

G.V. MARGAGLIOTTI

**Appunti di
Introduzione alla Fisica
Nucleare e Subnucleare
a.a. 2018/19**

2018

Indice

1	Preambolo	11
1.1	I costituenti fondamentali della materia	12
1.2	Elementarità	15
1.3	Le interazioni fondamentali	15
1.4	Simmetrie e leggi di conservazione	17
1.5	La sperimentazione	18
1.6	Unità di misura	19
2	Acceleratori di particelle e nuclei	23
2.1	Acceleratori a caduta di potenziale	26
2.2	Acceleratori lineari	30
2.3	Orbite in campi magnetici	31
2.4	Il betatrone	37
2.5	Il ciclotrone	43
2.6	Il sincrotrone e il proto-sincrotrone	46
3	I raggi cosmici	51
3.1	Alcune caratteristiche dei raggi cosmici	53
3.2	Meccanismi d'accelerazione alla Fermi	56
4	Il nucleo atomico	61
4.1	Nomenclatura	64
4.2	Tabella dei nuclidi	65
4.3	Proprietà del nucleo atomico	67
4.3.1	Masse dei nuclei	67
4.3.2	Misura di masse nucleari con metodi spettrometrici	68
4.3.3	Misura di masse nucleari tramite reazioni nucleari	71
4.3.4	Abbondanza degli elementi	74
4.3.5	Spin dei nuclei	76
4.3.6	Parità e nuclei	79
4.3.7	Forze nucleari e dimensioni dei nuclei	80
4.3.8	Modello a goccia e formula di Weizsäcker	89
4.3.9	Momenti elettrici e magnetici dei nuclei	97

4.3.10	Misure dei momenti elettrici e magnetici dei nuclei . . .	106
4.3.11	Isospin	108
4.3.12	Ricapitolando	112
5	La stabilità dei nuclei	115
5.1	Generalità sulla radioattività, ovvero sui decadimenti nucleari	117
5.2	Radioattività α	120
5.2.1	Soglia di instabilità	126
5.2.2	Teoria del decadimento α	127
5.3	Approccio perturbativo ai decadimenti	132
5.4	Radioattività β	137
5.4.1	Conversione interna	137
5.4.2	Decadimento β	138
5.4.3	Regole di Sargent	145
5.4.4	Teoria di Fermi del decadimento β	146
5.5	Radioattività γ	154
5.6	Cinematica relativistica del decadimento in due corpi	158
5.7	Fissione nucleare	162
6	Statistica dei decadimenti radioattivi	173
6.1	Decadimento radioattivo di una sola sostanza	173
6.2	Decadimento radioattivo di più sostanze	176
6.3	Tecniche radioattive di datazione	182
7	Processi d'urto	189
7.1	Sezioni d'urto: introduzione operativa	193
7.2	Invarianti cinematici	202
7.3	Cinematica per urti di particelle leggere su particelle massive	207
7.4	La sezione d'urto di Rutherford: approccio classico	210
7.4.1	I risultati dell'esperimento di Rutherford	216
7.5	Approccio quantistico al concetto di sezione d'urto	220
7.6	La sezione d'urto di Rutherford: approccio quantistico	222
7.7	Sezioni d'urto e spin	227
7.8	La sezione d'urto di Mott	228
7.9	Misure dei fattori di forma (elettrici)	230
8	Reazioni nucleari	237
8.1	Leggi di conservazione	238
8.2	Condizioni sperimentali	239
8.3	Energetica delle reazioni nucleari	239
8.4	Diffusione da potenziale nucleare	245
8.5	Diffusione in onde parziali	248
8.6	Interazioni neutroni-nuclei	252
8.7	Reazioni con formazione del nucleo composto	257

8.8	Reazioni dirette	258
8.9	Reazioni di risonanza	259
9	Particelle: una storia avvincente	261
9.1	Il periodo pionieristico (1897-1932)	261
9.2	Il fotone (1900-1924)	263
9.3	I mesoni π (1934-1947)	266
9.4	Le antiparticelle (1930-1956)	267
9.5	Neutrini (1930-1962)	271
9.6	Particelle strane (1947-1960)	277
9.7	La via dell'ottetto (1961-1964)	282
9.8	Il modello a quark (1964)	285
9.9	La rivoluzione di novembre e le sue conseguenze (1974 - 1983 e 1995)	291
9.10	I bosoni vettori intermedi (1983)	295
9.11	Diagrammi di Feynman	297
9.12	Urti e risonanze	301
10	Caratteristiche e numeri quantici delle particelle	309
10.1	La massa dei pioni carichi	309
10.2	La vita media dei pioni carichi	310
10.3	Lo spin dei pioni	312
10.4	La parità dei pioni	314
10.4.1	Il pione neutro π^0	315
11	Diffusione elastica su nucleoni	319
11.1	Fattori di forma dei nucleoni	320
11.2	Diffusione quasi-elastica	326
11.3	Dimensioni di pioni e Kaoni	330
12	Diffusione profondamente anelastica	333
12.1	Stati eccitati dei nucleoni	334
12.2	Funzioni di struttura	337
12.3	Il modello a partoni	342
12.4	La struttura a quark dei nucleoni	344
12.5	Le funzioni di struttura nell'ambito del modello a partoni	346
12.5.1	Carica dei quark e diffusione anelastica $\nu + N$	351
12.6	Un certo livello di insoddisfazione	353
13	Quark, gluoni e l'interazione forte	355
13.1	Quark e adroni	355
13.2	Interazione fra quark e gluoni	357
13.3	Violazioni di scala per le funzioni di struttura	363
13.4	Effetti nucleari nella diffusione profondamente anelastica	367

13.5	I risultati della diffusione profondamente anelastica	369
14	-* Produzione di particelle in urti e^+e^-	371
14.1	Produzione di coppie leptoniche	373
15	-* Fenomenologia delle interazioni deboli	375
16	-* Bosoni di scambio delle interazioni deboli e bosone di Higgs	377
17	Stati adronici legati: quarkonia	379
17.1	Il charmonio	381
17.2	Il potenziale quark - antiquark	384
18	-* Mesoni	389
19	Barioni	391
19.1	Produzione e rivelazione di barioni	391
19.2	-* Multipletti barionici	395
19.3	-* Masse dei barioni	395
19.4	-* Momenti magnetici	395
19.5	-* Decadimenti semileptonici dei barioni	395
19.6	Limiti del concetto di quark costituenti	395
20	Concetti di dinamica delle particelle elementari	399
20.1	Elettrodinamica quantistica (QED)	400
20.2	Cromodinamica quantistica (QCD)	405
21	Il Modello Standard	415
22	La forza nucleare	421
22.1	Sistema legato nucleone-nucleone	422
22.1.1	La diffusione nucleone-nucleone	422
22.1.2	*- Il deutone	427
22.2	Analogia atomico-molecolare	429
22.3	Il potenziale di Yukawa	431
23	La struttura dei nuclei	437
23.1	Modello a gas di Fermi	438
23.2	Ipernuclei	441
23.3	-* Il modello a shell	442
24	Termodinamica nucleare	443
24.1	-* Descrizione termodinamica di un nucleo	446
24.2	-* Nucleo composto e caos quantistico	446
24.3	-* Fasi della materia nucleare	446

25	Particelle e termodinamica nell'universo primordiale	447
26	Evoluzione stellare e sintesi degli elementi	457
26.1	Fusione nucleare	458
26.1.1	-* Bruciamento dell'idrogeno	464
26.1.2	-* Bruciamento dell'elio	464
26.1.3	-* Bruciamento del ferro	464
26.1.4	-* Sintesi elementi pesanti	464
27	Esercizi	465
27.1	Esercizi da inserire	465
27.2	Esercizi Capitolo 2	465
27.2.1	Esercizio 2 _ 1: Massimo potenziale ottenibile da una configurazione Crockroft-Walton	465
27.3	Esercizi Capitolo 4	465
27.3.1	Esercizio 4 _ 1: Spin del protone	465
27.4	Esercizi Capitolo 5	466
27.4.1	Esercizio 5 _ 1: Decadimento α del plutonio	466
27.5	Esercizi Capitolo 6	467
27.5.1	Esercizio 6 _ 1: Convertitore termoelettrico a plutonio	467
27.5.2	Esercizio 6 _ 2: Radon in una ambiente chiuso	468
27.5.3	Esercizio 6 _ 3:	470
27.5.4	Esercizio 6 _ 4:	471
27.5.5	Esercizio 6 _ 5: Intensità di un fascio di neutroni in funzione della distanza dalla sorgente	473
27.5.6	Esercizio 6 _ 6: Vita media del ^{239}Pu	474
27.5.7	Esercizio 6 _ 7:	475
27.5.8	Esercizio 6 _ 8:	477
27.5.9	Esercizio 6 _ 9:	478
27.5.10	Esercizio 6 _ 10:	479
27.6	Esercizi Capitolo 7	480
27.6.1	Esercizio 7 _ 1: Variabili di Mandelstam	480
27.6.2	Esercizio 7 _ 2: Sezione d'urto in funzione del para- metro d'urto "b"	481
27.6.3	Esercizio 7 _ 3: Fattore di forma elastico per un nucleo	483
27.6.4	Esercizio 7 _ 4:	484
27.7	Esercizi Capitolo 13	485
27.7.1	Esercizio 13 _ 1:	485
27.7.2	Esercizio 13 _ 2:	486
27.7.3	Esercizio 13 _ 3:	487
A	La scoperta del neutrone	489
B	Momenti elettrici dei nuclei	493

	499
D Richiami di Relatività ristretta	503
D.1 Coordinate parallele e trasverse	506
D.2 Legge relativistica del moto di una particella	508
E Diffusione Compton	511
F Stato finale in tre corpi	515
G Esperimento di Conversi, Pancini e Piccioni	519
H Decadimenti e leggi di conservazione	523
I Leggi di conservazione e loro violazioni	529
J Esperimenti sulla scoperta dei neutrini	531
K	537
L	539

Capitolo 1

Preambolo

La vastità degli argomenti concernenti la fisica nucleare e subnucleare suggerisce di affrontarne lo studio in modo misto, con un approccio che non sia solo guidato dalla progressione cronologica delle scoperte sperimentali e/o delle sintesi teorico/modellistiche, ma tenga conto di entrambi, considerando lo stato attuale delle conoscenze sull'argomento, cioè il cosiddetto Modello Standard nella sua globalità, come filo conduttore, con alcune incursioni su importanti applicazioni e su cosa ancora non rientra nel Modello Standard. Su alcuni argomenti si ritornerà più volte, con gradualità e successivi approfondimenti, e comunque non tutto sarà trattato in modo completo ed esaustivo. In alcuni casi il motivo è che non esiste ancora una *sistemazione definitiva e stabile* di quanto concerne il mondo nucleare e subnucleare; in altri si tratterà dell'omissione di parti necessariamente legata alla limitatezza del tempo disponibile e conseguente ad una scelta di argomenti che costituiscano in ogni caso un percorso coerente per quello che è comunque un insegnamento introduttivo.

La base concettuale e gli strumenti matematici necessari allo studio dei processi in cui sono coinvolti nuclei e particelle si fondano per la gran parte sulla meccanica quantistica, sulla relatività ristretta e sull'elettromagnetismo, con importanti utilizzi della fisica statistica.

