

esercizi di statistica 1

1. Sia (X_1, \dots, X_N) un campione casuale estratto da una legge uniforme sull'intervallo $(\alpha - \beta, \alpha + \beta)$, dove $\alpha \in \mathbb{R}$ e $\beta \in \mathbb{R}^+$.

- Verificare che $E[X_1]$ dipende solo da α e $Var[X_1]$ solo da β .
- Determinare col metodo dei momenti gli stimatori \hat{T}_1 e \hat{T}_2 di α e β rispettivamente.
- Calcolare la distorsione dello stimatore \hat{T}_2 .

2. Sia (X_1, \dots, X_N) , $N \geq 2$, un campione casuale estratto da una legge avente densità data dalla funzione f_X definita su \mathbb{R} e tale che

$$f_X(x) = (\theta + 1)2^{-(\theta+1)}x^\theta 1_{(0,2)}(x),$$

dove $\theta \in]-1, +\infty[$.

- Calcolare $E[X_1 + 2X_2]$ e $Var[X_1]$.
 - Determinare col metodo dei momenti lo stimatore $\hat{\Theta}$ di θ .
3. Sia (X_1, \dots, X_N) , $N \geq 2$, un campione casuale estratto da una legge avente densità data dalla funzione f_X definita su \mathbb{R} e tale che

$$f_X(x) = \frac{1}{\theta_1 + \theta_2} 1_{(-\theta_1, \theta_2)}(x),$$

dove $\theta_1, \theta_2 \in \mathbb{R}^+$.

- Calcolare $E[2X_1 + X_2]$ e $Var[X_1 - 2X_2]$.
 - Calcolare $P(X_2 < \frac{1}{2}X_1)$.
 - Determinare col metodo dei momenti gli stimatori $\hat{\Theta}_1$ e $\hat{\Theta}_2$ di θ_1 e θ_2 rispettivamente.
4. I seguenti dati numerici sono le realizzazioni di un campione casuale estratto da una legge normale avente media μ sconosciuta e varianza $\frac{9}{25}$:

0, 1, 0, 5, 0, 8, 1, 1, 1, 1, 2, 1, 4, 1, 7, 2, 1.

- Determinare le realizzazioni della media e della varianza campionarie.
 - Determinare un intervallo di confidenza bilaterale per μ al livello di confidenza del 96%.
5. I seguenti dati numerici sono le realizzazioni di un campione casuale estratto da una legge normale avente media μ e varianza σ^2 :

0, 6, 0, 9, 0, 8, 1, 1, 1, 3, 1, 5, 1, 8.

- Determinare le realizzazioni della media e della varianza campionarie.
 - Determinare un intervallo di confidenza bilaterale per μ al livello di confidenza del 95%.
 - Nel caso di $\sigma^2 = \frac{1}{4}$, determinare un intervallo di confidenza bilaterale per μ al livello di confidenza del 98%.
6. I seguenti dati numerici sono le realizzazioni di un campione casuale estratto da una legge normale avente media μ sconosciuta e varianza 4:

-1, 3, -0, 6, 0, 4, 1, 5, 1, 6, 1, 8, 2, 8, 3, 8, 4, 4.

- Determinare le realizzazioni della media e della varianza campionarie.
- Determinare uno stimatore di μ con il metodo della massima verosimiglianza.
- Determinare un intervallo di confidenza bilaterale per μ al livello di confidenza del 97%.