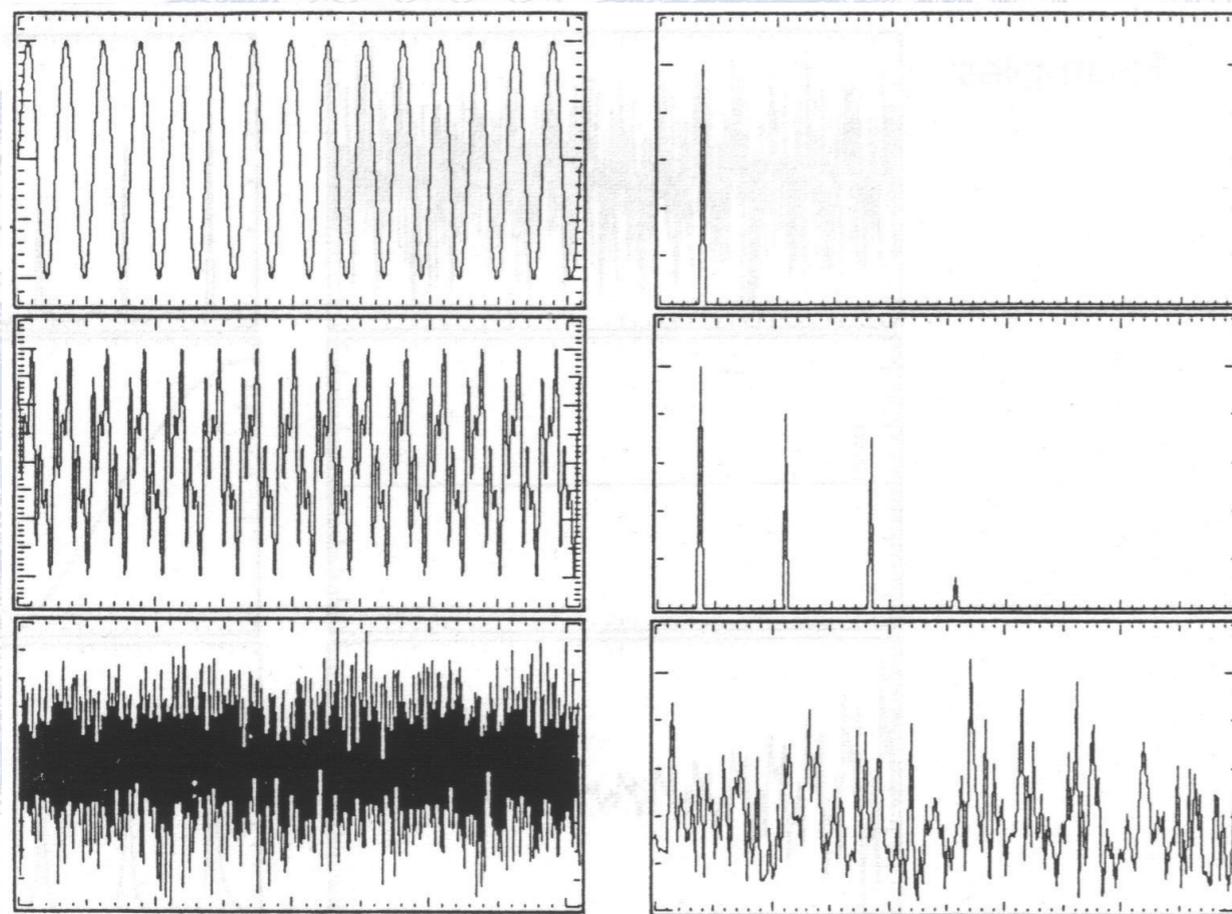
in MDV segnali equispaziati.. monodimensionali..



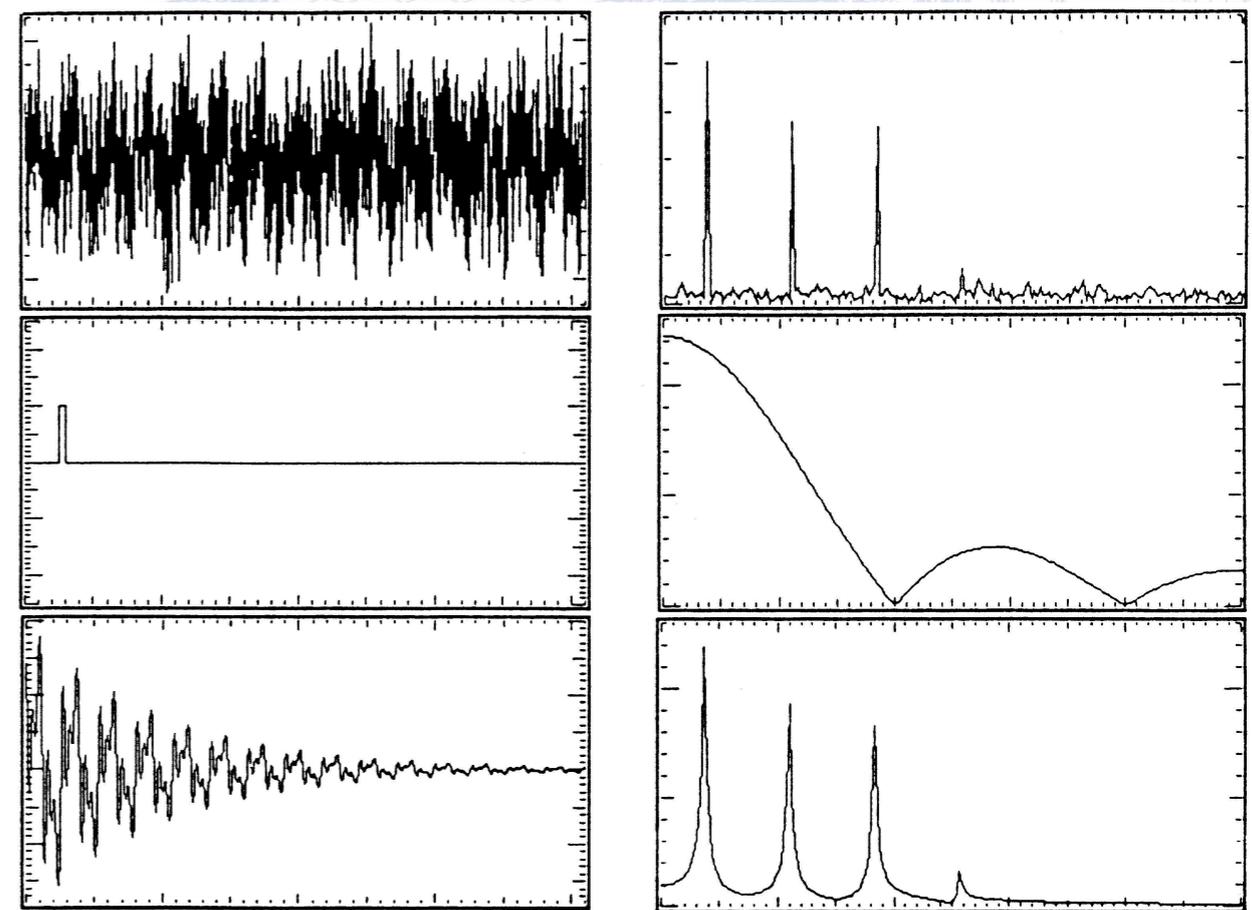
# Analisi del segnale - classificazione

## Esempi

Tempo      Frequenza



Tempo      Frequenza



# Analisi del segnale - conversione AD / DA

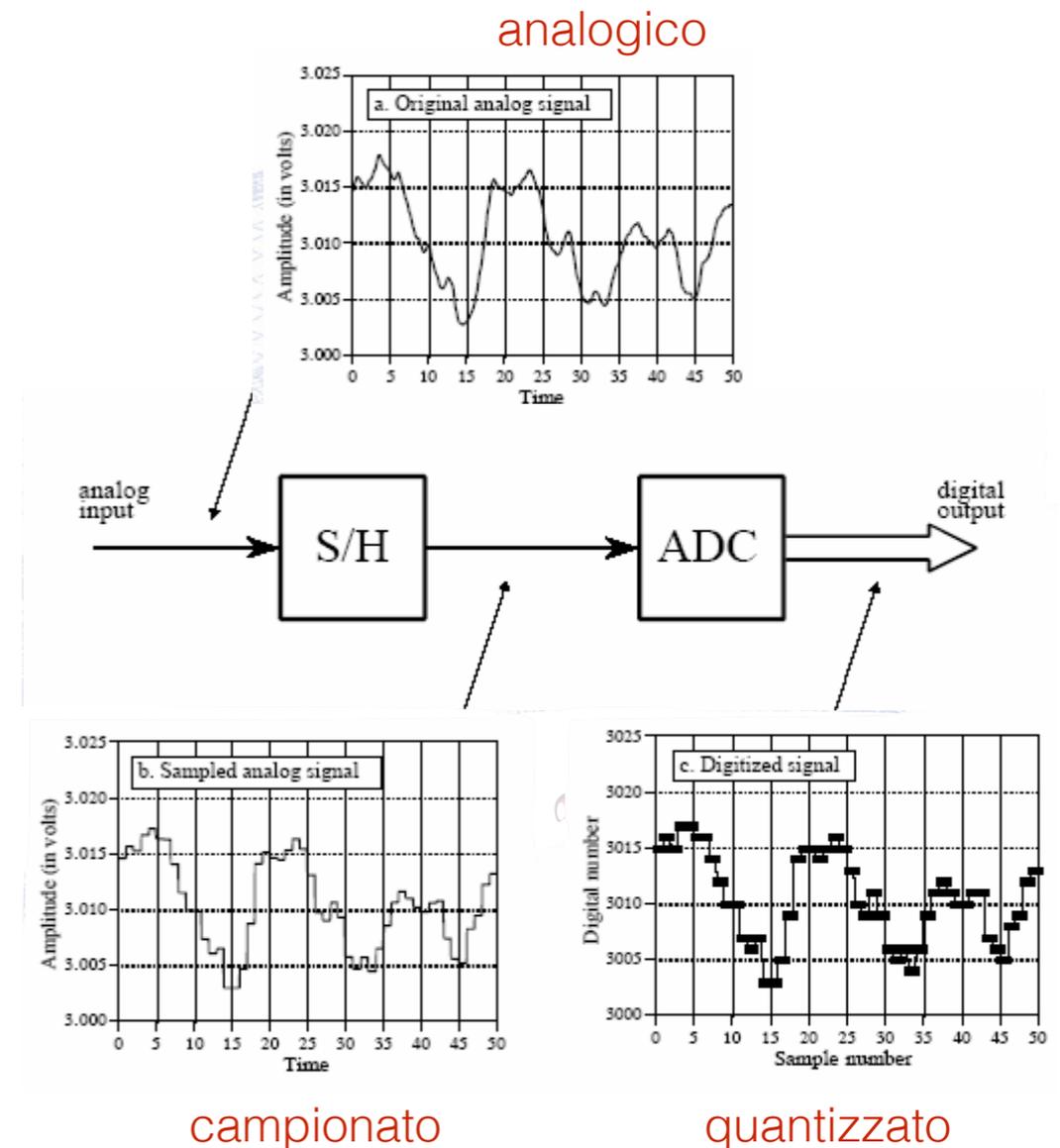
I segnali fisici analogici sono CONTINUI, (es temperatura, tensione..)..

..e non possono essere gestiti direttamente da sistemi di analisi dei dati che “elaborano” digit...segnali digitali!

Un segnale digitale differisce da uno analogico perché

è campionato nel dominio del tempo  
è quantizzato nel dominio dell'ampiezza

es. x un CD musicale segnale campionato a 44kHz  
quantizzato a 16bits



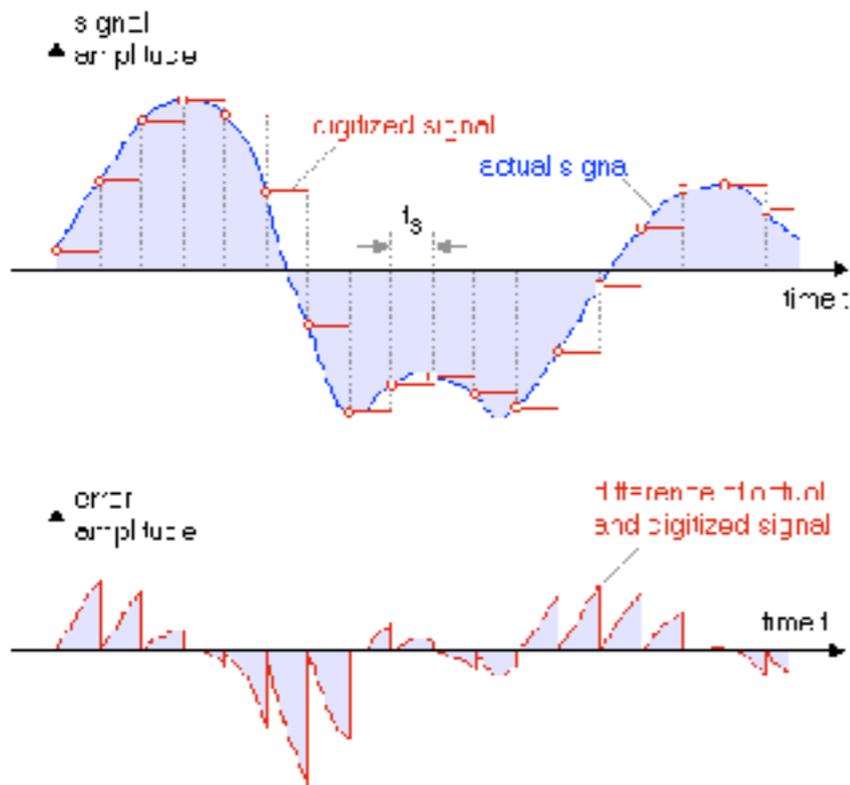
# Analisi del segnale - conversione AD / DA

Il campionamento è di tipo “sample&hold” per consentire la conversione AD..

..la variabile indipendente (es. t) da continua diventa discreta..

La quantizzazione assegna al segnale uno dei possibili valori definiti dal range di misura, e dal numero di bit usati per la rappresentazione

..la variabile dipendente (es. v) da continua diventa discreta..