Con la Fisica Nucleare e Subnucleare si studiano le proprietà individuali e collettive di particelle e nuclei atomici e i processi in cui essi sono, in vario modo, implicati.

Questi processi possono coinvolgere una singola particella o nucleo, o essere provocati dal concorso di più particelle o nuclei. Nel primo caso si tratta della *propagazione* di una particella libera, o del *decadimento*, in cui una particella o un nucleo si trasformano spontaneamente in altre particelle o nuclei. Nel secondo caso si tratta di *reazioni nucleari* provocate dall'interazione di una particella o di un nucleo, con altre particelle, o nuclei.

È poi importante osservare che la descrizione di molecole e atomi si avvale della meccanica quantistica non relativistica, anche in quanto le strutture

costituenti le molecole (atomi) e gli atomi (nuclei ed elettroni atomici), si muovono, nelle strutture che costituiscono, con velocità tipicamente molto inferiori a quella della luce nel vuoto e le energie cinetiche che caratterizzano tali moti sono molto inferiori agli equivalenti energetici delle masse delle strutture coinvolte. Ciò vale per lo più anche per i componenti dei nuclei, i nucleoni, all'interno dei nuclei stessi.

I costituenti delle particelle adroniche (quark e gluoni) si muovono invece a velocità molto alte, prossime a c , e le energie cinetiche che caratterizzano il loro moto sono dell'ordine o maggiori agli equivalenti energetici delle loro masse, per cui non si può prescindere da un approccio relativistico nel descriverne la fenomenologia.

Compendi e richiami di alcuni fondamentali argomenti propedeutici, e lo svolgimento completo di alcuni calcoli relativi ad argomenti trattati, sono presentati in appendice allo scopo di non appesantire il filo conduttore.

1.1 I costituenti fondamentali della materia

La ricerca dei mattoni fondamentali della materia ha condotto alla scoperta di strutture sempre più piccole che sono via via risultate essere a loro volta sistemi composti da strutture ancora più piccole. Alla fine del 19° secolo si era ormai convinti che la materia fosse composta da atomi. L'esistenza di un centinaio di elementi diversi che mostravano proprietà periodicamente ricorrenti, era però una chiara indicazione del fatto che anche gli atomi possedessero una struttura interna e non fossero *indivisibili*.

Il moderno concetto di atomo si sviluppò agli inizi del 20° secolo grazie soprattutto ai risultati degli esperimenti effettuati da Rutherford, Geiger e Madsen.

Un atomo è composto da un nucleo denso circondato da una nuvola di elettroni. Il nucleo è a sua volta scomponibile in costituenti più piccoli detti *nucleoni*, e questi sono di due tipi: *protoni* e *neutroni*.

Prima della scoperta del neutrone¹ da parte di Chadwick², nel 1932, si pensava che i nuclei contenessero protoni ed elettroni, ma che questi ultimi non possano essere annoverati fra i costituenti dei nuclei si deduce, come si vedrà, anche da considerazioni basate sulla combinazione di conservazione della carica e dello spin, oltre che da una analisi quanto-meccanica dell'ipotetico nucleo con elettroni quali componenti.

Nel 1928 Dirac, lavorando a un'estensione della meccanica quantistica che coniugasse l'equazione di Schrödinger con la relatività ristretta, formulò un'equazione che prevede, come soluzioni, anche elettroni di energia nega-

¹Si veda l'Appendice A.

²J.Chadwick "Possible Existence of a Neutron" - Nature 129 (1932) 312. L'esistenza del neutrone come elemento costituente il nucleo atomico assieme al protone fu suggerita da E.Rutherford nel 1920.

tiva. Nel 1931, sempre Dirac, concluse che le nuove strutture previste dalla sua equazione andavano interpretate come elettroni che si muovessero *a ritroso* nel tempo, ovvero equivalentemente, come delle nuove particelle che si muovono nel solito modo, rispetto al tempo, ma posseggono carica elettrica opposta a quella dell'elettrone, essendo per il resto uguali a quest'ultimo. Vennero chiamate *positroni*, o anche *anti-elettroni*. Queste nuove particelle, anzi *anti-particelle*³, furono scoperte l'anno successivo da Anderson, e quindi da Blackett e Occhialini fra i prodotti delle interazioni dei raggi cosmici⁴ con l'atmosfera terrestre.

Il concetto di *antiparticella* si estese anche alle altre particelle note o via via previste, trovando costante riscontro nella loro individuazione sperimentale (l'antiprotone fu ad esempio scoperto da Segrè e Chamberlain nel 1955).

Oggi si assume che ad ogni particella sia associata un'antiparticella (talvolta le due coincidono, come nel caso del fotone, ad esempio), e inoltre un'antiparticella è caratterizzata dall'averne massa, spin e vita media uguali, carica elettrica, momento magnetico, numero barionico, leptonico o altro numero quantico uguali in valore assoluto ma di segno opposto rispetto alla particella associata. Il positrone è la sola antiparticella ad avere un nome specifico, per il resto vengono indicate dal prefisso "anti". Il simbolo utilizzato per indicare un'antiparticella è solitamente lo stesso che designa la corrispondente particella, ma con una barretta posta sopra il simbolo. Non è casuale l'analogia con l'indicazione di una quantità complessa coniugata, data la coniugazione fra la funzione d'onda associata a una particella e quella associata alla sua antiparticella.

Pauli, nel 1930, postulò l'esistenza di un'ulteriore particella, chiamata poi *neutrino*, allo scopo di conciliare il rispetto delle leggi di conservazione di energia, impulso e momento angolare, con gli allora recenti risultati dello studio del *decadimento β* .

Nei decenni successivi, con l'avvento e il successivo sviluppo degli acceleratori di particelle, si trovò che protoni e neutroni sono i due membri più leggeri di una numerosa famiglia di particelle dette *adroni*. Ad oggi se ne conoscono più di 200 e come fu per gli atomi, possono essere classificati in gruppi caratterizzati da proprietà simili.

Apparve dunque chiaro che essi non potessero essere considerati costituenti fondamentali della materia e fu verso la fine degli anni '60 del 20° secolo che col modello a quark si riuscì a mettere ordine in questo zoo di adroni. Ogni adrone può essere descritto come un'opportuna combinazione di due o tre quark.

Un'idea schematica delle scale dimensionali che caratterizzano le diverse gerarchie della struttura della materia allo stato attuale delle conoscenze è

³Per antiparticelle e Dirac si veda: P.A.M. Dirac, Theory of electrons and positrons, Nobel Lecture, Dec. 12, 1933

⁴Si veda il paragrafo 9.4

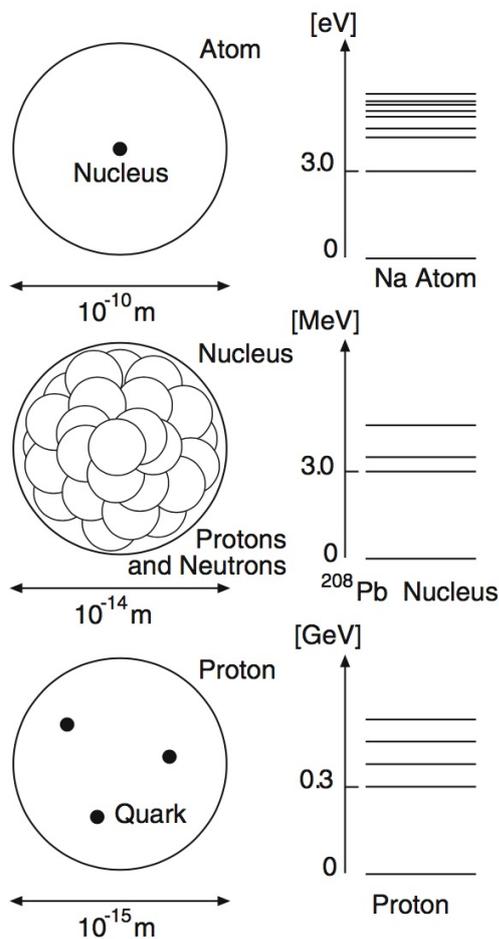


Figura 1.1: Illustrazione delle scale dimensionali tipiche del mondo atomico, nucleare e subnucleare

illustrata in figura 1.1.

I due tipi di mattoni costitutivi la materia ad oggi considerati fondamentali sono i *leptoni* che comprendono elettroni e neutrini, e i *quark*. Esperimenti di diffusione hanno mostrato per essi un limite superiore dimensionale pari a 10^{-18} m, ovvero praticamente puntiformi se confrontati ad esempio con i protoni che hanno dimensioni lineari dell'ordine di 10^{-15} m.

Leptoni e quark hanno spin $1/2$, e sono quindi dei fermioni.

Contrariamente a quanto avvenuto per atomi, nuclei e adroni, non si sono osservati stati eccitati di leptoni o quark, per cui si suppone ad oggi che essi siano particelle effettivamente elementari.

Il loro numero comunque non è piccolo: si conoscono sei diversi tipi di leptoni e sei diversi tipi di quark, con le loro rispettive antiparticelle, per un totale di 24. Essi sono raggruppati in quelle che vengono chiamate *generazioni* o

famiglie, secondo alcune loro caratteristiche comuni.

1.2 Elementarità

È importante chiarire quale sia il criterio con cui stabilire che un sistema fisico osservato è un oggetto elementare, cioè privo di struttura interna e che si comporta a tutti gli effetti come un punto materiale, nel senso che non può assorbire energia dall'esterno trasformandola in energia interna. Tutta l'energia trasferita dall'esterno a una particella elementare si deve quindi ritrovare come energia cinetica di quest'ultima. Se il sistema ha gradi di libertà interni, parte dell'energia trasferita può eccitarli, per cui l'energia cinetica associata al moto del baricentro del sistema non dà conto di tutta l'energia trasferita.

Nel mondo microscopico valgono le leggi della meccanica quantistica, per cui l'energia dei gradi di libertà interni di una particella non si distribuisce in modo continuo, ma può assumere solo una serie discreta di valori, E_0, E_1, E_2, \dots . Quindi per mettere in luce l'esistenza di gradi di libertà interni e determinare di conseguenza l'eventuale natura composita di una particella, si deve trasferire un'energia almeno pari alla soglia $E_s = E_1 - E_0$. Sondando la particella con energie inferiori ad E_s , essa si comporta a tutti gli effetti come elementare. Per questo motivo lo studio della struttura interna delle particelle richiede energie sempre più elevate.

Conseguenza inevitabile di questo è anche che il carattere *elementare* di una particella non può essere definitivamente *dimostrato sperimentalmente*: quanto si può affermare è soltanto che fino ad una certa scala d'energia la particella in esame si comporta come una particella elementare.

In base a queste considerazioni è possibile stabilire che una particella non è elementare anche senza essere in grado di osservarne i componenti, semplicemente sulla base della sua capacità di assorbire energia per eccitazione dei modi interni.

1.3 Le interazioni fondamentali

Le interazioni fra particelle e nuclei hanno luogo in base ai tipi di *forze* che agiscono fra essi in natura. Queste sono la *forza gravitazionale* che per la sua debole intensità può essere trascurata ai fini dei fenomeni che coinvolgono nuclei e particelle, tranne nel caso di particolari strutture cosmiche (stelle ai neutroni, buchi neri, ...), la *forza elettromagnetica*, la *forza debole*, coinvolta nei decadimenti β , e la *forza forte* che lega fra loro i quark a formare ad esempio protoni e neutroni. La forza che lega fra loro i nucleoni a formare i nuclei, detta anche *forza nucleare*, non è una forza fondamentale ma piuttosto un effetto secondario della forza forte e può in un certo qual modo essere paragonata concettualmente alle forze *chimiche* che altro non sono se non

una forma di interazioni elettromagnetiche che legano gli atomi a formare molecole.

Secondo l'attuale modo di vedere, le interazioni fra particelle sono mediate dallo scambio di *bosoni vettori*, particelle con spin 1. Essi sono i *fotoni* per l'interazione elettromagnetica, i *gluoni* per le interazioni forti, i bosoni W^+ , W^- e Z^0 per le interazioni deboli. I diagrammi in figura 1.2 mostrano esempi di interazioni fra due particelle tramite lo scambio di bosoni vettori; leptoni e quark sono rappresentati da linee dritte, i fotoni da linee ondulate, i gluoni da linee ad elica, i bosoni vettori dell'interazione debole da linee tratteggiate. A ognuna di queste interazioni è associata una tipologia di

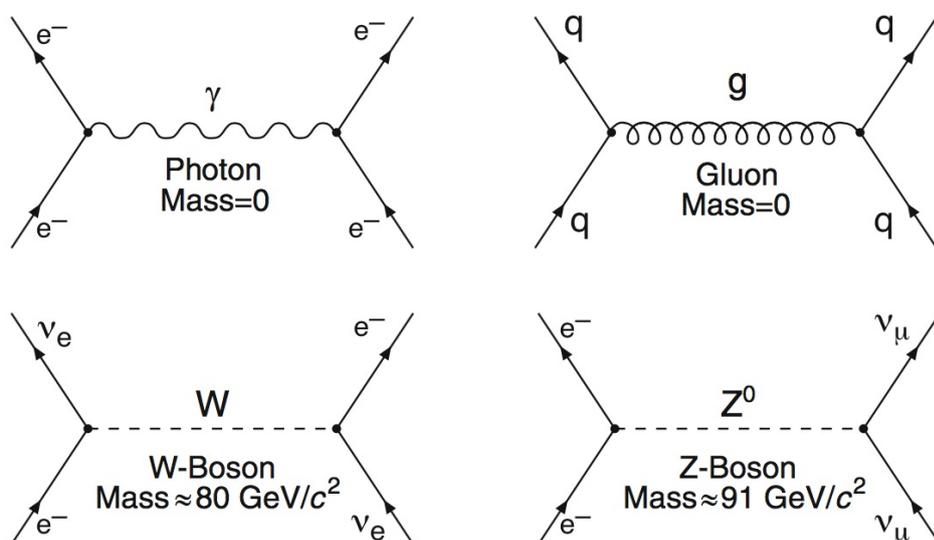


Figura 1.2: Diagrammi illustrativi dell'interazione fra particelle tramite lo scambio di bosoni vettori.

carica che la percepisce: la carica elettrica, la carica debole e la carica forte. Quest'ultima è anche detta *carica di colore* o brevemente *colore*. Si assume quindi che una particella possa sentire gli effetti di una particolare forza se e soltanto se trasporta la carica corrispondente:

- la carica debole è trasportata sia dai leptoni che dai quark;
- la carica elettrica è trasportata dai quark e da alcuni leptoni;
- la carica di colore è trasportata dai quark ma non dai leptoni.

I bosoni vettori mediatori dell'interazione debole sono molto pesanti ($m_W \approx 80 \text{ GeV}/c^2$ e $m_Z \approx 91 \text{ GeV}/c^2$)⁵, e in base al principio di indeterminazione di Heisenberg se ne deduce che possono essere prodotti solo come particelle

⁵Si veda il successivo paragrafo 1.6, sulle unità di misura tipiche del mondo nucleare e subnucleare.

virtuali, prodotti intermedi di vita brevissima che si manifestano in processi d'urto. Da ciò discende il brevissimo raggio d'azione dell'interazione debole. Essendo invece il fotone privo di massa, ne deriva un raggio d'azione infinito per l'interazione elettromagnetica.

I gluoni hanno massa nulla come i fotoni, ma mentre questi ultimi non trasportano carica elettrica, i gluoni trasportano invece carica di colore. Essi quindi interagiscono fra loro e ciò conduce a una riduzione del loro raggio d'azione efficace sino a valori compatibili con le dimensioni tipiche di un componente del nucleo, protone o neutrone, detto genericamente nucleone. Il corto raggio d'azione delle interazioni debole e forte, unitamente alla sostanziale neutralità elettrica della materia, quando non perturbata, fa sostanzialmente sì che nuclei e particelle possano essere considerati alla stregua di sistemi fisici isolati, per i quali valgono quindi le varie leggi di conservazione.

1.4 Simmetrie e leggi di conservazione

Per un sistema classico le leggi di conservazione di energia, impulso e momento angolare sono conseguenza del fatto che le interazioni sono invarianti rispetto alle osservabili canoniche loro coniugate, cioè tempo, spazio e angoli. Ciò equivale anche a dire che le leggi fisiche sono indipendenti dal tempo, dal luogo e dall'orientazione nello spazio rispetto ai quali si manifestano.

In aggiunta, nella meccanica quantistica non-relativistica vale l'importante proprietà di simmetria per riflessione. Si dice che un sistema fisico ha *parità* P negativa o positiva a seconda che la sua funzione d'onda cambi o non cambi segno per riflessione. Come esempio si osservi che la funzione d'onda spaziale di un sistema legato con momento angolare $\ell\hbar$ ha parità $P = (-1)^\ell$. La parità acquisisce così il ruolo di un *numero quantico* che risulta conservarsi per quelle leggi della natura che presentano simmetria destra-sinistra, ovvero sono invarianti per riflessione \mathcal{P} nello spazio.

La conservazione della parità in ambito atomico implica ad esempio le regole di selezione per le transizioni elettromagnetiche.

Il concetto di parità è stato poi generalizzato alla meccanica quantistica relativistica assegnando un valore di *parità intrinseca* P sia alle particelle che alle antiparticelle. I bosoni e le loro antiparticelle hanno la stessa parità, mentre fermioni e antifermioni hanno parità opposte.

Oltre alla parità viene poi introdotto un operatore C che tiene conto di un'ulteriore importante simmetria e che trasforma le particelle nelle rispettive antiparticelle e viceversa. Esso viene chiamato *coniugazione di carica* in quanto la trasformazione di una particella nella propria antiparticella im-

plica il conseguente cambiamento del segno della carica.

Agli autostati di C è abbinato un numero quantico detto C -parità che si conserva per ogni interazione o trasformazione che risulti simmetrica rispetto a C .

Un'ulteriore tipo di simmetria discende poi dal fatto che certi gruppi, o *multipletti*, di particelle si comportano praticamente allo stesso modo rispetto all'interazione forte o a quella debole. Particelle appartenenti a tali multipletti possono essere viste e descritte alla stregua di diversi stati di una stessa particella. Per caratterizzare questi stati si introducono due ulteriori tipi di numeri quantici detti rispettivamente *isospin forte* e *isospin debole*, e anche per essi valgono delle leggi di conservazione. L'isospin forte è talvolta detto anche *spin isotopico* o *spin isobarico*.

1.5 La sperimentazione

Gli esperimenti in fisica nucleare e delle particelle sono effettuati, tranne poche eccezioni, utilizzando gli acceleratori di particelle. Il loro sviluppo e costruzione costituiscono di per sè una branca importantissima della scienza e della tecnologia moderne e nel prossimo capitolo si delineeranno le caratteristiche di alcuni di essi.

La sperimentazione in fisica nucleare e delle particelle può essere suddivisa secondo due filoni fondamentali: quello delle misure di *scattering* (*urto* e *diffusione*) e quello delle misure *spettroscopiche*.

- Esperimenti di *scattering*. In questi casi si utilizzano fasci di particelle o nuclei di energia e impulso noti e li si invia contro l'oggetto da studiare, il *bersaglio*.

L'interazione fra le particelle del fascio e il bersaglio causa modificazioni delle quantità cinematiche che caratterizzano lo stato di entrambi, e il loro studio permette di ottenere informazioni sulle proprietà delle particelle e dei nuclei coinvolti, e sulle forze in gioco.

- Esperimenti di *spettroscopia*. In questi casi si analizzano i prodotti di decadimento di stati eccitati studiando così sia le proprietà di questi ultimi che le interazioni in gioco fra i costituenti della struttura in corso di decadimento.

Da quanto riportato in figura 1.1 si osserva che le energie d'eccitazione di un sistema fisico crescono al diminuire delle sue dimensioni caratteristiche. Per produrre simili stati eccitati sono quindi necessari fasci di particelle/nuclei di energie sempre più alte.

Lo studio dei prodotti delle reazioni di diffusione o dei decadimenti richiede di poter individuare/rivelare questi prodotti. Nel caso essi siano elettricamente carichi la loro rivelazione si attua sfruttando l'interazione fra essi e sostanze in forma gassosa, liquida, costituite da solidi amorfi o cristallini. Queste interazioni danno luogo in tali materiali a segnali elettrici o elettroottici che vengono sfruttati allo scopo.

La rivelazione di particelle elettricamente neutre si effettua indirettamente, per il tramite di particelle cariche secondarie urtate e diffuse dalle prime entro i materiali rivelatori.

L'insieme dei fenomeni che hanno luogo entro questi ultimi determinando la produzione di segnali elettrici o ottici in funzione anche delle tipologie dei materiali stessi e dei fenomeni fisici interessati, saranno oggetto di un capitolo successivo. Per ora si tenga presente che le informazioni che si possono direttamente desumere in merito a particelle e nuclei coinvolti in interazioni e decadimenti concernono: il loro numero; le coordinate spaziali delle successive posizioni da essi occupate lungo le traiettorie percorse e talvolta i tempi associati, ottenendo così le velocità; le energie cinetiche possedute e/o frazioni di esse; le curvature delle traiettorie in campi elettrici e/o magnetici, da cui si possono dedurre gli impulsi e conoscendo già le velocità anche le masse; le orientazioni dei loro momenti angolari;

Un fattore importantissimo è rappresentato dalle caratteristiche di efficienza e risoluzione di questi sistemi di rivelazione, che determinano la precisione e l'accuratezza con cui le osservabili fisiche indicate possono essere misurate ⁶.

1.6 Unità di misura

Durante l'arco di tutto questo insegnamento si utilizzerà il Sistema Internazionale (SI) di misura, per cui le varie costanti o parametri saranno sempre esplicitamente indicate. Date alcune peculiarità dell'ambito della fisica atomica e nucleare, si presentano comunque qui delle unità di misura specifiche, alcune di derivazione storica, e se ne discutono le conversioni rispetto alle unità del SI.