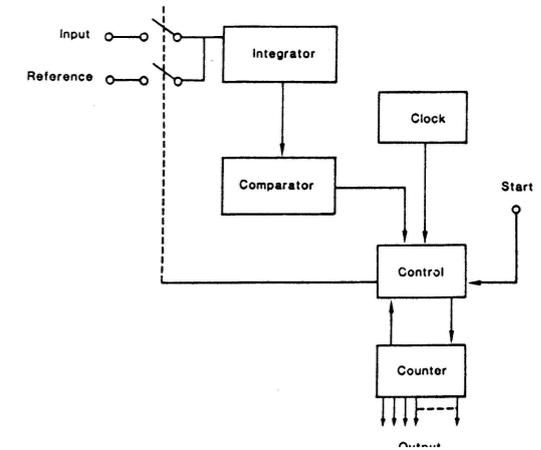


Bits	Maximum relative error	Peak-Peak noise (10V scale)	Maximum Relative error (dB)	Signal/Noise ratio (dB)
8	0.12%	39 mV	-48	50
10	0.048%	9.8 mV	-60	62
12	0.012%	2.4 mV	-72	74
14	0.003%	0.6 mV	-84	86
16	0.00076%	0.15 mV	-96	98
18	0.00019%	40 $\mu$ V	-108	110
20	0.00005%	10 $\mu$ V	-120	122

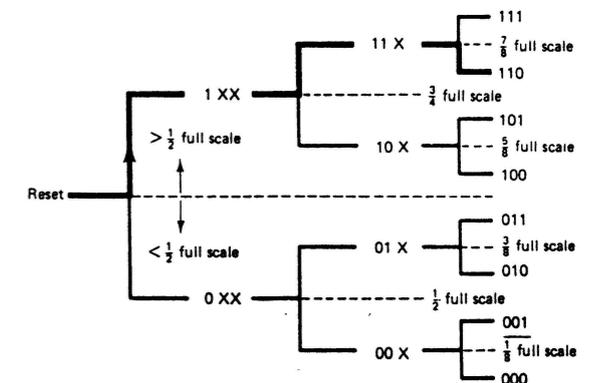
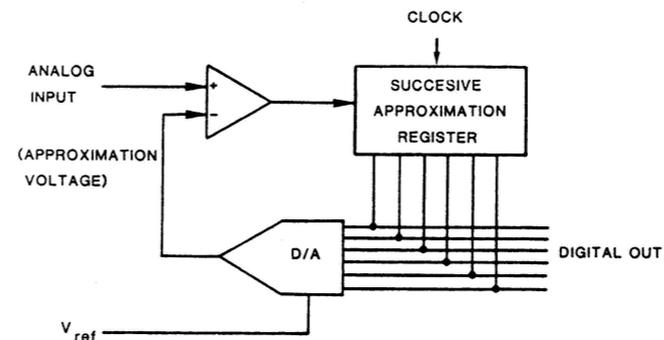
# Analisi del segnale - conversione AD / DA

Ci sono differenti tecniche di conversione AD  
il cui costo dipende dalla precisione, dalla velocità  
di conversione, dalla profondità di bits..  
più queste crescono più cresce il costo

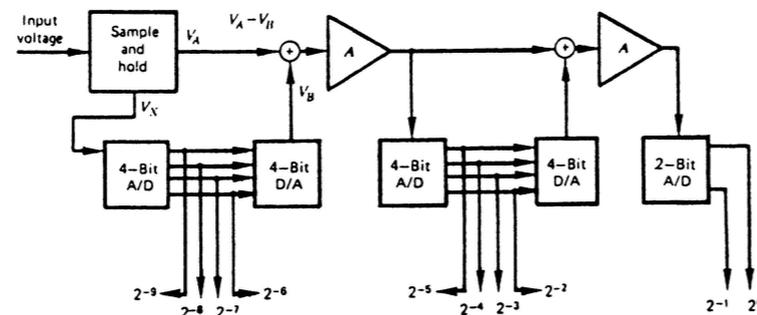
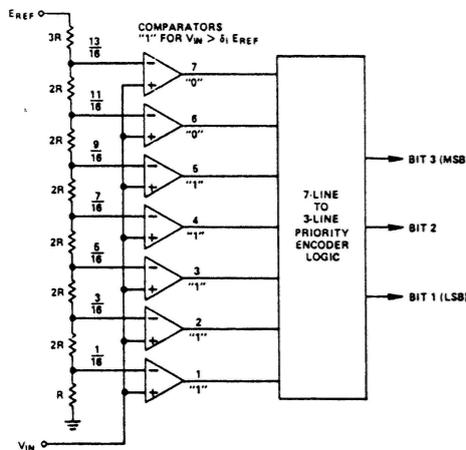
Integrazione  
Dual Slope  
accuratezza: 18-20bits  
velocità: 1-5ms  
costo: economico



Approssimazione  
Iterativa  
accuratezza: definibile  
velocità: 1-10 $\mu$ s  
costo: dipende accuratezza

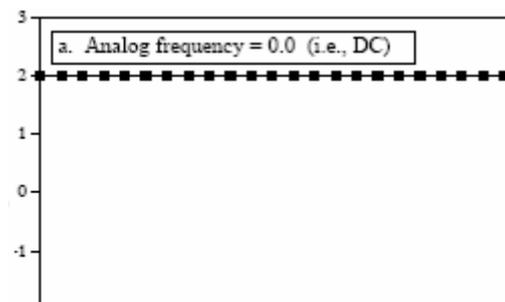


Parallelo (Flash)  
accuratezza: definibile  
velocità: 1ns-1 $\mu$ s  
costo: dipende accuratezza

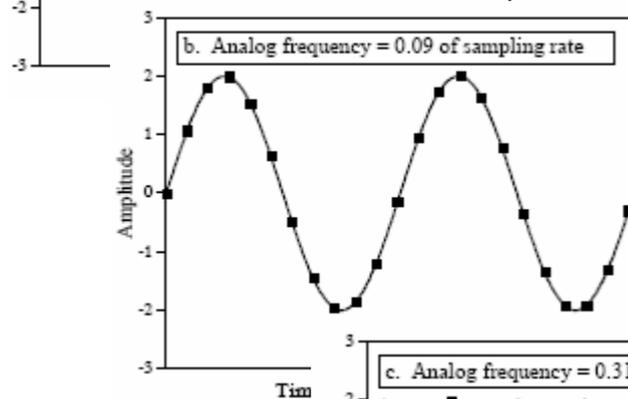


# Analisi del segnale - conversione AD / DA

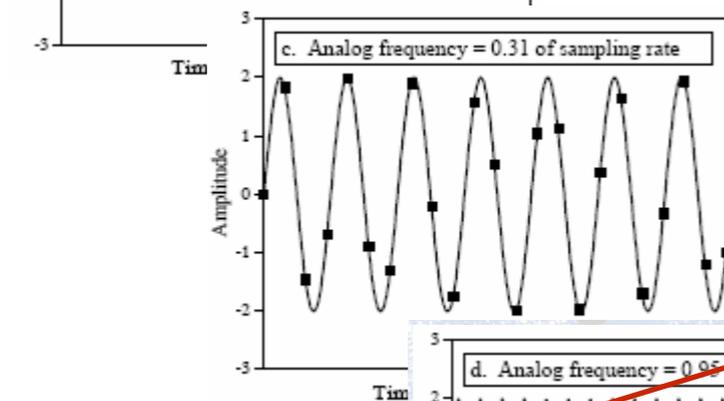
Il campionamento è una fase importante per la conversione!  
Se è accurato non si perdono informazioni,  
se è fatto male, non si capisce gran che del segnale!



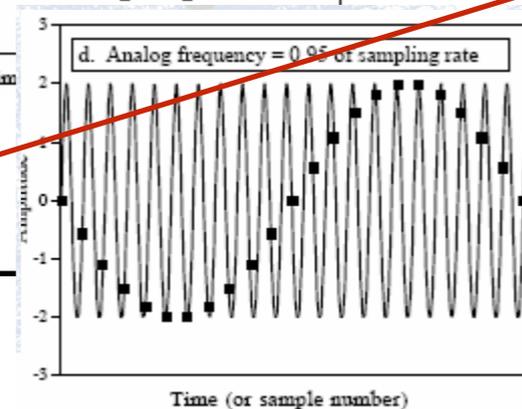
segnale costante.. correttamente campionato



segnale armonico.. correttamente campionato  
 $f_s = 11.11f$



segnale armonico.. correttamente campionato  
 $f_s = 3.23f$



segnale armonico.. malamente campionato  
 $f_s = 1.05f$

# Analisi del segnale - conversione AD / DA

...esiste una frequenza minima di campionamento in funzione della frequenza del segnale analizzato!



## **Teorema di campionamento (o di Shannon, o di Nyquist) (1940 circa)**

.. un segnale è correttamente campionabile se non contiene componenti in frequenza maggiori della metà della frequenza di campionamento..

altrimenti detta..

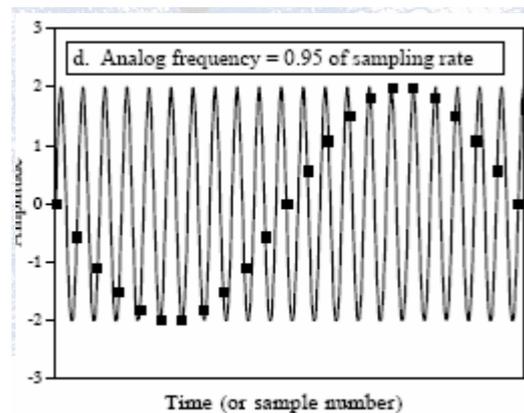
si possono rilevare correttamente le componenti del segnale fino al massimo della metà della frequenza di campionamento

(...idealmente.. in realtà per le proprietà dei filtri.. le componenti del segnale si ritengono corrette fino  $0.8 \cdot f_s / 2$ ...)

# Analisi del segnale - conversione AD / DA

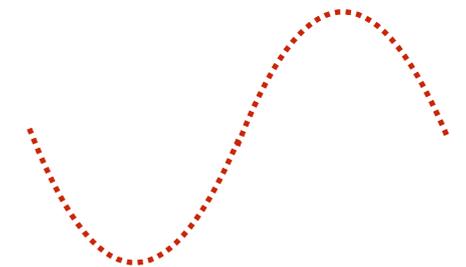
..questo significa che se voglio vedere una componente del segnale a 2500Hz devo campionarlo almeno a 5000Hz, meglio ancora se lo campiono a 7000Hz

..altrimenti incorro nell'errore di **ALIASING** che modifica fase e ampiezza delle componenti



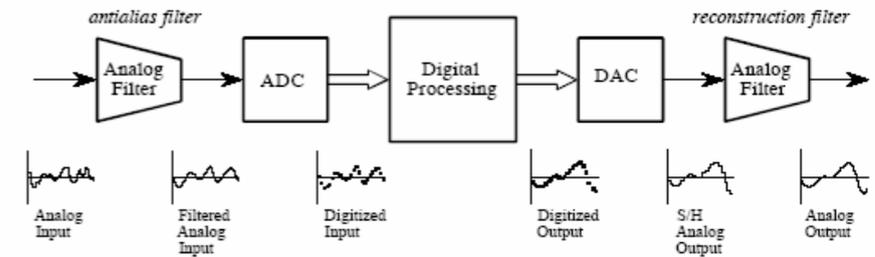
segnale armonico.. campionato male  
 $f_s = 1.05f$

appare come se fosse un segnale a  $0.05f$



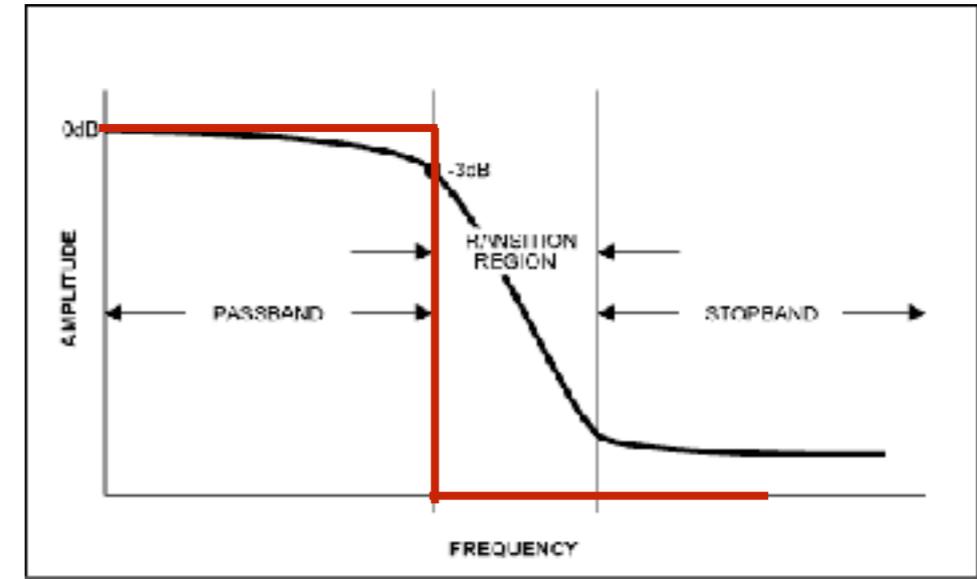
..si elimina il problema dell'aliasing..  
o filtrando passabasso (a  $f_s/2$ ) il segnale  
o aumentando la frequenza di campionamento!

# Analisi del segnale - filtri



Il filtro passa basso anti aliasing non è un filtro ideale!

lo si può considerare come una funzione di trasferimento tra il segnale originale e quello filtrato..



..e come ogni funzione di trasferimento si può rappresentare come un rapporto tra polinomi..

..potendo modificare la risposta selezionando opportunamente il numero e posizione di **zeri** e **poli**..

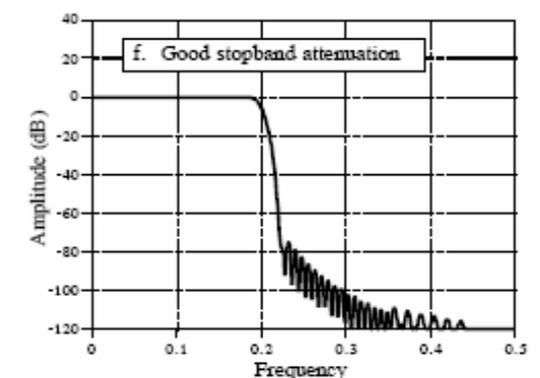
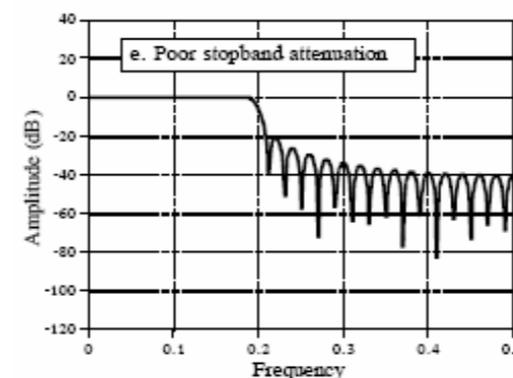
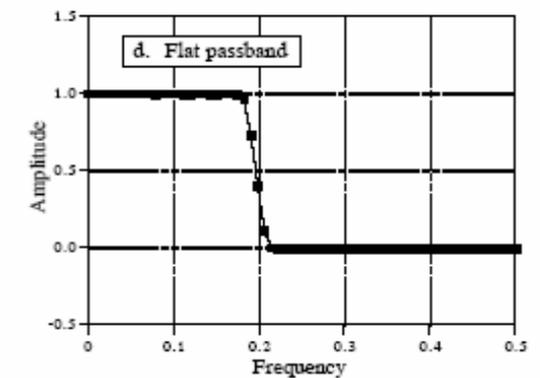
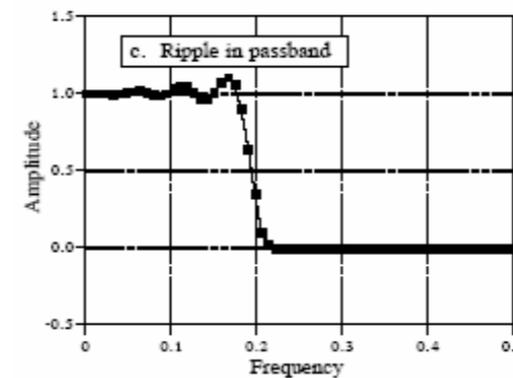
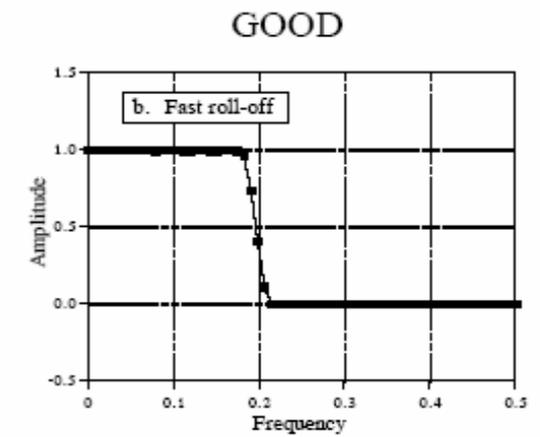
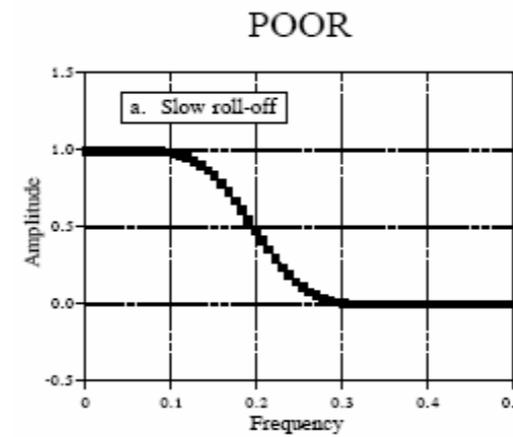
più ce ne sono, più è performante, più è complesso, più è costoso, più introduce ritardo...