L'energia si misura tipicamente in elettron-Volt (eV), che corrisponde all'energia cinetica acquisita da una particella di carica elementare $e \cong 1.602 \times 10^{-19}$ C che viene accelerata dalla differenza di potenziale di 1 Volt ($1 \text{ eV} \cong 1.602 \times 10^{-19}$ J), o in potenze multiple di ordine 3 dell' eV.

È oltretutto casuale la circostanza che l'elettron-Volt risulti una scala appropriata per le transizioni atomiche; quelle nucleari coinvolgono invece energie dell'ordine del MeV.

⁶Un approccio storico-cronologico dell'avvincente avventura che costituisce la ricerca del "di cosa è fatto l'universo" è riportata nel capitolo 9.

Una quantità che spesso ricorre è la costante di Boltzmann k_B

$$\begin{aligned} k_B &= 1.38064852(79) \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1} = \\ &= 8.61673324(78) \times 10^{-5} \text{ eV K}^{-1} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Le unità di misura lineari tipiche dell'ambito nucleare e subnucleare sono dell'ordine di 10^{-15} m, che corrispondono grosso modo alle dimensioni lineari di un nucleone; questo ha portato a introdurre la comoda unità di misura detta *fermi*, o *femtometro* ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$).

Le aree vengono tipicamente misurate in *barn*: $1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2 = 10^{-24} \text{ cm}^2$.

La velocità c di propagazione nel vuoto di un'onda elettromagnetica, quindi anche della luce, è la stessa in ogni sistema di riferimento inerziale e rappresenta un limite insuperabile. Nel 1983 si è deciso di assumere come esatto (quindi privo d'errore) il valore di c ponendolo pari a

$$c = 299792458 \text{ m/s} \quad (1.2)$$

il che ha anche permesso di ridefinire l'unità di misura della lunghezza, il metro, come la distanza percorsa dalla luce in un intervallo temporale pari a $1/299792458$ di secondo.

In relatività ristretta l'energia di una particella è legata alla sua massa m e al suo impulso p dalla formula⁷ $E^2 = m^2c^4 + \vec{p}^2c^2$; misurando le masse in eV/c^2 e gli impulsi in eV/c , tutte le formule della cinematica relativistica si semplificano, nel senso che le tre quantità si possono sommare semplicemente senza introdurre i fattori c .

Per il fattore di conversione fra kg ed eV, considerando una massa di 1 kg, l'equivalente in energia è dato da

$$E(1\text{kg}) = 1\text{kg} \cdot c^2 \cong 9 \cdot 10^{16} \text{ kg (m/s)}^2 \cong 9 \cdot 10^{16} \text{ J} \quad (1.3)$$

Poichè $1\text{J} \cong 1/(1.602 \cdot 10^{-19}) \text{ eV}$, ne segue:

$$1\text{kg} \cdot c^2 \cong \frac{9 \cdot 10^{16}}{1.602 \cdot 10^{-19}} \cong 5.62 \cdot 10^{35} \text{ eV} \quad (1.4)$$

da cui infine

$$1\text{kg} \cong 5.62 \cdot 10^{35} \text{ eV}/c^2 \quad (1.5)$$

Le masse m_e dell'elettrone ed m_p del protone⁸ che valgono rispettivamente circa $9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ e circa $1.673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, possono essere quindi espresse

⁷Vedi Appendice D

⁸Per un elenco aggiornato dei valori delle masse delle particelle e rispettivamente dei nuclei si vedano: C. Patrignani et al., "The Review of Particle Physics (2016)" - Chin. Phys. C40 100001 (2016), [<http://www-pdg.lbl.gov>]; e Jagdish K.Tuli, "Nuclear Wallet Cards 7th edition" - April 2005, Brookhaven National Laboratory, US National Nuclear Data Center, [<http://www.nndc.bnl.gov/chart/>]

come circa $0.511 \text{ MeV}/c^2$ e circa $938.27 \text{ MeV}/c^2$; la massa m_n del neutrone vale circa $1.675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, ovvero $939.56 \text{ MeV}/c^2$.

Un'unità molto usata per le masse, specialmente in ambiti tecnico-applicativi e spettrometrici, è la cosiddetta *unità di massa atomica* u , definita come $1/12$ della massa atomica dell'isotopo ^{12}C del Carbonio:

$$1u = \frac{1}{12} M_{^{12}\text{C}} = 931.494 \text{ MeV}/c^2 = 1.66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad (1.6)$$

I momenti angolari, la cui dimensione fisica è omogenea all'*azione*, si misurano in unità di \hbar . Il valore del quanto d'azione è

$$\hbar = h/2\pi \cong 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cong 6.582 \cdot 10^{-22} \text{ MeV} \cdot \text{s} \quad (1.7)$$

I momenti magnetici μ si misurano in unità dette *magnetoni elementari*:

$$\mu = q\hbar/2M \quad (1.8)$$

con q il valore assoluto della carica elettrica della particella ed M la sua massa. Si considerano usualmente il *magnetone di Bohr* μ_B ($q = e$ ed $M = m_e$), il *magnetone nucleare* μ_N ($q = e$ ed $M = m_p$).

Ricordando anche che $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$, la costante di struttura fine è

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \cong \frac{1}{137.036} . \quad (1.9)$$

Capitolo 4

Il nucleo atomico

Se si vuole individuare una "data di nascita" per la fisica nucleare va scelto il 1896, l'anno in cui H. Becquerel osservò che una lastra fotografica vergine e protetta dalla luce, era stata "impressionata" da radiazioni emanate da frammenti di minerale d'uranio, scoprendo in tal modo, accidentalmente, la radioattività.

Nel 1904 J.J. Thomson, che sette anni prima aveva scoperto l'elettrone, propose un modello di atomo in cui immaginava che il volume dell'atomo stesso fosse costituito da una distribuzione diffusa di carica positiva nella quale erano immerse le cariche negative elettroniche in modo simile a come lo sono *le uvette candite in un panettone* e tali da rendere l'atomo elettricamente neutro nella sua globalità.

Nel 1909 E. Rutherford ideò e sovrintese l'esperimento che porta il suo nome, ma fu eseguito da H.W. Geiger ed E. Marsden¹, in cui bombardando con particelle α un bersaglio costituito da un sottile foglio d'oro, si voleva sottoporre ad analisi il modello di Thomson. Sorprendentemente la diffusione osservata di particelle α contraddiceva l'ipotesi di Thomson, mostrando che l'attraversamento del bersaglio d'oro produceva un numero di particelle α deviate ad angoli grandi più elevato di ben 5 ordini di grandezza rispetto a quanto si potesse prevedere da semplici fluttuazioni statistiche basate sull'ipotesi dell'atomo alla Thomson. Fu appunto Rutherford che analizzando i risultati dell'esperimento, nel 1911 propose che ciò fosse dovuto al fatto che l'atomo non va considerato alla stregua di un *panettone* ma piuttosto di una specie di *sistema planetario*, con le cariche positive concentrate in un *nucleo* piccolo, duro e massivo, posto al centro e gli elettroni, molto leggeri, che orbitano attorno a questo nucleo sottoposti al suo potenziale elettrico coulombiano.

La stima delle dimensioni tipiche del nucleo che Rutherford ottenne, $10^{-15} \div 10^{-14}$ m, lo portò ad affermare che un atomo è sostanzialmente *vuoto*, essendo le dimensioni tipiche delle *orbite atomiche* dell'ordine di 10^{-10} m.

¹Si veda il paragrafo 7.4

La constatata *durezza* del nucleo lo portò poi a proporre un'immagine strutturale *naïf* ma per molti versi estremamente realistica, in cui lo si immagina come costituito da un raggruppamento di sferette quasi rigide (nucleoni), a massimo impacchettamento, da cui la forma che tende ad una sfera all'aumentare del numero A di nucleoni, di volume direttamente proporzionale ad A , per cui il raggio R di questa "sfera" risulta proporzionale alla radice cubica del volume e di conseguenza anche ad $A^{1/3}$:

$$R(A) = r_0 A^{1/3} \quad (4.1)$$

con r_0 parametro da determinarsi.

Un'ulteriore conferma sperimentale al modello atomico, con carica concentrata nel nucleo come multiplo intero di cariche positive protoniche, venne anche dalle misure di H. Moseley che nel 1913 pubblicò un lavoro contenente la sua famosa "legge empirica" che correla i numeri atomici Z degli elementi con la frequenza ν dei raggi X emessi (si veda la figura 4.1)

$$\sqrt{\nu} = k_1(Z - k_2) \quad (4.2)$$

Le costanti k_1 e k_2 dipendono dal tipo di riga d'emissione, e k_2 in particolare tiene conto dell'effetto di schermo attuato sulla carica Ze del nucleo dagli elettroni atomici delle *shell* più vicine al nucleo stesso. La legge di Moseley può essere direttamente dedotta dal modello atomico di Bohr che ha come cardine appunto l'ipotesi di un nucleo alla Rutherford per ogni atomo. È sufficiente partire dall'espressione per l'energia $E_{i,f}$ legata alla transizione fra uno stato quantico iniziale " i " e uno finale " f " di uno stesso atomo idrogenoide, ottenibile dal modello di Bohr

$$E_{i,f} = h\nu_{i,f} = E_i - E_f = \frac{m_e q_e^2 q_Z^2}{8h^2 \epsilon_0^2} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (4.3)$$

con m_e e q_e massa e carica dell'elettrone, ($q_Z = eZ$) carica del nucleo, h costante di Plank, ϵ_0 permittività elettrica del vuoto ed n_f e n_i numeri quantici dei livelli finale e iniziale. Introducendo, come fatto da Moseley, un fattore correttivo k_2 per la carica nucleare efficace che tenga conto, per gli atomi non idrogenoidi, dell'effetto di schermo dovuto agli elettroni atomici presenti sulle *shell* più vicine al nucleo, e raggruppando in un'unico termine moltiplicativo K_1^2 le restanti costanti, si ottiene

$$h\nu_{i,f} = E_i - E_f = K_1^2 (Z - k_2)^2 \quad (4.4)$$

da cui appunto la legge di Moseley, dividendo entrambi i membri per la costante h e prendendone la radice quadrata.

La verificata neutralità degli atomi ad un livello migliore di 10^{-18} cariche elettroniche confermò poi, entro quei limiti, la supposta uguaglianza fra i valori assoluti della carica elettrica di un protone e di un elettrone.

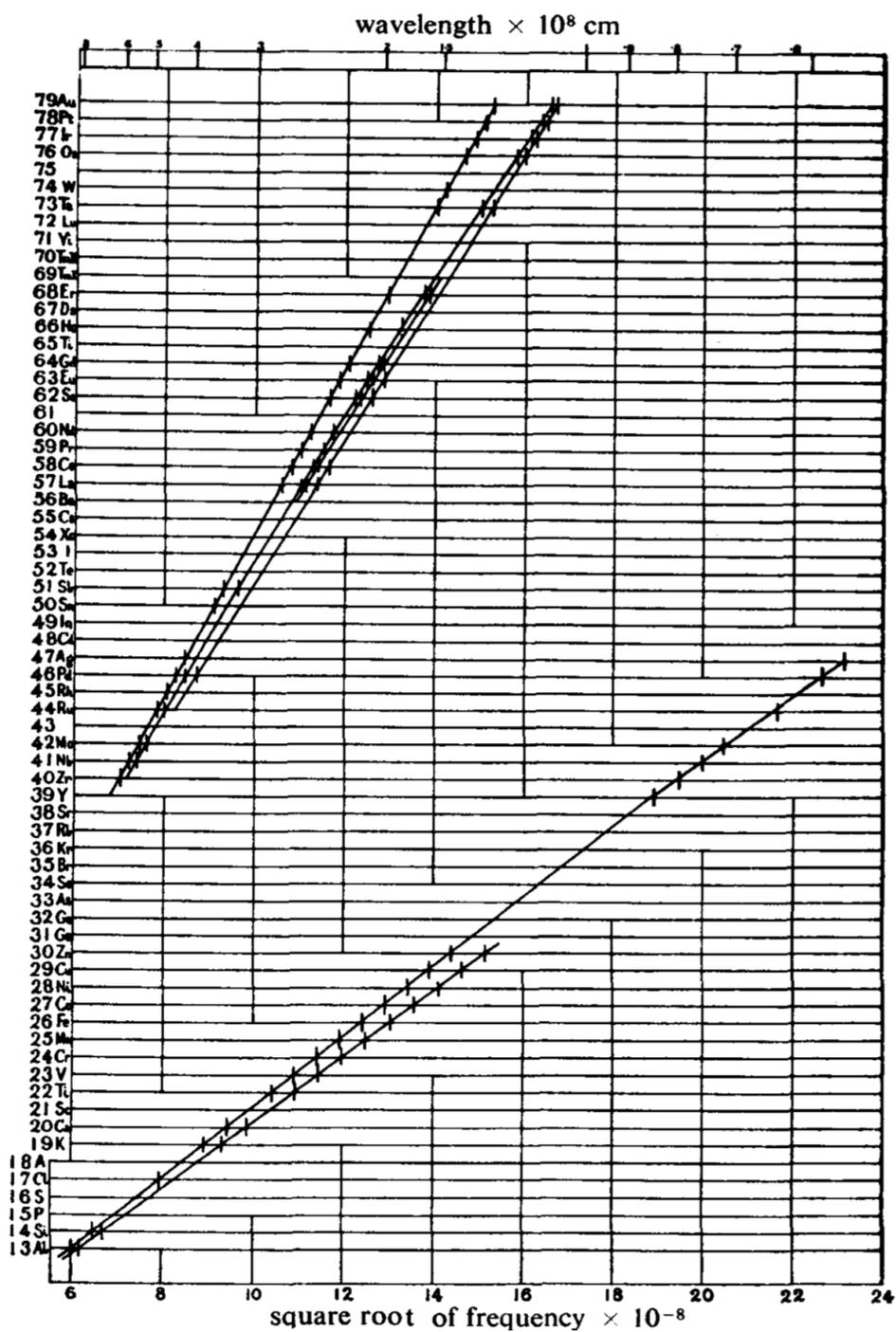


Figura 4.1: Relazione tra Z e $\sqrt{\nu}$, tratta dall'articolo originale di Moseley [Phil. Mag. 27(1914) 703].

4.1 Nomenclatura

Il nucleo di un generico atomo X è convenzionalmente indicato con A_ZX , con Z il numero atomico dell'atomo X ed A il numero di nucleoni contenuti nel suo nucleo. Il numero N di neutroni è $N = (A - Z)$. Un nucleo può anche essere indicato specificando il numero dei suoi neutroni come: A_ZX_N . Ogni diversa combinazione di Z e N , o Z e A , è detta *nuclide*.

La determinazione sperimentale di Z si attua per via chimica, per il tramite ad esempio di misure di spettromeria atomica o grazie alla legge di Moseley, rilevando la frequenza della riga caratteristica per l'emissione di raggi X .

La determinazione di A si basa sulla spettrometria di massa o sullo studio di reazioni nucleari, come descritto nei successivi paragrafi 4.3.2 e 4.3.3. In ogni nucleo, protoni e neutroni sono impacchettati in volumi le cui dimensioni sono dell'ordine di 10^{-44} m^3 , vanno cioè da poche unità ad alcune decine di fm^3 a seconda dei nuclei, con una densità media data da $\rho_0 \simeq 0.17$ nucleoni $\times \text{fm}^{-3}$.

Ogni protone ha carica elettrica di segno positivo pari, in valore assoluto, a quella di ogni elettrone ($q_p = 1.602176 \times 10^{-19} \text{ C}$); ogni neutrone è elettricamente neutro, ma possiede un momento magnetico intrinseco non nullo pari in modulo a oltre il 68 % di quello del protone, e questo è un chiaro indizio dell'esistenza di una struttura interna per il neutrone.

La sostanziale corrispondenza fra le masse di protone e neutrone, che differiscono l'una dall'altra per meno dell'1.4 %, è uno dei motivi che ha suggerito di introdurre il concetto di *nucleone* inteso come particella componente di un nucleo atomico, indifferentemente dal suo specifico stato di carica elettrica. Ogni atomo nello stato fondamentale è elettricamente neutro in quanto il suo nucleo è circondato da Z elettroni.

Nuclei con ugual numero Z di protoni ma diversi numeri N_i di neutroni, indicati con A_ZX , sono detti *isotopi* e gli atomi cui appartengono hanno proprietà chimiche simili.

Due nuclei con lo stesso numero totale A di nucleoni, ma con diversi numeri Z e Z' di protoni, indicati con A_ZX e ${}^A_{Z'}X$, sono detti *isobari*.

Nuclei con ugual numero di neutroni sono invece detti *isotoni*.

Dato inoltre che il nucleo atomico si presenta come un sistema fisico legato soggetto alle leggi della meccanica quantistica, così come per gli atomi anch'esso è caratterizzato da un numero *discreto* di stati detti *livelli energetici nucleari*. Il livello corrispondente alla minima energia del sistema è detto *livello fondamentale*, altrimenti è detto *livello eccitato*.

Un nucleo in uno stato eccitato è detto *isomero* del proprio stato fondamentale.

4.2 Tabella dei nuclidi

Le proprietà sistematiche delle varie specie nucleari si possono visualizzare ricorrendo ad una rappresentazione che correla il numero Z di protoni col numero N di neutroni. Si ottiene così un diagramma (figura 4.2) in cui

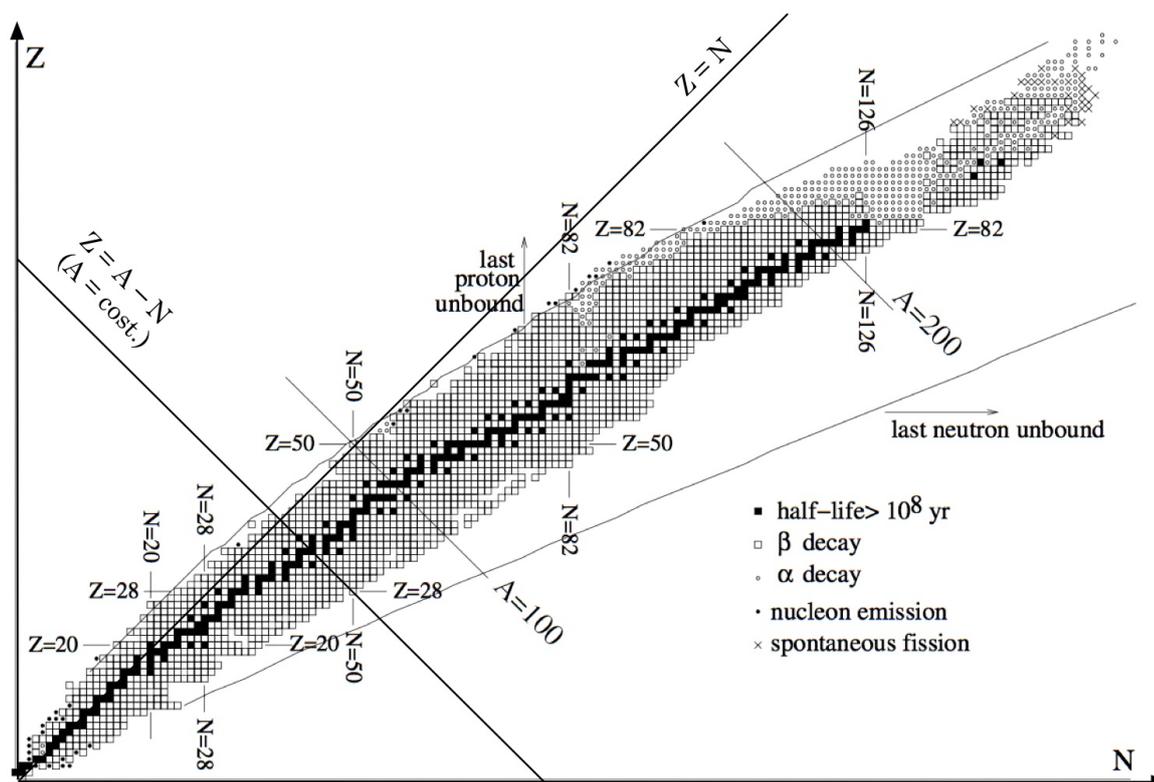


Figura 4.2: Tabella dei nuclidi, detta anche *diagramma* $Z - N$.

ogni nucleo è rappresentato con un punto di coordinate (Z, N) ; in questo diagramma gli isotopi si dispongono parallelamente all'ascissa N , gli isotoni parallelamente all'ordinata Z e gli isobari lungo rette trasversali ($Z = A - N$)². Riportando i valori sperimentali delle masse nucleari $M(A, Z)$ lungo una terza coordinata, ortogonale al piano $(Z; N)$, si ottiene una rappresentazione tridimensionale le cui sezioni con piani ortogonali al piano $(Z; N)$ e passanti per le linee $A = \text{cost.}$, mostrano che i punti rappresentativi dei nuclei appartenenti alle varie *sequenze isobariche* così individuate si dispongono, approssimativamente, lungo archi di parabola giacenti su tre falde distinte: sulla falda superiore si distribuiscono i nuclei con Z ed N entrambi dispari,

²Una versione costantemente aggiornata della tabella dei nuclidi, con numerosissime altre informazioni concernenti i nuclei atomici, è disponibile sul sito www.nndc.bnl.gov/chart/, curato dai Brookhaven National Laboratories.

su quella intermedia quelli con A dispari (Z pari ed N dispari o viceversa),
 su quella inferiore i nuclei con Z ed N entrambi pari.
 Nel successivo paragrafo 4.3.8 si vedrà come ciò possa essere descritto dalla
 formula semiempirica di Weizsäcker per il calcolo delle masse dei nuclei.