# Analisi del segnale - filtri

I filtri sono caratterizzati da:

- frequenza di taglio (cut-off sharpness)
- pendenza (roll-off)
- ondulazione di banda (passband ripple)
- risposta all'impulso (per overshooting)

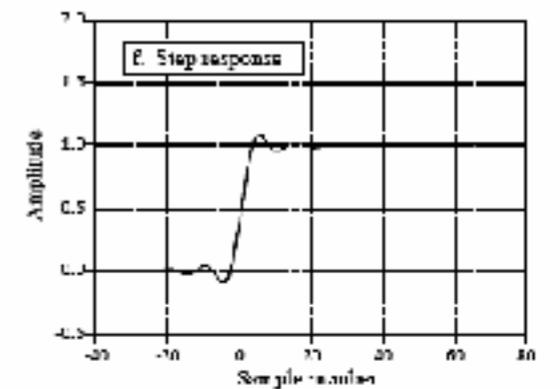
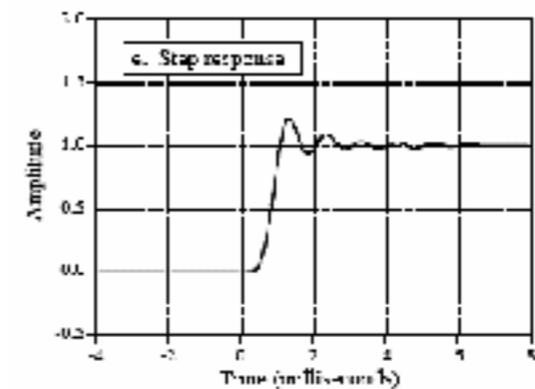
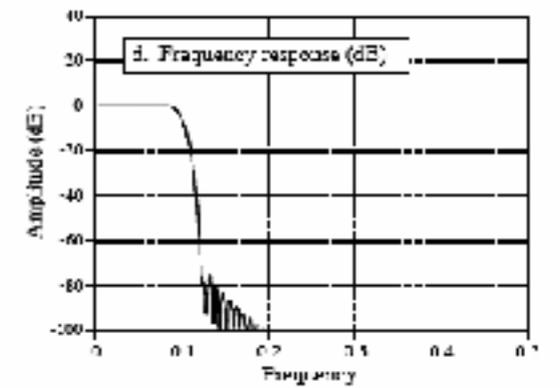
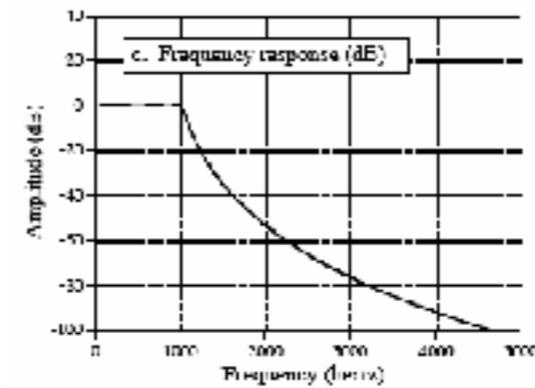
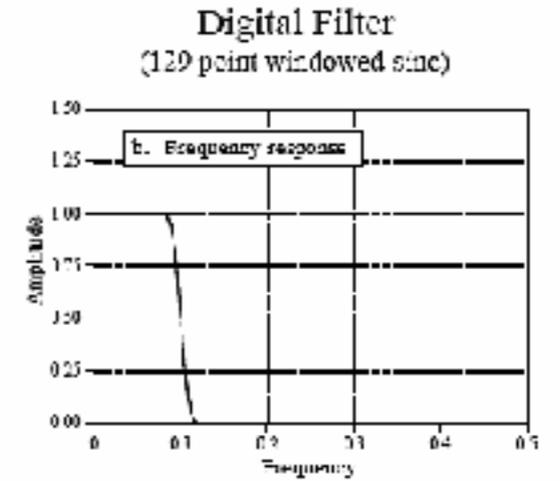
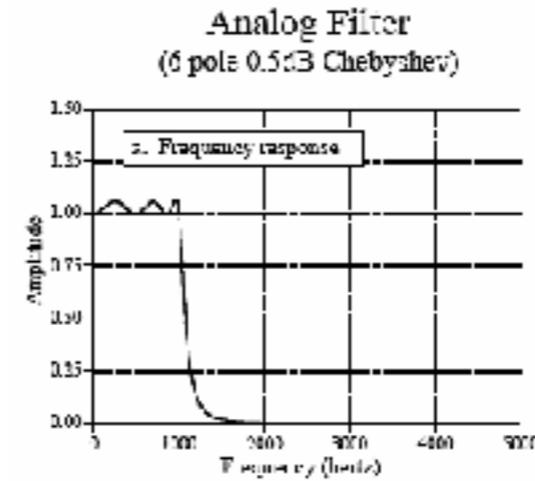
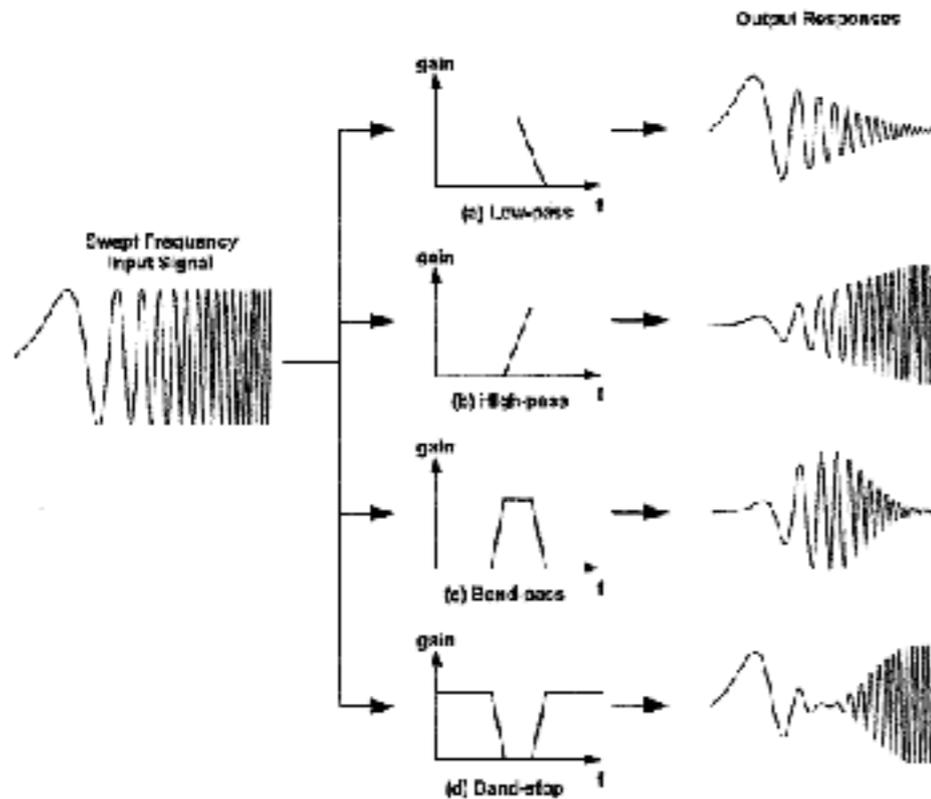
Le performance dipendono dalla tipologia del filtro, dall'ordine, se sono digitali o analogici...



# Analisi del segnale - filtri

I più comuni filtri sono  
Chebyshev  
Butterworth  
Bessel

... e si scelgono in funzione della  
selettività in ampiezza e/o frequenza



filter design in matlab

# Analisi del segnale - trasformata di Fourier

Il concetto di Trasformata di dominio è noto!

..si cambia dominio per fare delle operazioni in maniera più semplice o per vedere cose in maniera di versa...

..es logaritmi ..il prodotto in R viene trasformato in una somma in Log

$$12569834 * 984562 \Rightarrow \log(12569834) + \log(984562)$$

..accanto al concetto di **Trasformata** è necessario il concetto di **AntiTrasformata** per tornare al dominio di partenza...

$$1237578 \text{ e } 13 \Leftarrow 7.09933 + 5.99324$$

# Analisi del segnale - trasformata di Fourier



Per passare dal dominio del tempo a quello della frequenza si utilizza la Trasformata di Fourier (1768-1830, 1807 Studio sulla propagazione del calore)

(nelle diverse varianti: serie, integrale, discreta, veloce..)

..ogni segnale continuo periodico può essere rappresentato come al somma di funzioni sinusoidali opportunamente scelte..

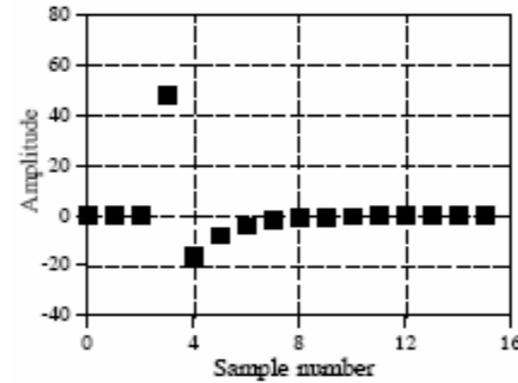


Lagrange, membro della commissione dell'Institute de France, bloccò la pubblicazione del lavoro per 50 anni ritenendolo sbagliato, ritenendo che non si poteva descrivere segnali con angoli..

Teoricamente è corretto! ma con un numero molto alto, infinito, di funzioni sinusoidi la differenza (energetica) tra segnale originario e ricostruito tende a zero!

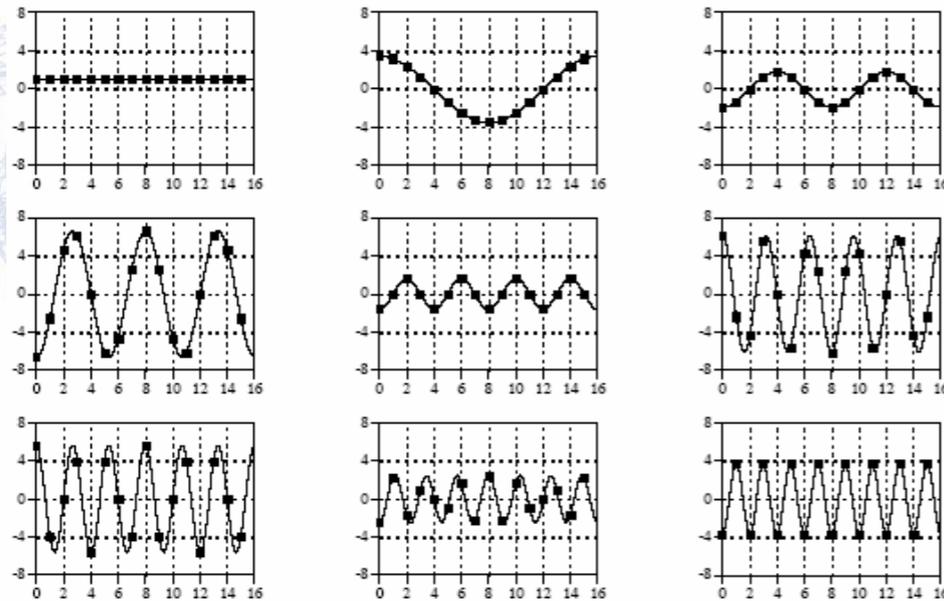
# Analisi del segnale - trasformata di Fourier

Il segnale



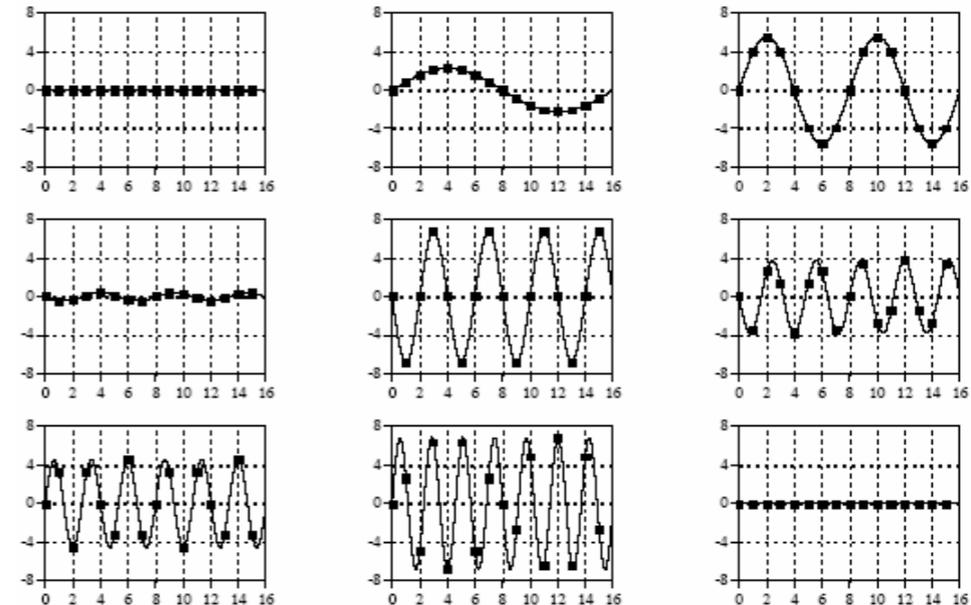
si ottiene come somma di...

Cosine Waves



+

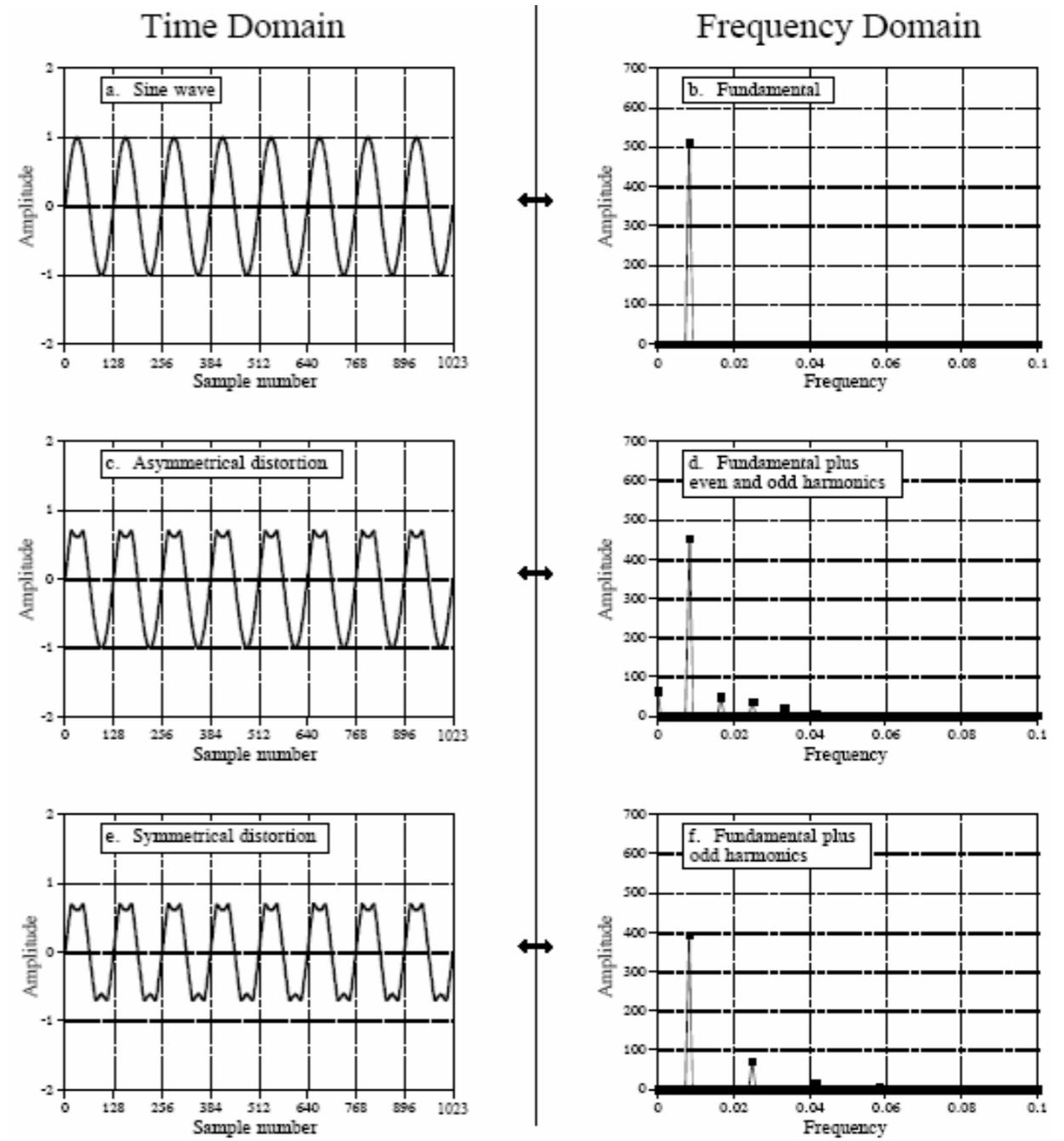
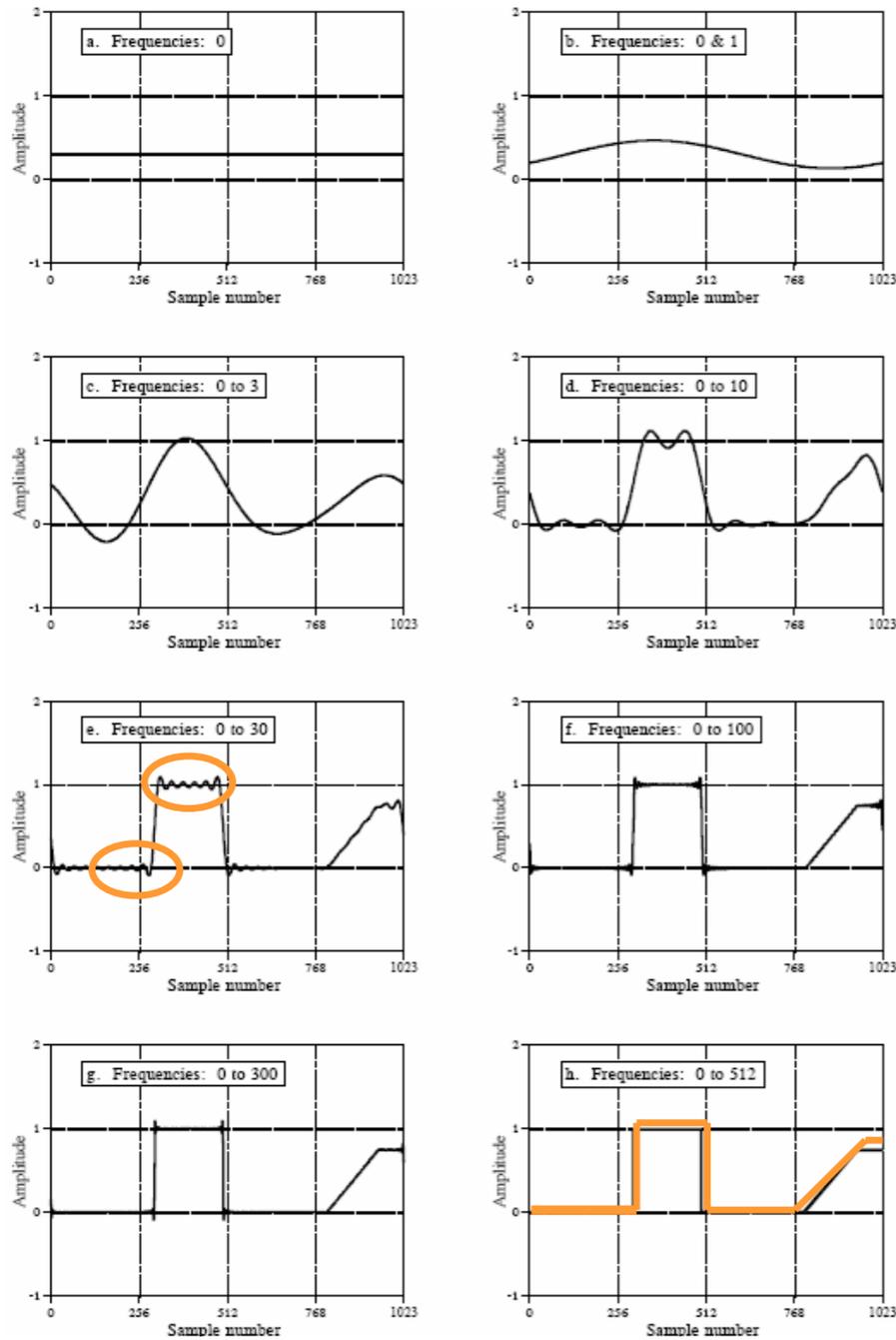
Sine Waves