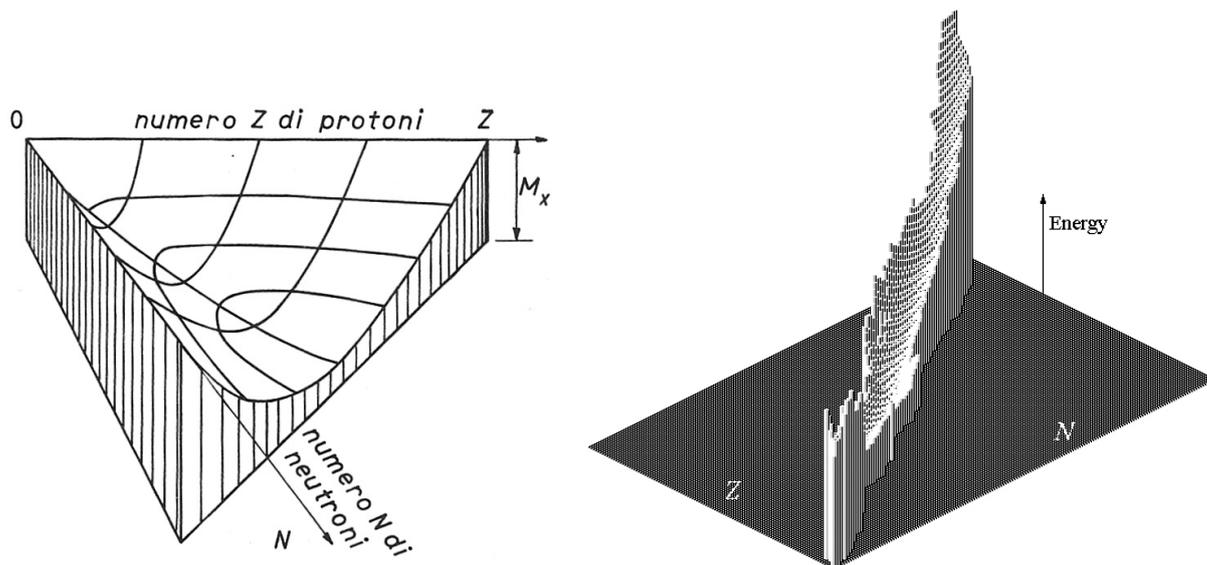


Figura 4.3: Distribuzione tridimensionale e curve di livello isobarico delle masse nucleari in funzione di A e Z .

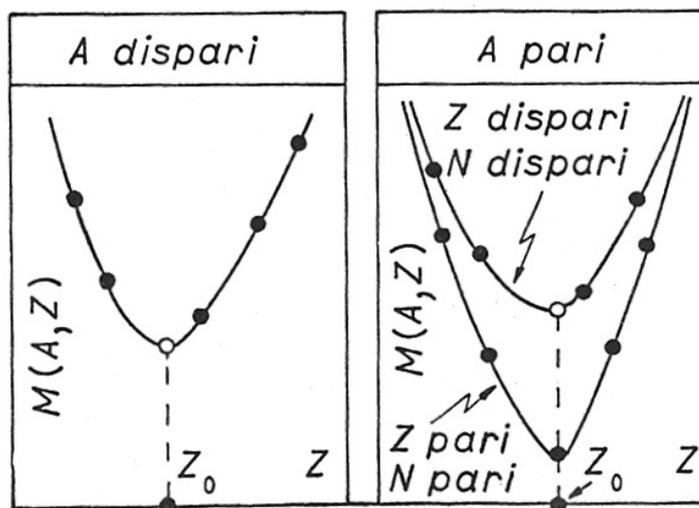


Figura 4.4: Sequenze isobariche corrispondenti a valori rispettivamente
 dispari (a) e pari (b) di A .

Un nucleo A_ZX è detto *stabile* se sopravvive indefinitamente nel tempo, instabile se invece si trasforma *spontaneamente* in un'altra specie nucleare ${}^{A'}_{Z'}X$ mediante un processo di decadimento.

Il valore Z_0 in corrispondenza del minimo di $M(A, Z)$ è il numero atomico dell'isobaro più stabile della particolare sequenza analizzata.

L'esame sistematico delle varie specie nucleari in funzione di A e Z mostra alcune *regolarità* che si sono rivelate utili nello studio della struttura nucleare e delle forze in gioco. I nuclei con A pari, ad esempio, hanno da uno a tre isotopi stabili, quelli con A dispari invece, uno solo; i nuclei con Z (N) pari hanno almeno due isotopi (isotoni) stabili, quelli con Z (N) dispari non ne hanno mai più di due.

Le regolarità individuate non hanno carattere di *assolutezza* e valgono solo per la gran parte dei nuclei che costituiscono una determinata famiglia nucleare.

Lo studio delle *abbondanze isotopiche relative* dei vari nuclei nei materiali che compongono la Terra, i meteoriti, il Sole e le altre stelle (si veda il paragrafo 4.3.4), mostra la presenza di massimi in corrispondenza ad ${}^4_2\text{He}$, ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{40}_{20}\text{Ca}$, ${}^{118}_{50}\text{Sn}$, ${}^{88}_{38}\text{Sr}$, ${}^{89}_{41}\text{Y}$, ${}^{90}_{40}\text{Zr}$, ${}^{138}_{56}\text{Ba}$, ${}^{139}_{57}\text{La}$, ${}^{140}_{58}\text{Ce}$, e ${}^{208}_{82}\text{Pb}$, che è un'evidenza del fatto che le specie nucleari caratterizzate da numeri Z o N appartenenti alla sequenza

$$Z, N = 2, 8, 20, 50, 82, 126 \quad (4.5)$$

posseggono proprietà particolari che ne giustificano la grande abbondanza nell'universo. Sempre dall'analisi sistematica delle specie nucleari si desume che i nuclei della sequenza (4.5) hanno il massimo numero di isotopi stabili. Per queste e altre proprietà che si vedranno in seguito i numeri della sequenza (4.5) sono detti *numeri magici* e per evidenziarli dagli altri valori di Z o N li si indica solitamente con l'aggiunta di un asterisco (Z^* , N^*).

4.3 Proprietà del nucleo atomico

4.3.1 Masse dei nuclei

Dato che un nucleo A_ZX contiene Z protoni e $(A - Z)$ neutroni, ci si potrebbe aspettare che dette m_p ed m_n le masse di protone e neutrone, la massa del nucleo fosse espressa da

$$M(A, Z) = Zm_p + (A - Z)m_n$$

I valori misurati delle masse nucleari risultano però essere minori delle somme delle masse dei loro nucleoni costituenti:

$$M(A, Z) < Zm_p + (A - Z)m_n \quad (4.6)$$

Questo spiega perchè un nucleo isolato, che costituisce un ottimo esempio di sistema fisico isolato, non possa banalmente scindersi nei suoi costituenti,

in quanto, in tal caso, il processo violerebbe il principio di conservazione dell'energia. La quantità

$$\Delta M(A, Z) = M(A, Z) - Zm_p - (A - Z)m_n \quad (4.7)$$

è detta *difetto di massa*, è negativa ed è proporzionale all'energia di legame B del nucleo. Il valore assoluto di ΔM è correlato con la minima energia richiesta per scindere il nucleo in tutti i suoi componenti. Il fatto che $B < 0$ garantisce che il nucleo resti legato, e lo sarà tanto più fortemente quanto più negativo è il valore di ΔM , e quindi di B , a parità di A . Difetto di massa ed energia di legame sono correlati dalla

$$B = c^2 \Delta M(A, Z) \quad (4.8)$$

Si definisce quindi l'energia media $|B/A| = -B/A$ di legame per un nucleone in un nucleo A_ZX come

$$\left| \frac{B}{A} \right| = \frac{-\Delta M(A, Z)c^2}{A} = \frac{[Zm_p + (A - Z)m_n - M(A, Z)]c^2}{A} \quad (4.9)$$

Questa quantità è stata misurata per un gran numero di nuclei stabili e mostra delle caratteristiche interessanti. Per i nuclei più leggeri ($A \lesssim 20$), $|B/A|$ oscilla significativamente crescendo nel contempo rapidamente con A , per poi saturare raggiungendo un massimo di poco inferiore a 9 MeV in corrispondenza ad $A = 56$, un isotopo del ferro.

Per valori di A maggiori, $|B/A|$ diminuisce molto lentamente e per un ampio intervallo di specie nucleari, dal carbonio all'uranio, si mantiene prossima a circa 8 MeV. Queste caratteristiche hanno importanti implicazioni sulla natura della forza nucleare e sulla struttura dei nuclei. Si deduce ad esempio che se si scaricano circa 8 MeV di energia cinetica in un nucleo, trasferendoli tutti ad un suo nucleone, questo dovrebbe potersi svincolare dal legame della forza che lo trattiene nel nucleo e uscirne libero.

4.3.2 Misura di masse nucleari con metodi spettrometrici

L'energia di legame di un nucleo atomico può essere calcolata se è nota con precisione la corrispondente massa atomica. I metodi della spettrometria di massa furono sviluppati e messi a punto a partire dagli inizi del 20° secolo e quindi progressivamente perfezionati anche grazie al progredire delle tecniche di accelerazione degli ioni³.

La deflessione di uno ione di carica Q in una sequenza di campi elettrici e magnetici ne permette la successiva selezione in energia cinetica E_k e in impulso p . Se le velocità v degli ioni sono sufficientemente basse, tanto da

³Si veda ad esempio: G. Münzenberg, "Development of mass spectrometers from Thomson and Aston to present" - Intern. Jour. of Mass Spectrometry 349-350 (2013) 9-18.

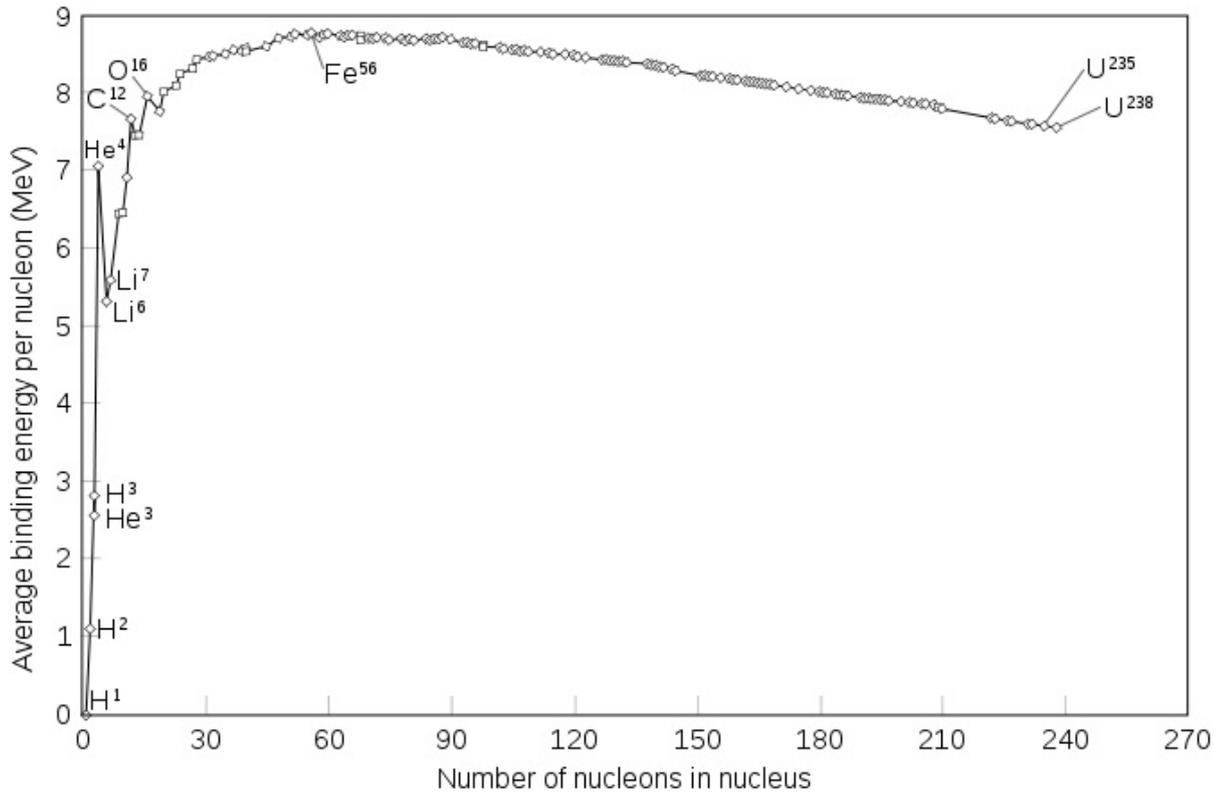


Figura 4.5: Energia media di legame per nucleone $|B/A|$, per la gran parte dei nuclei stabili.

potersi mantenere nell'approssimazione non-relativistica, allora si ha rispettivamente $p = mv$ ed $E_k = mv^2/2$, con m la massa dello ione che si può quindi esprimere in funzione di p ed E_k : $m = p^2/2E_k$.

La prima tecnica efficace per misurare le masse di ioni risale a J.J. Thomson e consiste nel farli passare in zone interessate dalla contemporanea presenza di un campo elettrico e uno magnetico fra loro ortogonali; in tal modo Thomson riuscì, nel 1912, a distinguere gli isotopi ^{20}Ne e ^{22}Ne del Neon e la tecnica fu poi raffinata da Aston, che era stato suo studente.

In figura 4.6 è illustrato il principio base di tale metodo. Un fascio di ioni di carica Q , contenente genericamente isotopi di diverse masse m_i , attraversa una regione in cui vi sono un campo elettrico \vec{E} e uno magnetico \vec{B}_1 , uniformi e fra loro ortogonali, scelti in modo da far passare attraverso una definita fenditura soltanto gli ioni di velocità $|\vec{v}| = E/B_1$. Ioni con velocità diverse percorreranno traiettorie, tratteggiate in figura, che non li porteranno ad imboccare la fenditura, in funzione anche dell'apertura di questa. Gli ioni che superano la fenditura, selezionati in velocità, continuano quindi la loro traiettoria in un volume occupato da un secondo campo magnetico uniforme

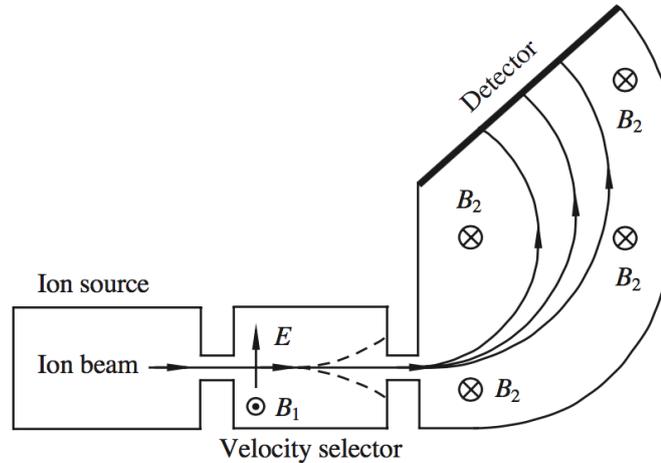


Figura 4.6: Schema di uno spettrometro di massa a deflessione; originariamente il rivelatore consisteva in una lastra fotografica.

\vec{B}_2 , dove percorrono orbite circolari di raggi r_i espressi da

$$r_i = \frac{m_i v}{QB_2} \quad (4.10)$$

Essendo a questo punto fissati Q , B_2 e v , ne risulta che ioni con un definito valore del rapporto Q/m percorrono orbite di ugual raggio e ciò permette di separare isotopi diversi rivelando i punti d'impatto degli ioni su opportuni rivelatori, come mostrato in figura 4.6. Tipicamente si cerca di realizzare strutture in cui sia $B_1 = B_2$. Questo tipo di struttura raggiunge la massima accuratezza nelle misure di differenze di massa, piuttosto che in quelle di valore assoluto della massa.

In figura 4.7 è schematicamente illustrata la configurazione di spettrometro di massa adottata da Nier-Johnson, detto anche con *geometria in avanti*. In questo caso gli ioni provenienti dalla sorgente sono focalizzati e guidati poi in un analizzatore elettrostatico che li rifocalizza, in prossimità del diaframma d'uscita (slit), in posizioni diverse a seconda della loro energia cinetica. Il successivo settore magnetico disperde quindi gli ioni secondo il loro rapporto Q/m e inoltre, similmente al campo elettrico, focalizza ioni di diverse energie cinetiche in diversi punti.

Sia il settore elettrico che quello magnetico determinano quindi una dispersione degli ioni in funzione della loro energia cinetica, ma in verso opposto. Un'opportuna configurazione permette di bilanciare gli effetti tanto da far sì che solo ioni con il desiderato rapporto Q/m e una ridottissima dispersione in energia cinetica siano alla fine focalizzati in corrispondenza del rivelatore. Risoluzione e di conseguenza intensità della trasmissione, sono controllate dall'apertura del diaframma connesso al rivelatore.

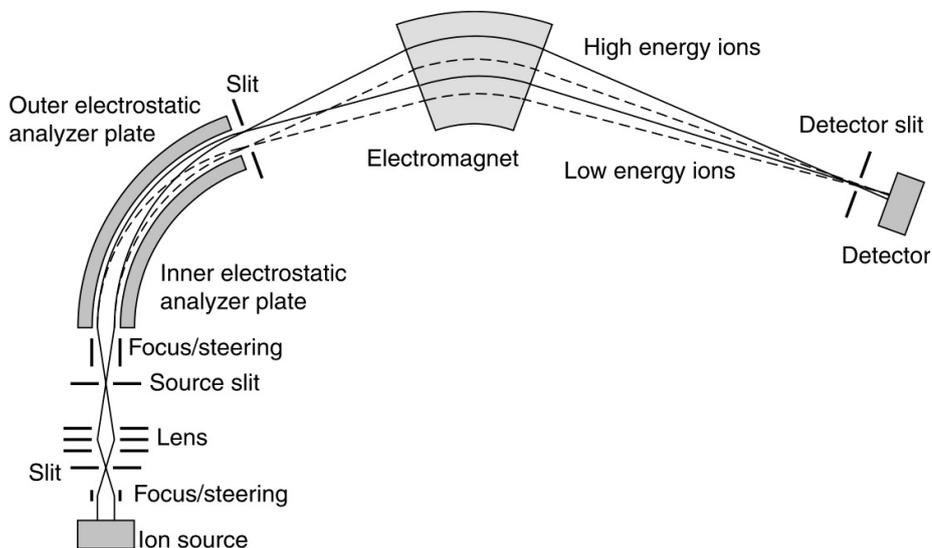


Figura 4.7: Spettrometro di massa in configurazione di Nier-Johnson.

Si tenga presente che i valori della masse ottenibili con le tecniche qui citate forniscono, per la precisione, le masse di ioni che non sono stati sempre completamente *spogliati* di tutti gli elettroni dell'atomo originario, per risalire quindi all'effettiva massa del nucleo corrispondente bisogna tener conto delle masse di tutti gli elettroni ancora legati allo ione al momento della sua selezione con lo spettrometro e delle energie di legame di tali elettroni.

Sfruttando la tecnica della spettrometria di massa con acceleratori (AMS)⁴, si riescono a ottenere oggi misure di rapporti isotopici fino a 10^{-15} .

4.3.3 Misura di masse nucleari tramite reazioni nucleari

Gli spettrometri di massa funzionanti sul principio delle deflessioni elettrica e/o magnetica non sono adatti alle misure di massa per strutture a breve vita media, che non riescono quindi a sopravvivere abbastanza a lungo, prima di decadere, da percorrere tutto il tragitto nello spettrometro fino al rivelatore. In questi casi si possono ottenere i valori delle masse nucleari tramite lo studio cinematico di opportune reazioni nucleari⁵.

⁴Si veda ad esempio: H. Budzikiewicz e R.D. Grigsby, "Mass Spectrometry and Isotopes: a Century of Research and Discussion" - Mass Spectrometry Reviews 25 (2006) 146.

⁵Si utilizza qui il concetto di "reazione nucleare", mutuando dalla Chimica almeno per quanto concerne l'indicazione grafica del generico processo e sottintendendo che i soggetti coinvolti costituiscano un sistema fisico isolato durante tutta l'interazione, per cui valgono

In una tipica reazione nucleare si hanno due nuclei che si combinano per formarne un terzo, più eventuali residui e a seconda che il processo determini un rilascio d'energia, o richieda un apporto iniziale d'energia per aver luogo, la reazione si dirà esotermica o endotermica. La differenza fra la somma delle masse dei nuclei interagenti e la massa del nucleo risultate, tutte moltiplicate per c^2 , è detta Q -valore della reazione ed è chiaramente $Q > 0$ per reazioni esotermiche e $Q < 0$ per reazioni endotermiche.

Si veda ad esempio una reazione del tipo



e si supponga di conoscere già con una ben definita precisione le masse m_a , m_A e m_b di a , A e b . Lo scopo è dedurre la massa m_B di B . Si supponga qui inoltre che le energie cinetiche in gioco siano tali da non richiedere la corretta e completa trattazione relativistica, permettendo quindi l'approccio classico approssimato nel tener conto delle conservazioni dell'energia totale e dell'impulso nel sistema del laboratorio (SL), che sottintende il nucleo A inizialmente a riposo.

Dette $E_{t,i}$ ed $E_{t,f}$ le energie totali disponibili nei canali di ingresso e finale della reazione 4.11, si ha

$$\begin{cases} E_{t,i} = E_{k,a} + m_a c^2 + m_A c^2 \\ E_{t,f} = E_{k,b} + E_{k,B} + m_b c^2 + m_B c^2 \end{cases} \quad (4.12)$$

dove $E_{k,j}$ ed m_j rappresentano rispettivamente energia cinetica e massa della j -ma particella o nucleo. La conservazione dell'energia totale richiede $\Delta E = E_{t,i} - E_{t,f} = 0$, da cui si ottiene

$$\begin{aligned} m_B &= \frac{E_{k,a} - (E_{k,b} + E_{k,B})}{c^2} + m_a + m_A - m_b \\ &= \frac{E_{k,a} - E_{k,b}}{c^2} - \frac{m_B v_B^2}{2c^2} + m_a + m_A + m_b \\ &= \frac{2}{2c^2 + v_B^2} \left[E_{k,a} - E_{k,b} + (m_a + m_A + -m_b) c^2 \right] \end{aligned} \quad (4.13)$$

che permette di esprimere m_B in funzione di quantità note o comunque misurabili sperimentalmente con lo studio della reazione 4.11.