# Analisi del segnale - trasformata di Fourier

..effetto di Gibbs...

..rappresentazione di armoniche...

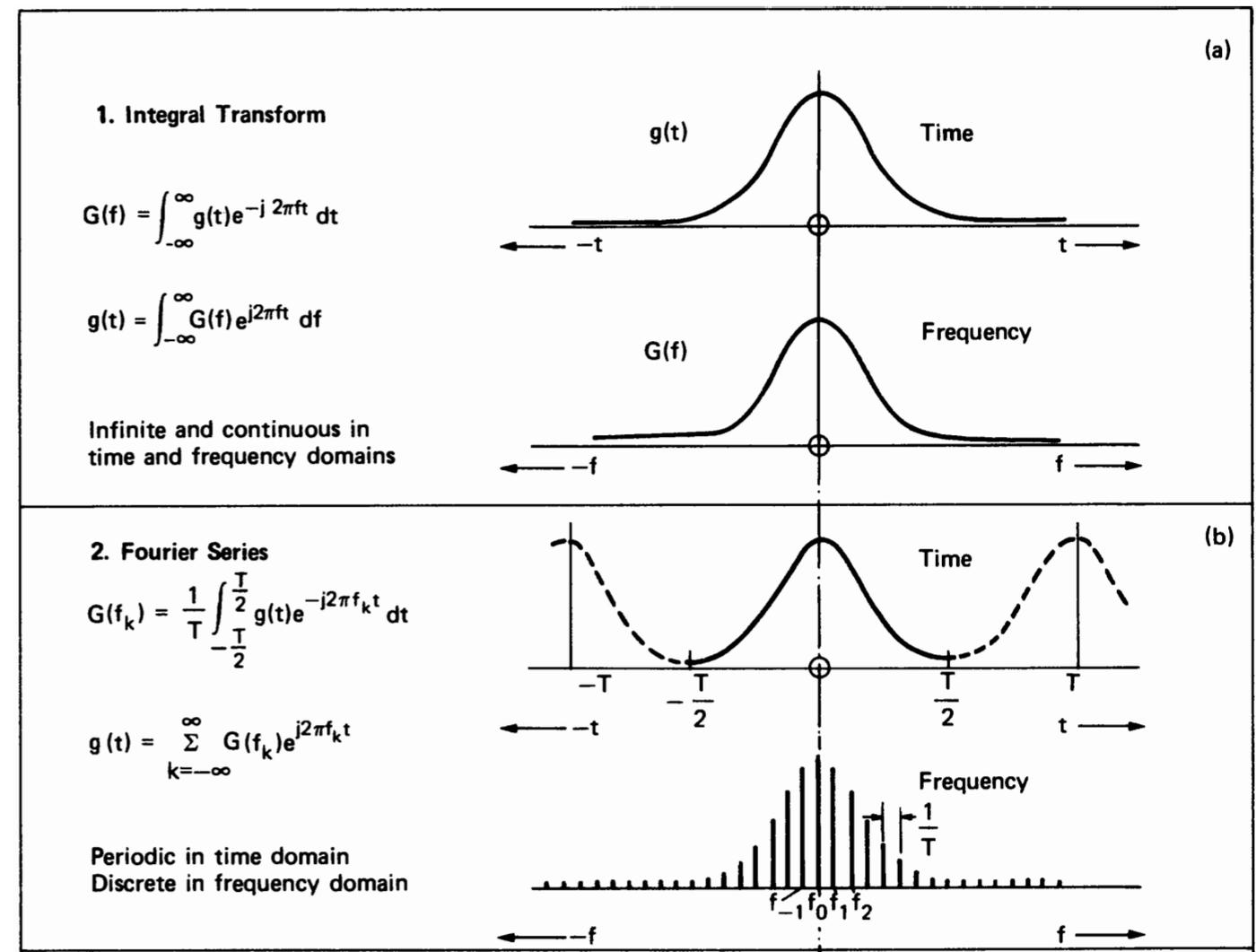


E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units  
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

# Analisi del segnale - trasformata di Fourier

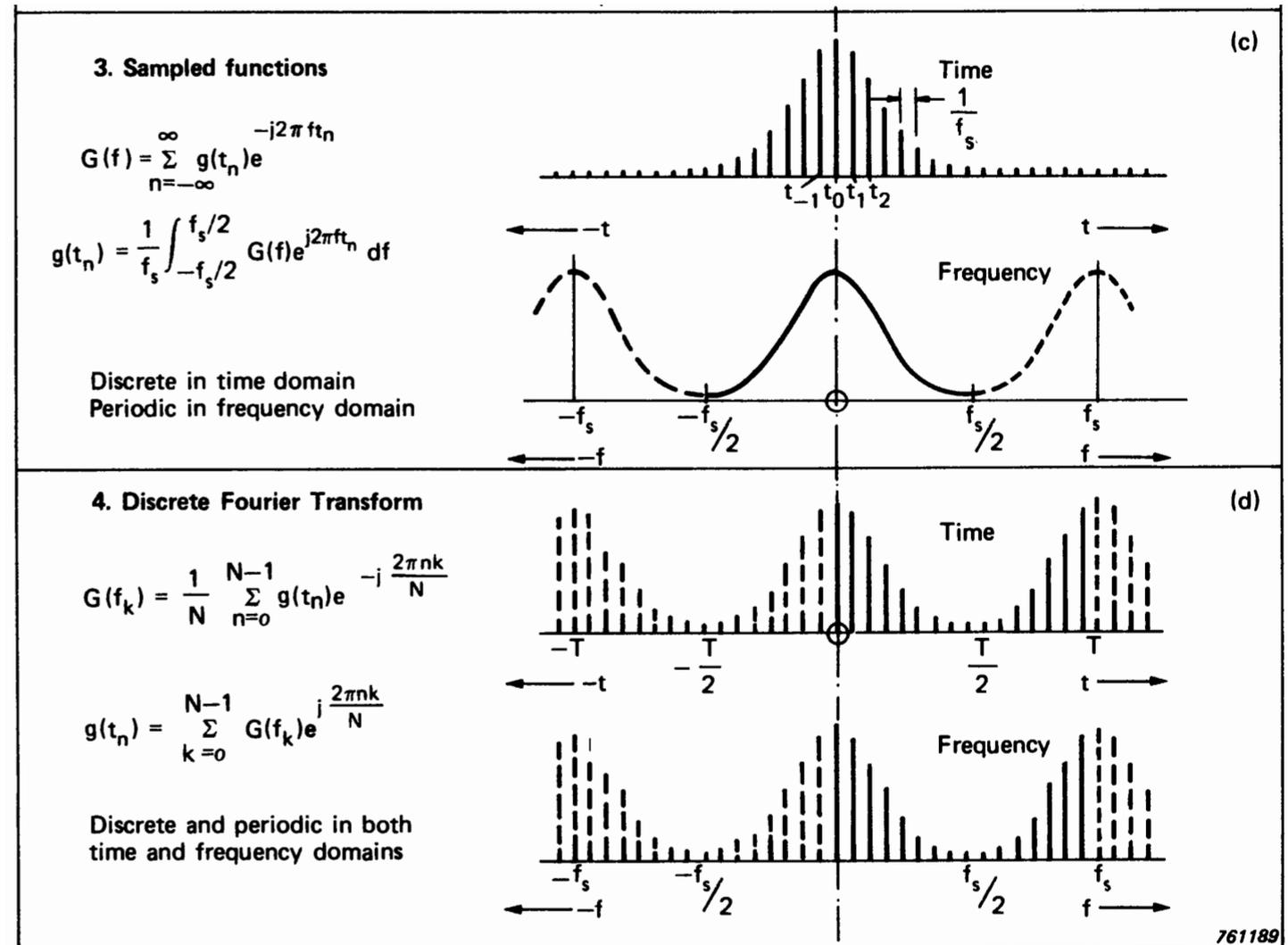
Non tutti i segnali sono periodici continui  
per cui sono state sviluppate versioni alternative della trasformata...

Segnale aperiodico continuo  
Integrale di Fourier



# Analisi del segnale - trasformata di Fourier

Segnale campionato aperiodico  
Trasformata Discreta  
nel Tempo di Fourier



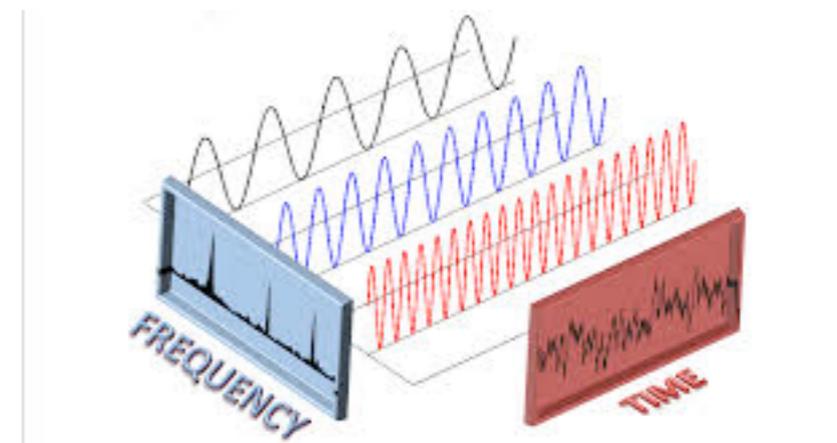
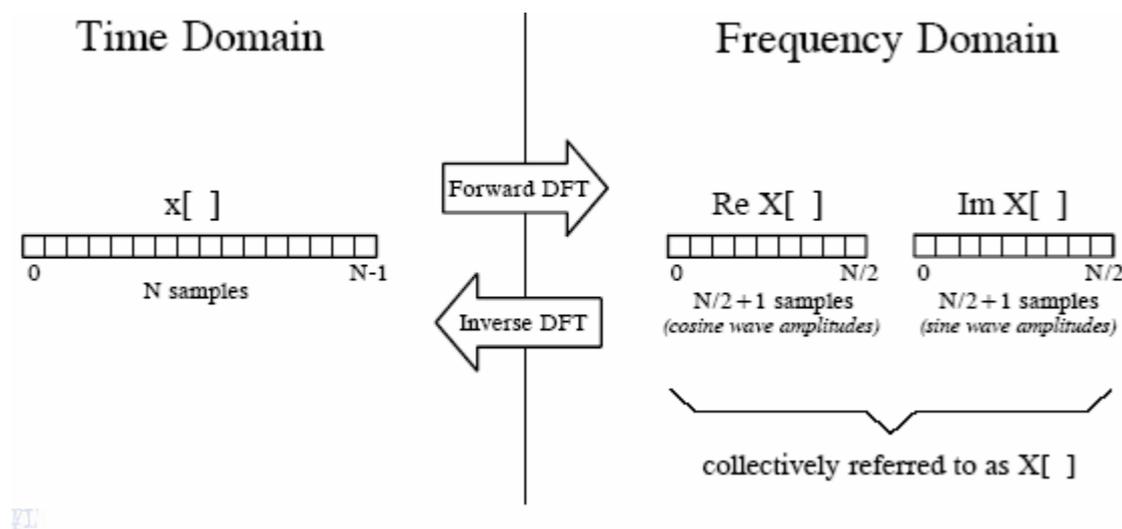
NB quando il segnale è campionato la trasformata nel dominio della frequenza è periodica!

NB bisogna fare in modo di lavorare su un numero finito di campioni, nel dominio t ed f, questi devono essere rappresentativi del segnale!

# Analisi del segnale - trasformata di Fourier

..si campioneranno  $N$  istanti di tempo..(funzione a valori reali)

..per avere  $N/2$  linee spettrali nel dominio della frequenza (funzione a valori complessi) ( $N/2$  parte reale +  $N/2$  parte immaginaria) ..



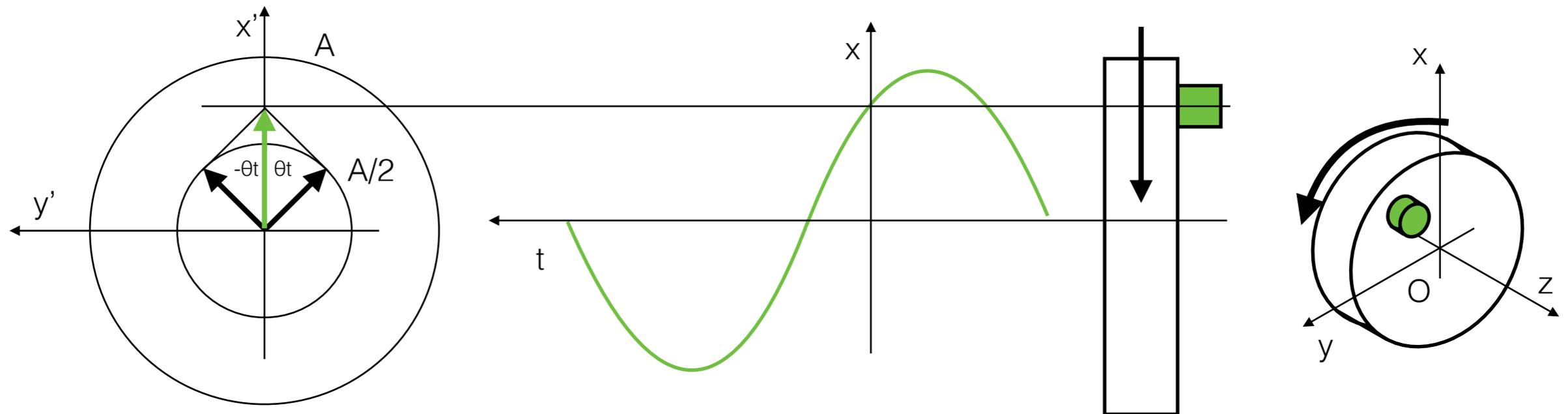
..segnale

> è la somma di componenti armoniche

> ognuna di queste è somma di 2 vettori contro-rotanti...

# Analisi del segnale - trasformata di Fourier

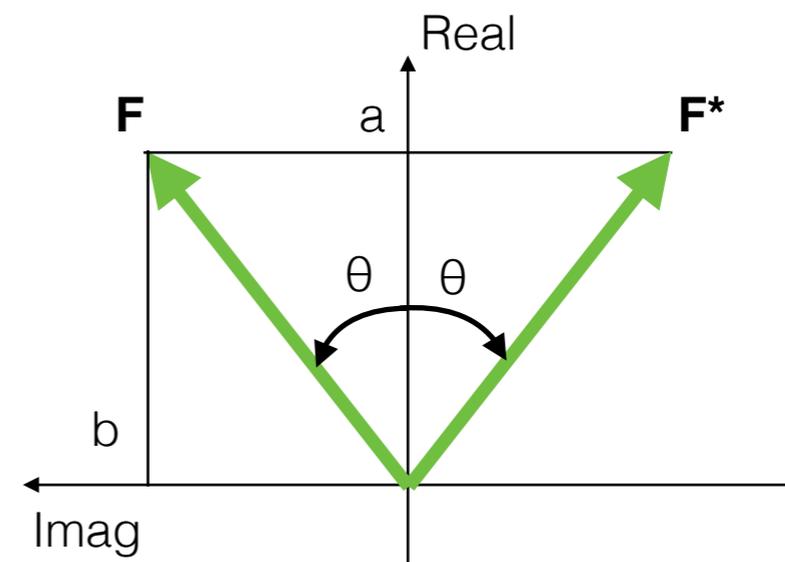
..ogni componente armonica è la somma di due vettori contro-rotanti..



..ricordiamo la notazione di Eulero...

$$F = a + jb$$

$$F = |F|e^{j\theta}$$



# Analisi del segnale - trasformata di Fourier

Serie di Fourier... segnale periodico (di periodo  $T_0$ ) e continuo

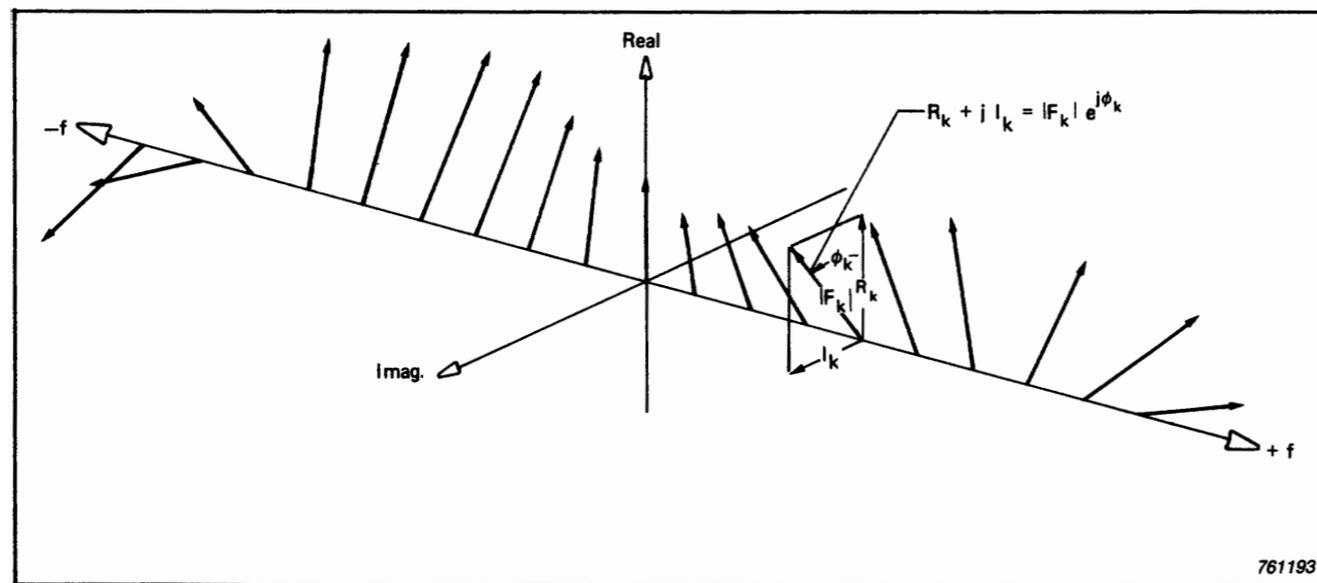
$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \quad \text{frequenza fondamentale}$$

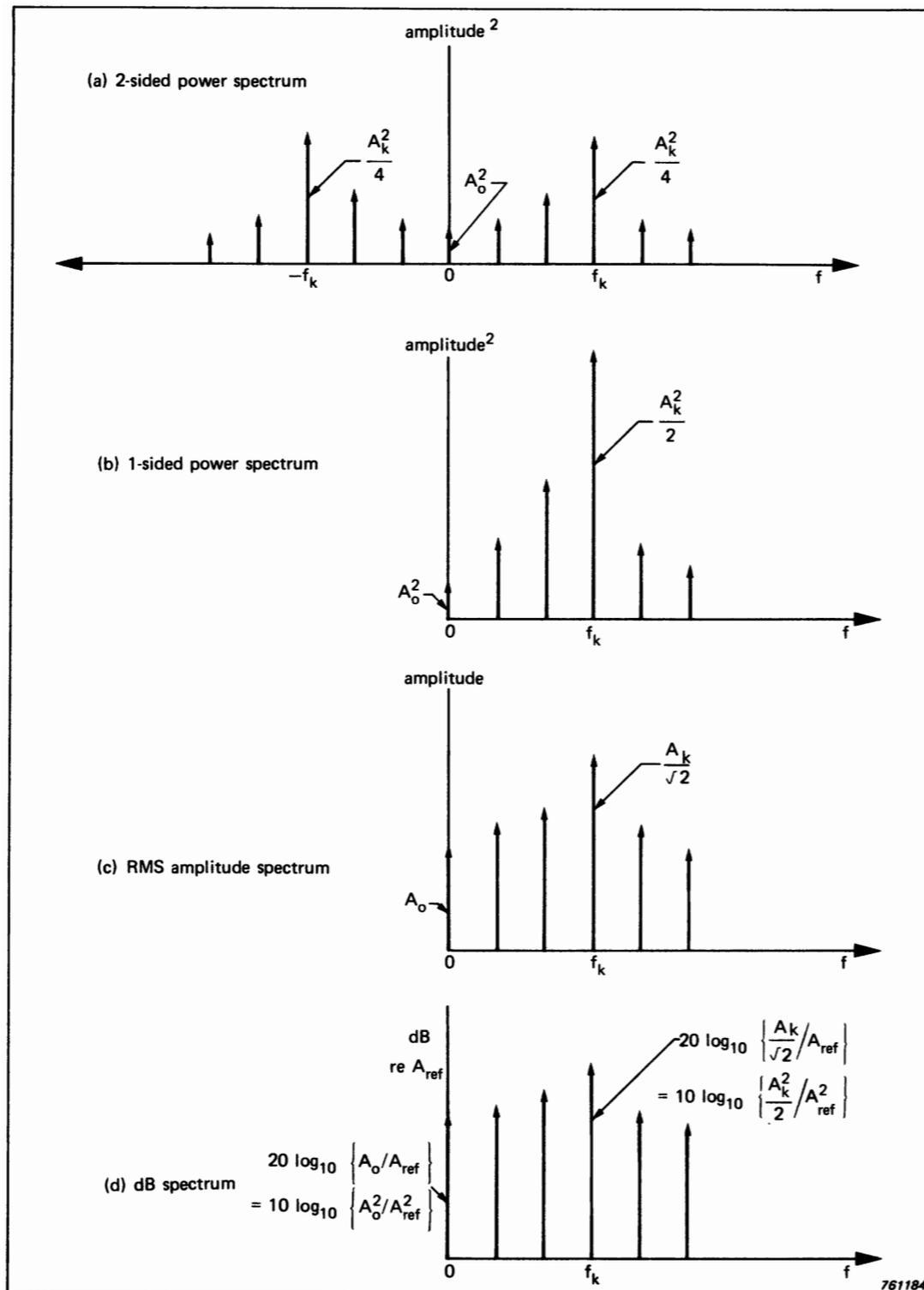
$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$$

$$c_n = \frac{1}{2}(a_n \pm b_n) \quad c_n = c_{-n}^* \quad \text{simmetria Hermitiana}$$

la trasformata (spettro) è DISCRETA, definita per  $1^*\omega_0 \ 2^*\omega_0 \ 3^*\omega_0 \ 4^*\omega_0 \dots$



# Analisi del segnale - trasformata di Fourier

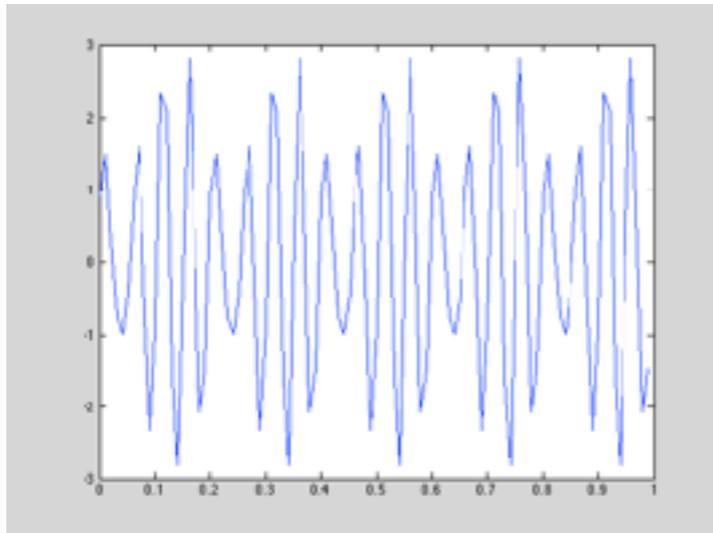


NB è definita da -inf a +inf..  
la rappresentazione grafica deve essere opportunamente modificata!

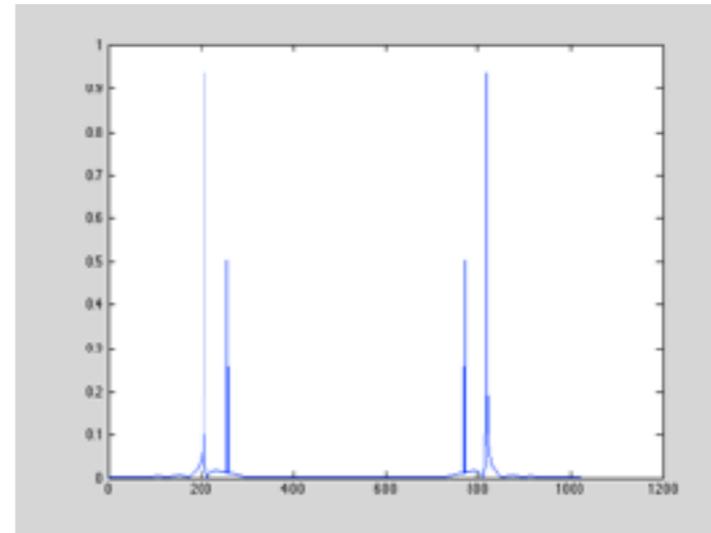
NMB attenzione a quando si utilizza matlab per calcolare la trasformata

# Analisi del segnale - trasformata di Fourier

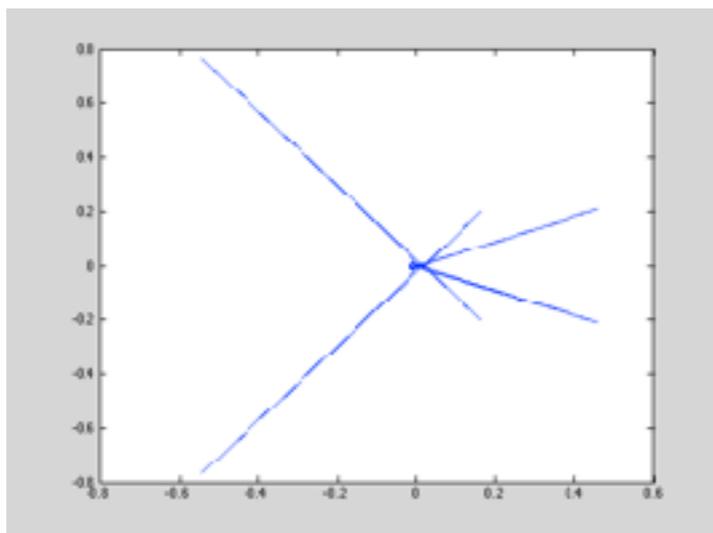
```
>> t=0:0.01:10;  
>> a=sin(2+pi*50*t)+2*sin(2*pi*120*t);  
>> plot(t(1:100),a(1:100))
```



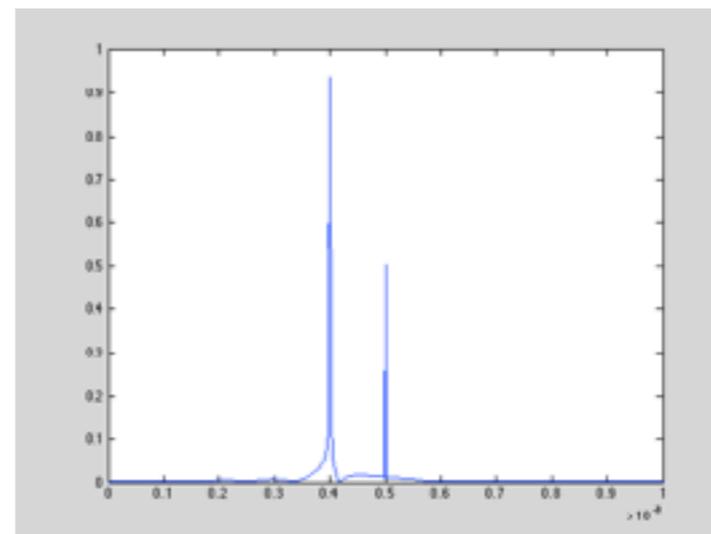
```
>> plot(abs(A))
```



```
>> nfft=2^nextpow2(size(t,2));  
>> A=fft(a,nfft)/size(t,2);  
>> f=(1/1000)*linspace(0,1,nfft/2+1);  
>> plot(A)
```



```
>> plot(f,abs(A(1:nfft/2+1)))
```



# Analisi del segnale - trasformata di Fourier

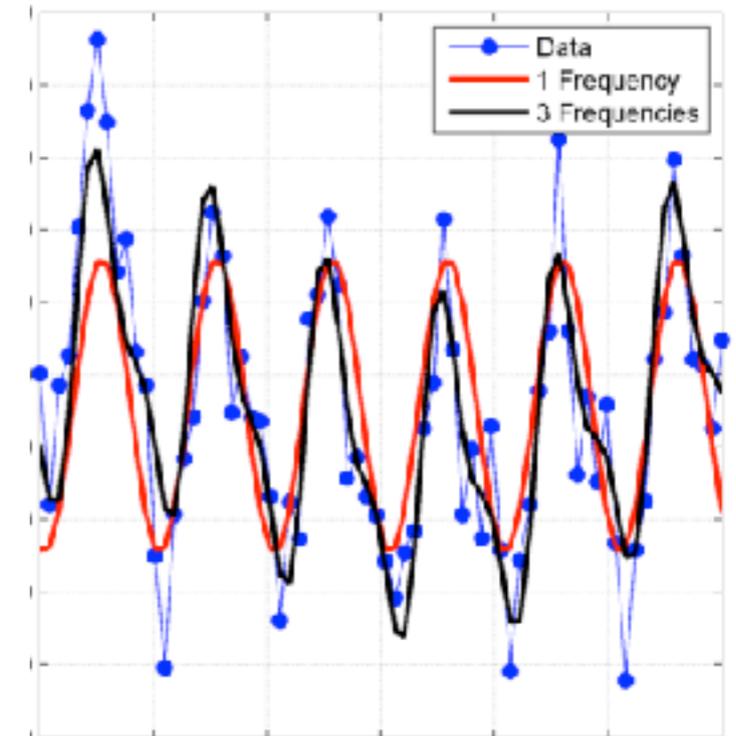
..quante componenti prendere nella sommatoria?

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)$$

..quando la potenza del segnale ricostruito è “prossima” a quella del segnale originale..

$$P_m = \frac{1}{T} \int_0^T [f(t)]^2 dt = \sum_{n=0}^{\infty} |c_n|^2$$

Teorema di Parseval  
(1755-1836)



# Analisi del segnale - trasformata di Fourier

Integrale di Fourier... se il segnale non è periodico ma continuo..  
(si immagina di avere il periodo fondamentale  $T_0$  infinito..  
frequenza fondamentale  $\omega_0$  infinitesima..)

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad \text{funzione continua in } \omega..$$

$$F(\omega) = F^*(-\omega) \quad \text{Simmetria Hermitiana..}$$

Trasformata Discreta... se il segnale non è periodico, ma continuo e campionato, la funzione integrale diventa una sommatoria...

$$\hat{F}(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(k\Delta t) e^{-jk\omega\Delta t} \quad \text{Il campionamento "approssima" la funzione, la trasformata sarà approssimata...}$$

$$\hat{F}(\omega) = \hat{F}^*(-\omega)$$

Simmetria Hermitiana..

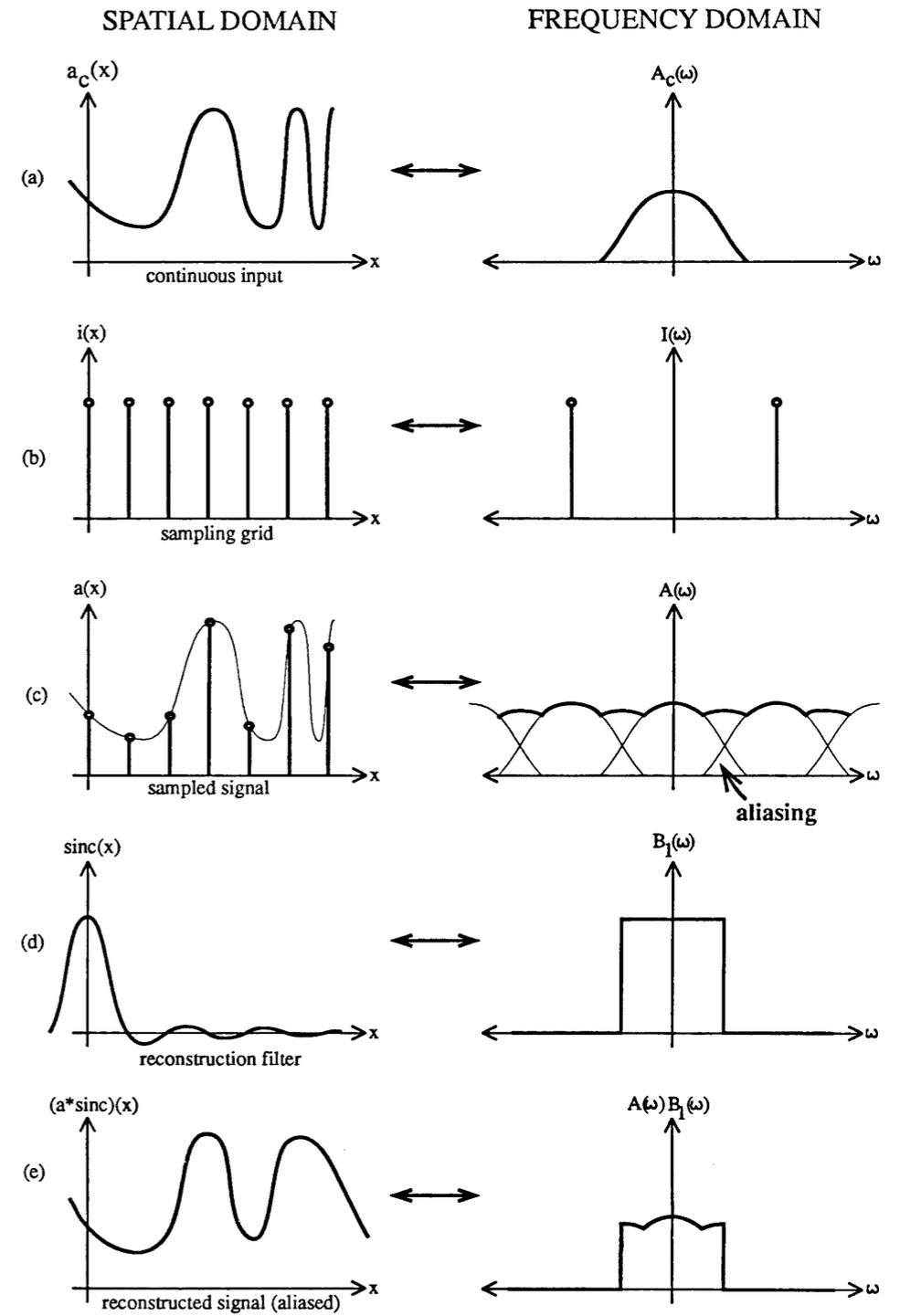
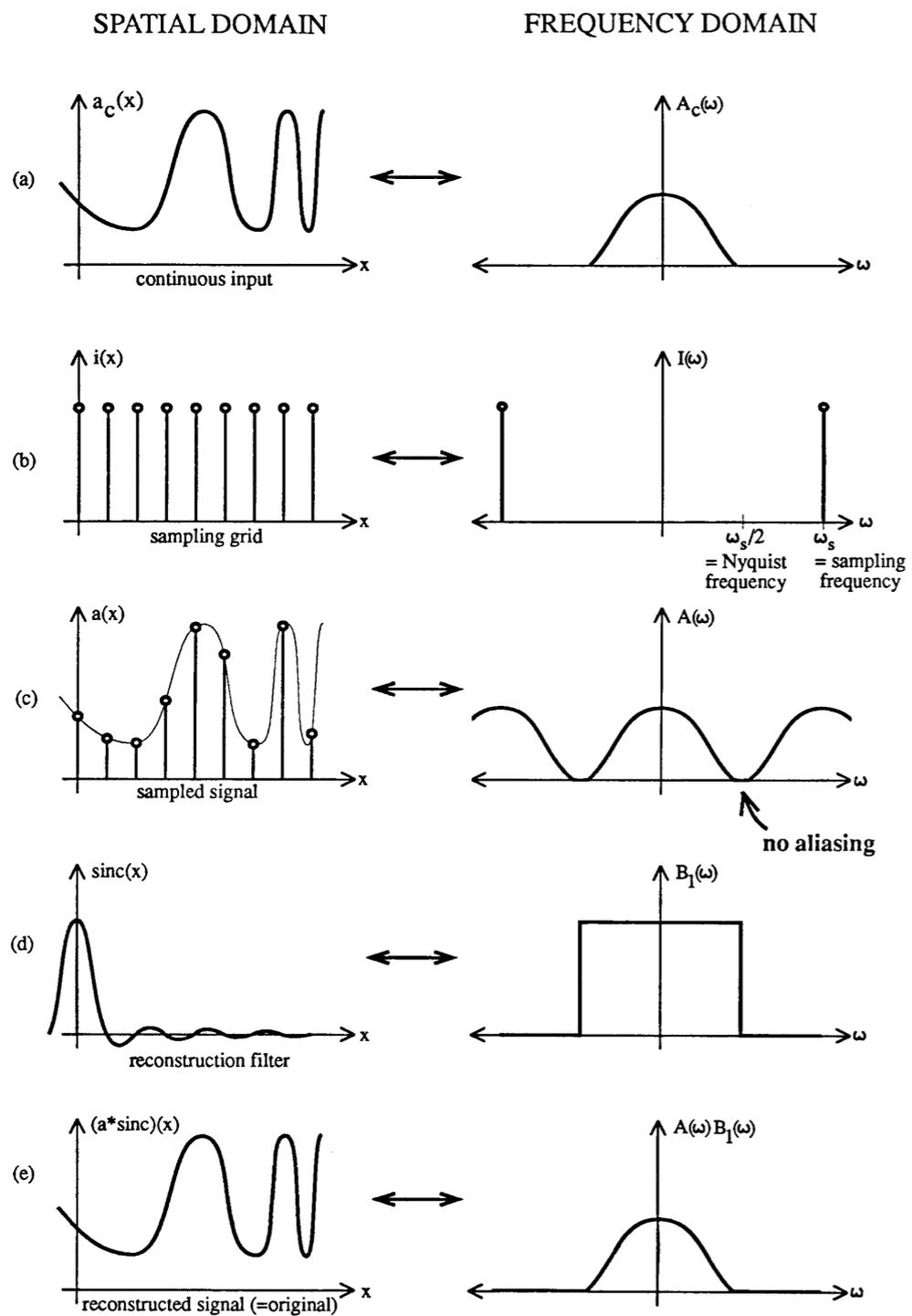
$$\hat{F}(\omega) = \hat{F}\left(\omega + \frac{2\pi}{\Delta t}\right)$$

Periodicità..

Se non ci sono componenti al di fuori dell'intervallo..  $\left(-\frac{\pi}{\Delta t}, +\frac{2\pi}{\Delta t}\right)$

non c'è **ALIASING** ..altrimenti si!

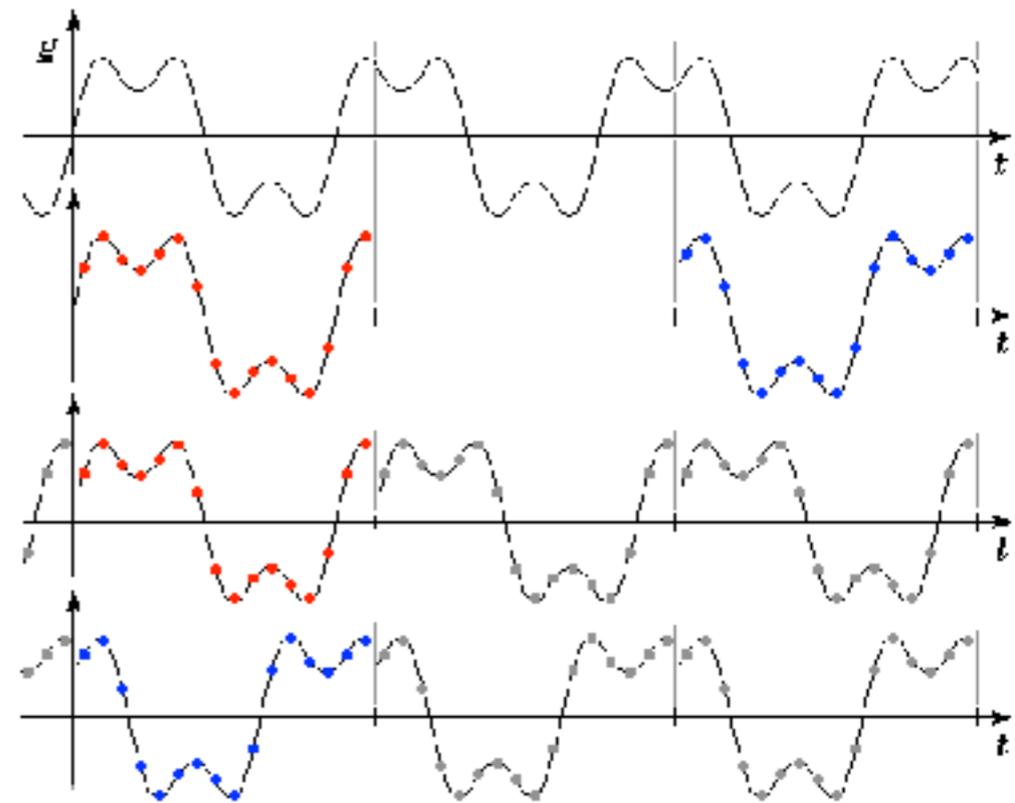
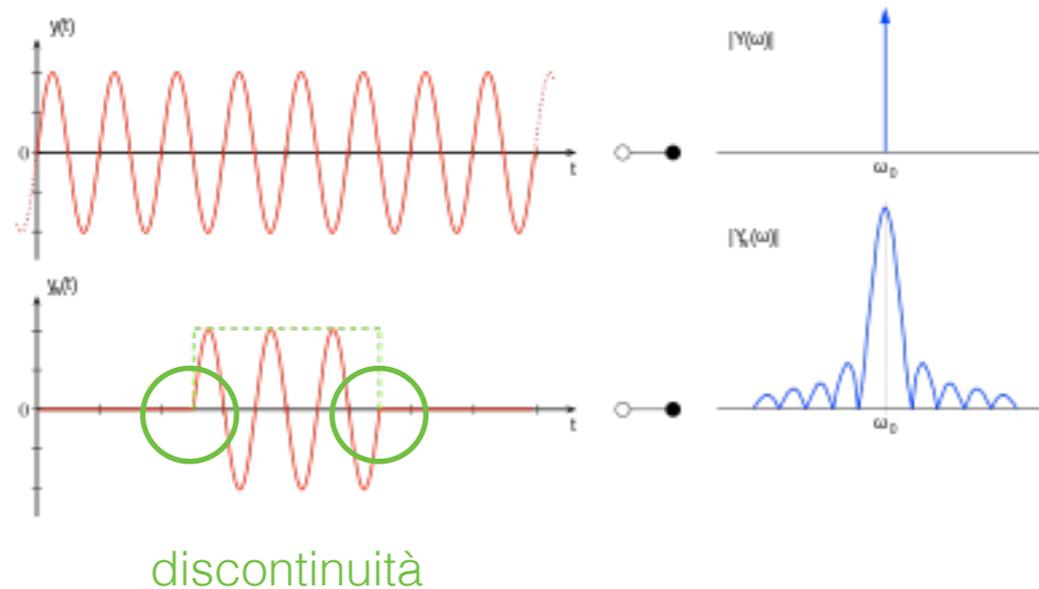
# Analisi del segnale - trasformata di Fourier



E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units  
 E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

# Analisi del segnale - trasformata di Fourier

Dovendo lavorare con un numero finito di campioni  $N$  nel dominio del tempo, non è detto che questi rappresentino un numero intero di  $N\Delta t \neq kT_0$  periodi del segnale...> un nuovo problema: il **LEAKAGE**

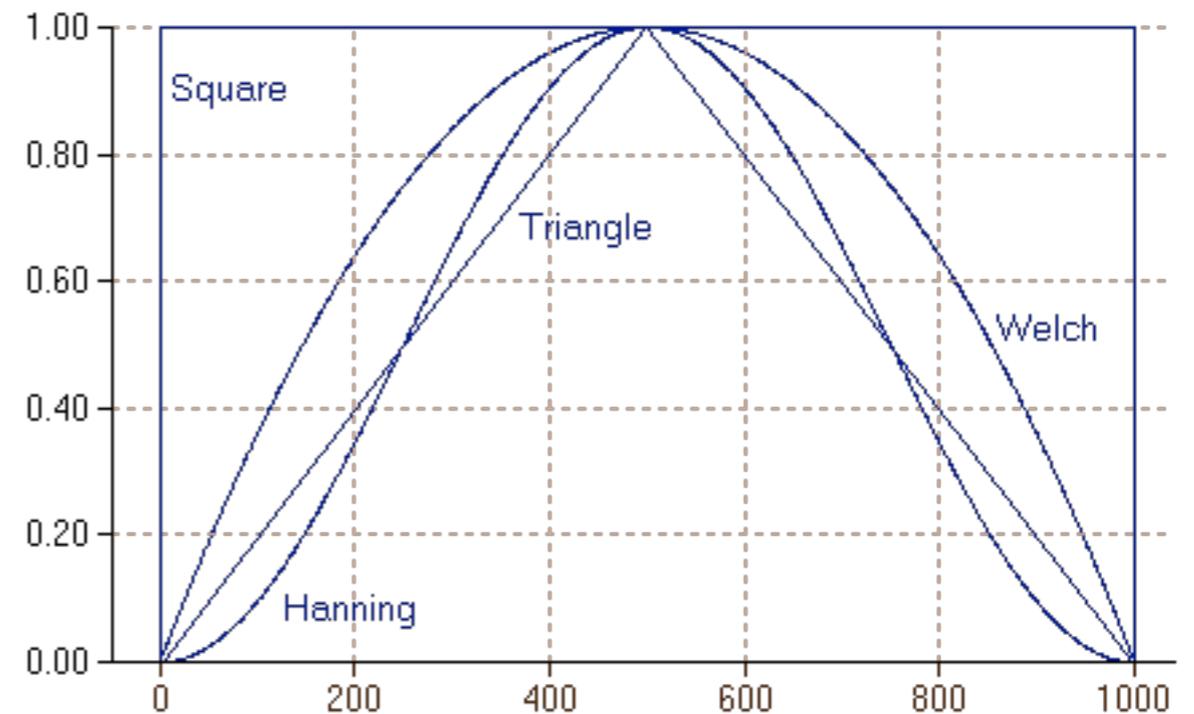
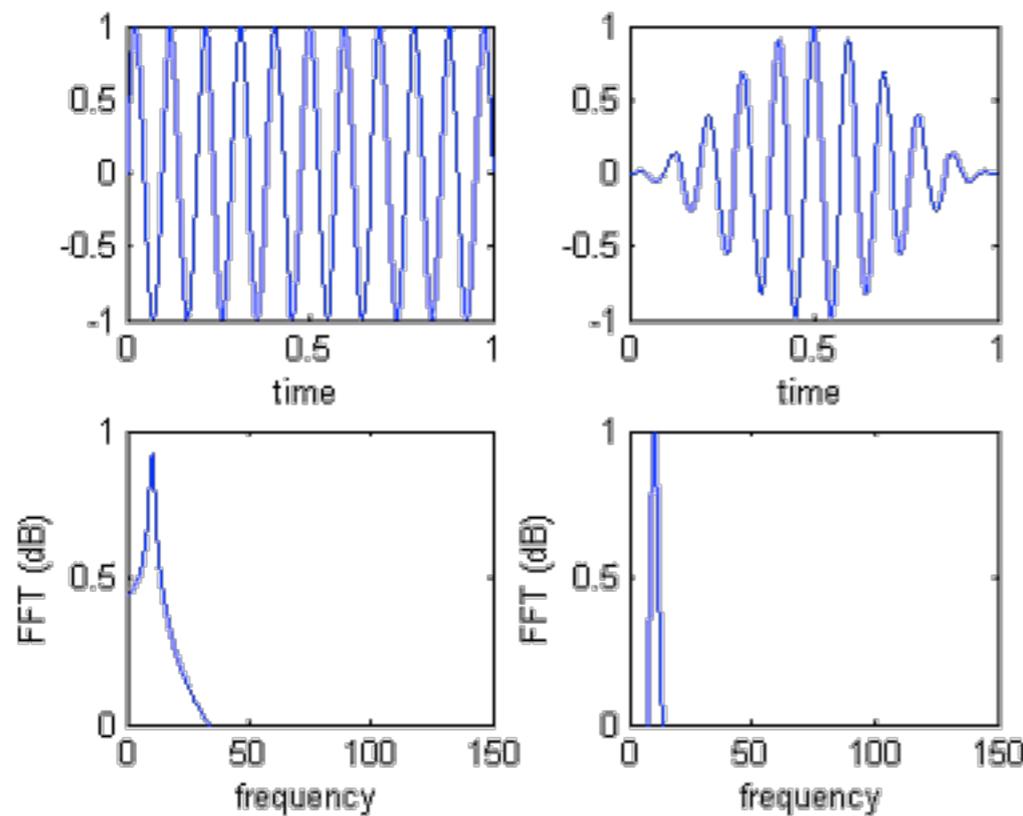


Le componenti spettrali si ridistribuiscono attorno al valore corretto..  
(componenti spurie, di ampiezza sbagliata)

# Analisi del segnale - trasformata di Fourier

Si può ridurre il Leakage, moltiplicando il segnale campionato per opportune finestre di pesatura (segnale inizia e finisce a zero...)

- finestra di shoebox, Hanning, Hamming, Barlett, KaiserBessel...
- correzione energetica del segnale



..le finestre di pesatura lavorano come i filtri..

# Analisi del segnale - trasformata di Fourier

Proprietà della trasformata...

$$x(t), y(t), h(t) \Leftrightarrow X(\omega), Y(\omega), H(\omega)$$

Linearità...

$$\alpha x(t) + \beta y(t) \Leftrightarrow \alpha X(\omega) + \beta Y(\omega)$$

Scalaggio nel tempo / frequenza...

$$x(kt) \Leftrightarrow \frac{1}{|k|} X\left(\frac{\omega}{k}\right) \quad \frac{1}{|k|} x\left(\frac{t}{k}\right) \Leftrightarrow X(k\omega)$$

Scorrimento nel tempo / frequenza...

$$x(t \pm t_0) \Leftrightarrow X(\omega) e^{\pm j\omega t_0} \quad x(t) e^{\pm j\omega t_0} \Leftrightarrow X(\omega \mp \omega_0)$$

Integrale...

$$\int x(t) dt \Leftrightarrow \frac{X(\omega)}{j\omega}$$

Derivata...

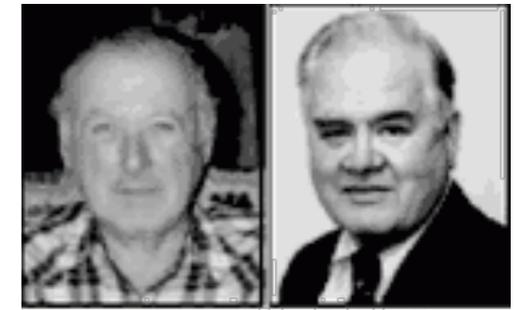
$$\frac{\partial x(t)}{\partial t} \Leftrightarrow j\omega X(\omega)$$

Convoluzione / Prodotto...

$$h(t) = \int x(t) y(t - \tau) d\tau \Leftrightarrow H(\omega) = X(\omega) Y(\omega)$$

$$h(t) = x(t) y(t) \Leftrightarrow H(\omega) = \int X(\omega) Y(\omega - \nu) d\nu$$

# Analisi del segnale - trasformata di Fourier



James Cooley      John Tukey

Esistono diversi algoritmi per calcolare la DFT.. il più comune è quello della FFT (Cooley-Tukey 1965) (proposta da Gauss 1777-1855)

Lavora con  $N=2^x$  dividendo i campioni in gruppi e facendo un opportuna CL di questi..

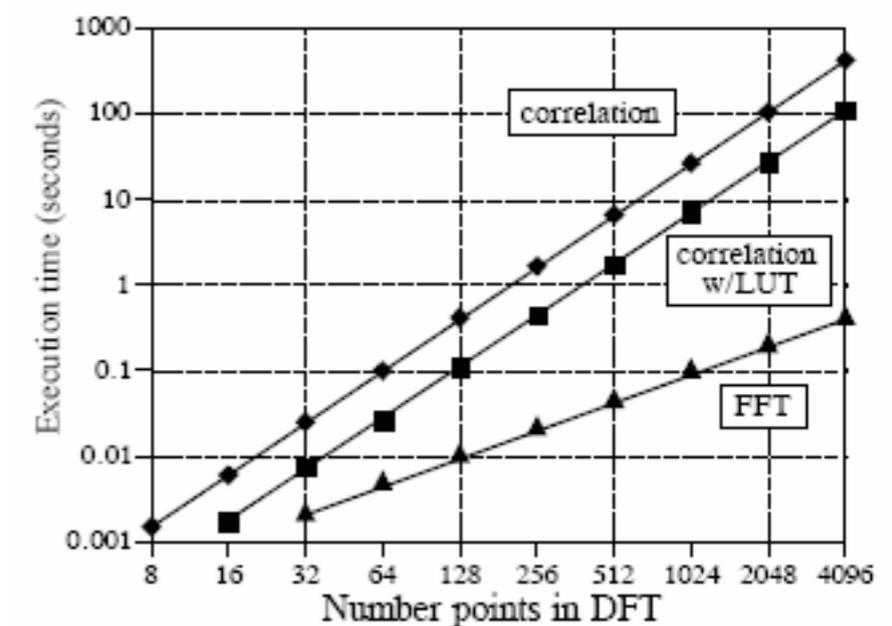
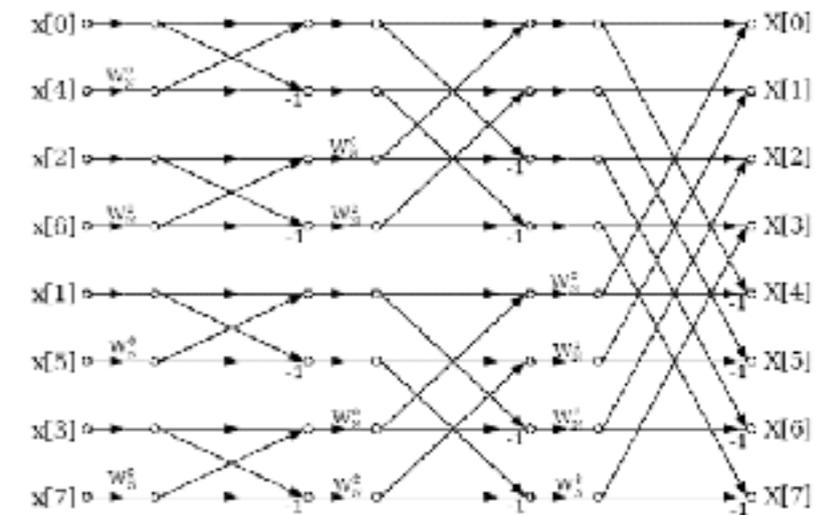
es presi 8 campioni ..

li “assembla” in 4 gruppi da 2 valori ..

poi in 2 gruppi da 4 valori ..

poi in 1 gruppo da 8 valori ..

riducendo il numero di operazioni algebriche complesse necessarie ..



$$F(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f(k\Delta t) e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} \quad f(k\Delta t) = \sum_{n=0}^{N-1} F(n\Delta\omega) e^{j\frac{2\pi}{N}nk}$$

# Analisi del segnale - funzioni nel dominio del tempo e della frequenza

A partire dai segnali del tempo è possibile valutare una serie di scalari e funzioni derivate che esprimono le caratteristiche del segnale stesso...

massimo / minimo / scarto  $\max[x(t)]$   $\min[x(t)]$   $\max[x(t)] - \min[x(t)]$

RMS 
$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [x(t)]^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t)^2}$$

Varianza 
$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^N [x_i(t) - \bar{x}]^2}{N}$$

Skewness 
$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^N [x_i(t) - \bar{x}]^3}{N} \left( \frac{1}{\sigma_x^3} \right)$$

Kurtosis 
$$\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^N [x_i(t) - \bar{x}]^4}{N} \left( \frac{1}{\sigma_x^4} \right)$$

...e tutte le funzioni statistiche del caso...

# Analisi del segnale - funzioni nel dominio del tempo e della frequenza

Segnale  $x(t)$

Auto-correlazione

$$R_{xx}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_T x(t)x(t + \tau) d\tau$$

Cross-correlazione

$$R_{xy}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_T x(t)y(t + \tau) d\tau$$

Spettro  $X(\omega)$

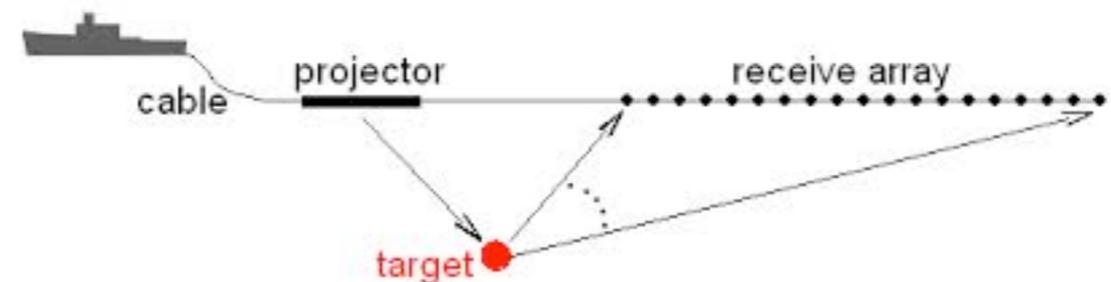
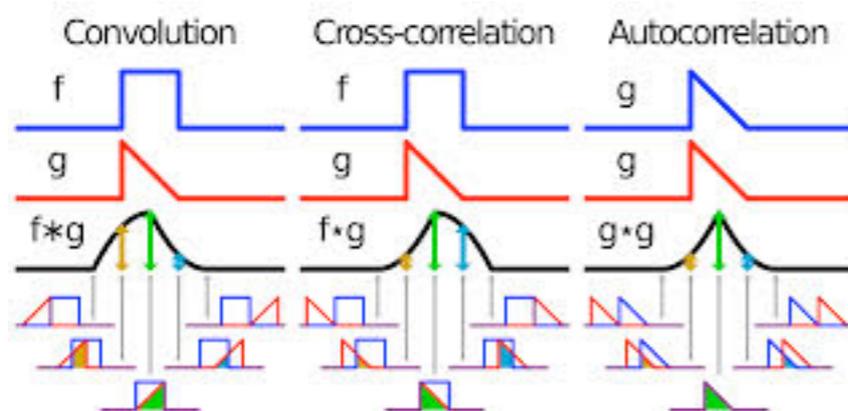
Auto-spettro

$$S_{xx}(\omega) = [X(\omega)X^*(\omega)]$$

Cross-spettro

$$S_{xy}(\omega) = [X(\omega)Y^*(\omega)]$$

per evidenziare similarità, ritardi, ... tra segnali nei due domini



# Analisi del segnale - funzioni nel dominio del tempo e della frequenza

## Auto-spettro

$$S_{xx}(\omega) = [X(\omega)X^*(\omega)]$$

Funzione reale, non ci sono informazioni di fase

Media il segnale ed il rumore

Non richiede trigger

Attenzione allo scalaggio:

Power Spectrum (EU)<sup>2</sup>

Power Spectral Density (EU)<sup>2</sup>/Hz

Energy Spectral Density (EU)<sup>2</sup>s/Hz

## Cross-spettro

$$S_{xy}(\omega) = [X(\omega)Y^*(\omega)]$$

Funzione complessa, ci sono informazioni di fase

Evidenzia le parti comuni nei due segnali

Non richiede trigger

## Coerenza

$$\gamma_{xy}^2(\omega) = \frac{[S_{xy}(\omega)S_{xy}^*(\omega)]}{[S_{xx}(\omega)S_{yy}(\omega)]}$$

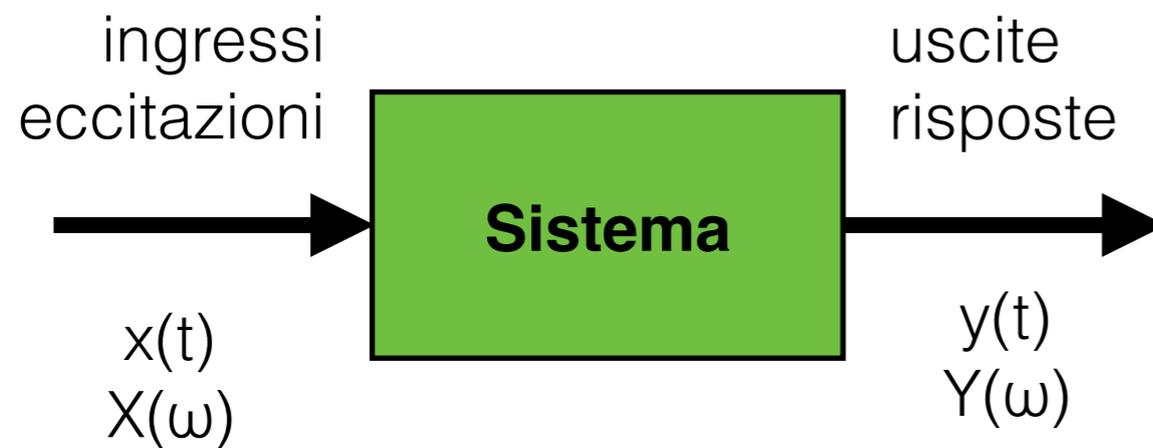
Funzione reale, compresa tra 0-1

Evidenza la correlazione tra i due segnali

..altre funzioni dipendente dall'applicazione  
Coherent Power, Referenced CrossPower...

# Analisi del segnale - analisi dei sistemi

..Supponiamo di avere un sistema dinamico..  
misuriamo le diverse eccitazioni e le risultanti risposte..



sia con rappresentazione  
continua (t) - (ω)  
che  
discreta (kΔt) - (kΔω)

..se valgono le solite condizioni di  
Sistema Lineare, Tempo Invariante..

..il sistema può essere descritto completamente  
funzioni di risposta all'impulso o in frequenza  
(dirette o di trasferimento)

# Analisi del segnale - analisi dei sistemi

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)h(t - \tau)d\tau$$

..la risposta del sistema è la convoluzione tra eccitazione e risposta all'impulso..

---

$$Y(\omega) = X(\omega)H(\omega)$$

..o il prodotto tra eccitazione del sistema e funzione di risposta in frequenza ..

$$X^*(\omega)Y(\omega) = X^*(\omega)X(\omega)H(\omega)$$

$$Y^*(\omega)Y(\omega) = Y^*(\omega)X(\omega)H(\omega)$$

$$H(\omega) = \frac{X^*(\omega)Y(\omega)}{X^*(\omega)X(\omega)} = \frac{S_{xy}(\omega)}{S_{xx}(\omega)} = H_1(\omega)$$

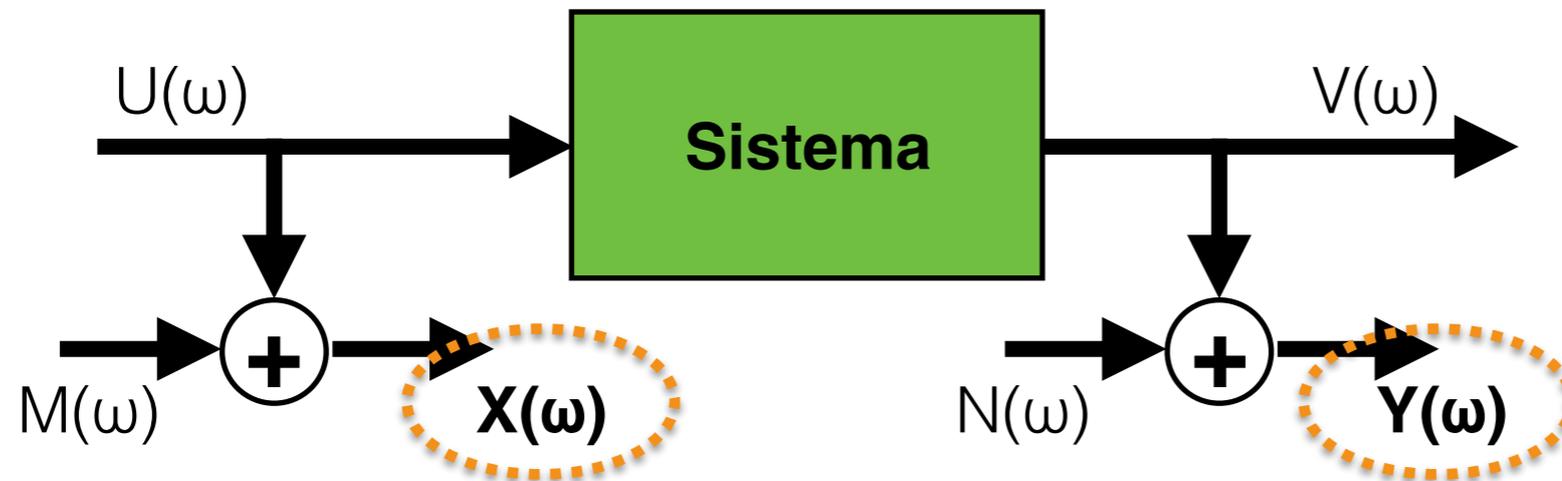
$$H(\omega) = \frac{Y^*(\omega)Y(\omega)}{Y^*(\omega)X(\omega)} = \frac{S_{yy}(\omega)}{S_{yx}(\omega)} = H_2(\omega)$$

..stime della FRF partendo dai dati sperimentali misurati .. (ideale)

# Analisi del segnale - analisi dei sistemi

Nel caso reale, c'è rumore sia in ingresso  $M$  che in uscita  $N$ ..

si misurano  $X$  e  $Y$ , ma non si sa con certezza cosa entra ed esce dal sistema  $U$  e  $V$



Si immagina che il rumore sia scorrelato dall'eccitazione e dalla risposta

$$S_{MN}(\omega) = S_{MU}(\omega) = S_{MY}(\omega) = S_{NV}(\omega) = S_{NX}(\omega) = 0$$

$$Y(\omega) = V(\omega) + N(\omega) = H(\omega)(X(\omega) - M(\omega)) + N(\omega)$$

..moltiplicando per i complessi coniugati dell'eccitazione o della risposta misurata..

# Analisi del segnale - analisi dei sistemi

..si ottengono due stime della FRF, una sotto-stimante una sovra-stimante quella ideale.. in entrambi i casi la fase è corretta.

$$H_1(\omega) = \frac{S_{xy}(\omega)}{S_{xx}(\omega)} = H(\omega) \frac{1}{1 + \frac{S_{MM}(\omega)}{S_{UU}(\omega)}}$$

$$H_2(\omega) = \frac{S_{yy}(\omega)}{S_{yx}(\omega)} = H(\omega) \left( 1 + \frac{S_{NN}(\omega)}{S_{VV}(\omega)} \right)$$

..per il modulo

$$|H_1(\omega)| \leq H(\omega) \leq |H_2(\omega)|$$

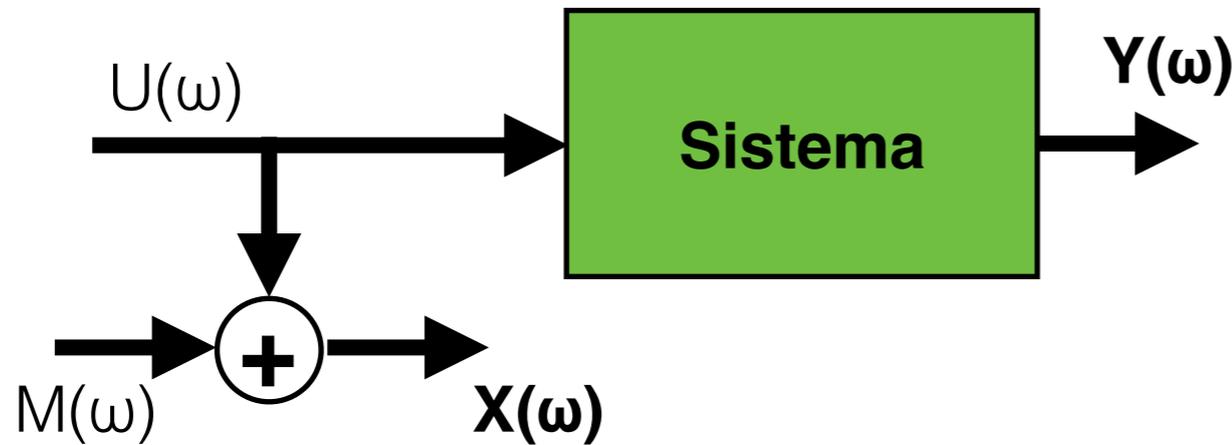
..la coerenza è sempre <1

$$\gamma^2(\omega) = \frac{H_1(\omega)}{H_2(\omega)} = \frac{1}{\left( 1 + \frac{S_{MM}(\omega)}{S_{UU}(\omega)} \right) \left( 1 + \frac{S_{NN}(\omega)}{S_{VV}(\omega)} \right)}$$

# Analisi del segnale - analisi dei sistemi

..nel caso di rumore ad una sola "estremità" le cose si semplificano un po'...

..rumore in ingresso...



$$S_{MU}(\omega) = S_{MY}(\omega) = 0$$

sottostima di H

$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) = H(\omega)(U(\omega) + M(\omega))$$

$$H_1(\omega) = \frac{S_{xy}(\omega)}{S_{xx}(\omega)} = H(\omega) \frac{1}{1 + \frac{S_{MM}(\omega)}{S_{UU}(\omega)}}$$

$$H_2(\omega) = \frac{S_{yy}(\omega)}{S_{yx}(\omega)} = H(\omega)$$

H corretta

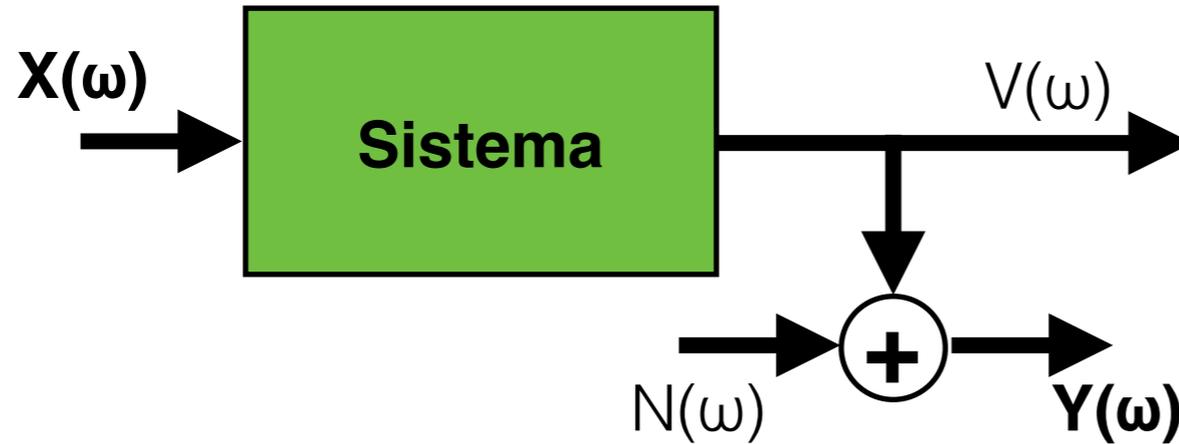
..le fasi sono corrette in entrambi le stime

..coerenza sempre < 1

$$\gamma^2(\omega) = \frac{H_1(\omega)}{H_2(\omega)} = \frac{1}{\left(1 + \frac{S_{MM}(\omega)}{S_{UU}(\omega)}\right)}$$

# Analisi del segnale - analisi dei sistemi

..rumore in uscita...



$$S_{NV}(\omega) = S_{NX}(\omega) = 0$$

H corretta

$$Y(\omega) = V(\omega) + N(\omega) = H(\omega)X(\omega) + N(\omega)$$

$$H_1(\omega) = \frac{S_{xy}(\omega)}{S_{xx}(\omega)} = H(\omega)$$

$$H_2(\omega) = \frac{S_{yy}(\omega)}{S_{yx}(\omega)} = H(\omega) \left( 1 + \frac{S_{NN}(\omega)}{S_{VV}(\omega)} \right)$$

sovrastima di H

..le fasi sono corrette in entrambi le stime

..coerenza sempre < 1

$$\gamma^2(\omega) = \frac{H_1(\omega)}{H_2(\omega)} = \frac{1}{\left( 1 + \frac{S_{NN}(\omega)}{S_{VV}(\omega)} \right)}$$

# Analisi del segnale - eccitazione dei sistemi



Come si sceglie  $x(t)$ ?

eccitazione transitoria

**martelli strumentati**

cavi tensionati / bulloni esplosivi

microrazzi

bump test...

eccitazione stazionaria

**shakers** (elettro- oleo- piezo- dinamici, inerziali,..)

vibroline

...

eccitazione operativa

**funzionamento impianto**

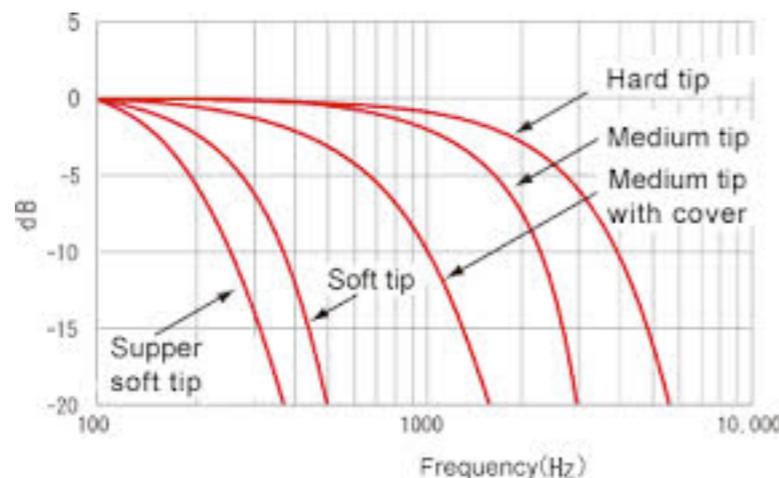
# Analisi del segnale - eccitazione dei sistemi

Impulsiva:  
molto facile, rapida, economica,...

la forza misurata non è esattamente  
quella iniettata nella struttura

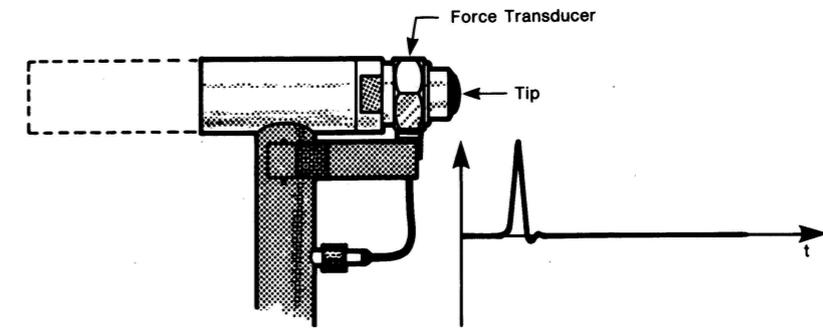
$$F_{real} = F_{meas} \frac{M + m_{tip}}{M}$$

..cambiano la massa del martello e la rigidità della punta si modifica  
la durata del contatto martello-struttura ed il range di frequenza...



..alto fattore di cresta..  
non va bene per misurare strutture  
non lineari..

..segnale transitorio..no leakage!

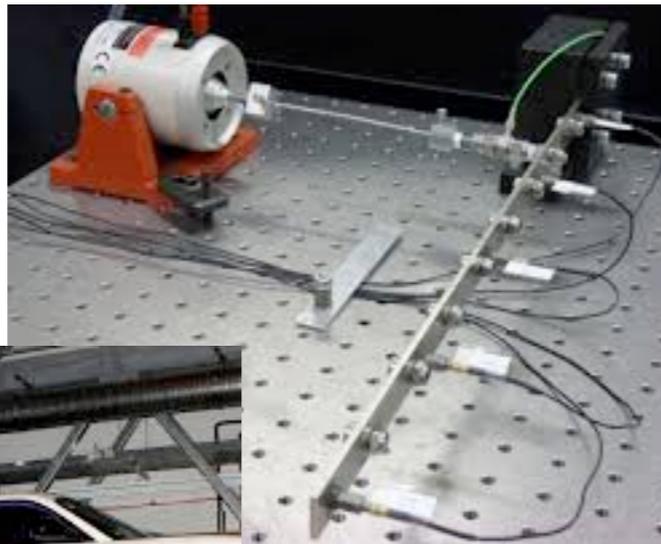


# Analisi del segnale - eccitazione dei sistemi

Shaker:

molto controllabile (segnale), costosa, più difficile da allestire...

si aggiunge alla struttura la “dinamica” dell’armatura dello shaker/stinger/cella



# Suono e Rumore

## Shaker - segnali

sinusoidali: una frequenza alla volta.. set-transitorio-misura-set-transitorio-misura  
molto lento, molto controllabile in frequenze ed ampiezza  
ottimo per lo studio dei transitori e delle non linearità

random: ampiezza di eccitazione con distribuzione gaussiana,  
range di frequenza esteso, segnale continuo..problema di leakage  
media le non linearità

pseudo random: segnale random di lunghezza T ripetuto > segnale periodico  
eccitazione armonica a freq definite, segnale periodico..no leakage  
non media le non linearità

periodic random: combinazione di segnali pseudo-random  
segnale periodico.. no leakage, lento  
variando le parti pseudorandom si mediano le non linearità

burst random: segnale random seguito da una fase senza eccitazione