Dalla figura 4.8 si può ricostruire la cinematica classica della reazione 4.11 nel Sistema del Laboratorio e per la conservazione dell'impulso si ha

$$\begin{cases} p_{x,B} = p_a - p_b \cos\vartheta \\ p_{y,B} = p_b \sin\vartheta \end{cases} \quad (4.14)$$

opportune leggi di conservazione (energia, impulso e momento angolare totali, ...). Si tornerà sull'argomento più oltre (cap. 10).

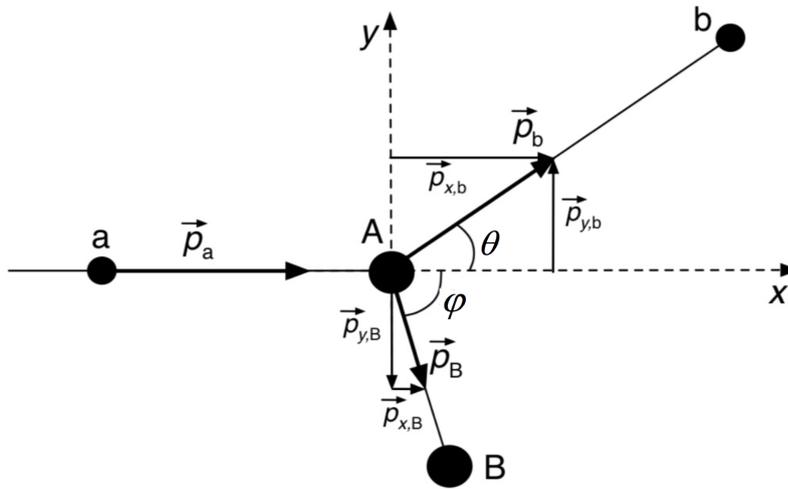


Figura 4.8: Due corpi in due corpi nel Sistema del Laboratorio.

Un esempio importante di come si possa determinare la massa di una particella tramite una reazione è quello della reazione di cattura di neutroni termici ⁶ da parte dell'idrogeno ⁷



che rappresenta la reazione nucleare inversa della cosiddetta *fotodisintegrazione* del deutone ²H, che condusse fra il 1934 e il 1935 Chadwick e Goldhaber ad effettuare le prime accurate misure della massa del neutrone⁸, provando nel contempo che esso non è uno stato legato fra protone ed elettrone.

La massa del neutrone può essere dedotta dalla conoscenza della massa del protone, di quella del deutone, ovvero il nucleo di deuterio, costituito da un protone e un neutrone fra loro legati, e dell'energia di legame $B({}^2\text{H})$ del deutone, con

$$B({}^2\text{H}) = (m_n + M_{{}^1\text{H}} - M_{{}^2\text{H}}) c^2 \quad (4.16)$$

L'energia di legame $B({}^2\text{H})$ del deutone può essere sperimentalmente dedotta dall'energia del fotone γ emesso durante la reazione di cattura di neutroni termici da parte di protoni. Supponendo a riposo i protoni al momento della reazione, data la ridottissima energia cinetica dei neutroni termici rispetto all'equivalente energetico della massa di un nucleone, si può con ottima

⁶Un neutrone è detto termico se ha velocità confrontabili con quelle di molecole d'aria a 20 °C, quindi con energie cinetiche dell'ordine o inferiori a 0.025 eV.

⁷Si veda anche il paragrafo 25 sulla sintesi primordiale degli elementi.

⁸J.Chadwick M.Goldhaber, "A nuclear photo-effect, disintegration of the dipion by gamma rays" - Nature 134 (1934) 237-238; J.Chadwick, M.Goldhaber, "The Nuclear Photoelectric Effect" - Proc.R.Soc.Lond. A151 (1935) 479-493.

approssimazione affermare che l'energia di legame di ${}^2\text{H}$ coincida con l'energia del fotone γ dello stato finale della reazione 4.15, sommata all'energia cinetica di rinculo del deutone⁹

$$B({}^2\text{H}) = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2M_2\text{H}c^2} \quad (4.17)$$

Trascurando anche il contributo dell'energia di rinculo del deutone si ha infine, per la massa del neutrone

$$m_n \simeq M_2\text{H} - M_1\text{H} + \frac{E_\gamma}{c^2} \quad (4.18)$$

L'energia del fotone γ emesso può essere dedotta dalla misura della sua lunghezza d'onda λ_γ con notevole precisione e ciò conduce a

$$E_\gamma = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda_\gamma} \simeq 2.224521 \text{ MeV} \quad (4.19)$$

La conoscenza dei valori precisi delle masse di protone e deutone per altre vie permette quindi di ottenere, per la massa del neutrone

$$\begin{aligned} m_n &\simeq 1875.612974 - 938.2720813 + 2.224521 \text{ MeV}/c^2 \simeq \\ &\simeq 939.565413 \text{ MeV}/c^2 \end{aligned} \quad (4.20)$$

Per la misura di precisione delle masse di molti isotopi, sia stabili che instabili, si possono dunque combinare misure di energia in reazioni nucleari con misure di spettrografia di massa.

4.3.4 Abbondanza degli elementi

Una importantissima applicazione delle tecniche di spettroscopia di massa concerne la determinazione delle abbondanze isotopiche nel sistema solare. In figura 4.9 è riportata l'abbondanza misurata per i vari nuclidi in funzione del numero di massa A .

Le abbondanze isotopiche relative di campioni terrestri, lunari e meteorici, tranne piccole eccezioni, coincidono fra loro e anche con le abbondanze isotopiche misurate per i raggi cosmici provenienti dall'esterno del sistema solare.

Secondo gli attuali modelli cosmologici, la sistensi del deuterio e dell'elio oggi presenti nell'universo sono dovute alla fusione di idrogeno avvenuta pochi

⁹Per l'energia di rinculo del deutone, con approccio non relativistico nel sistema del centro di massa, la conservazione dell'impulso dá $\frac{E_\gamma}{c} = M_2\text{H}v$, da cui $v = \frac{E_\gamma}{M_2\text{H}c}$, e quindi l'energia cinetica del deutone è $\frac{1}{2}M_2\text{H}v^2 = \frac{1}{2}M_2\text{H} \frac{E_\gamma^2}{M_2\text{H}^2c^2} = \frac{E_\gamma^2}{2M_2\text{H}c^2}$.

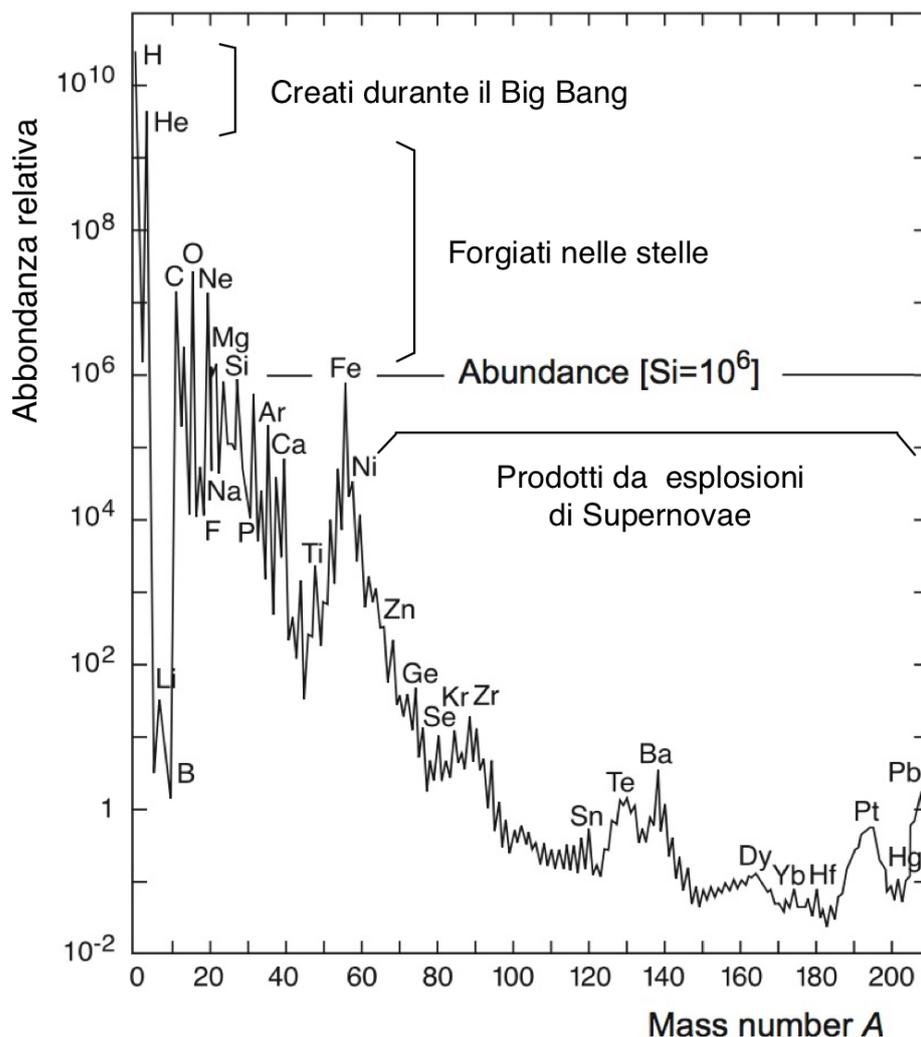


Figura 4.9: Abbondanza degli elementi nel sistema solare in funzione del loro numero di massa A , normalizzati all'abbondanza del silicio (Si) assunta come 10^6 .

minuti dopo la formazione dell'universo stesso tramite il Big-Bang. I nuclidi fino al ^{56}Fe , che rappresenta il nuclide più stabile, sono stati prodotti da fusioni nucleari nelle stelle. I nuclidi ancora più pesanti si sono formati durante le esplosioni delle *supernovae*¹⁰.

Deviazioni dall'andamento universale delle abbondanze isotopiche possono verificarsi localmente per la presenza di processi di decadimenti radioattivi

¹⁰Una sintetica panoramica sulla nucleosintesi, sia primordiale che stellare e da supernovae, è riportata nei capitoli 25 e 26.

che ne modificano l'entità e i rapporti.

Questi dati concernono comunque poco più del 4% circa di quanto dovrebbe costituire l'universo, ovvero la cosiddetta *materia barionica*.

4.3.5 Spin dei nuclei

Ogni sistema fisico ha due contributi possibili di momento angolare, quello orbitale che ha analogo classico, e quello intrinseco o di spin, e ogni momento angolare è quantizzato.

Dalla meccanica quantistica si sa che del momento angolare orbitale $\vec{\ell}$ di un sistema fisico si possono conoscere contemporaneamente al più il valore del suo modulo quadrato $|\vec{\ell}|^2 = \ell(\ell + 1)\hbar^2$ e il massimo valore assumibile dalla sua proiezione ℓ_z lungo una direzione di riferimento convenzionalmente scelta come asse z , $\ell_z = \ell\hbar$. Inoltre ℓ_z può assumere solo i $(2\ell + 1)$ valori scalati fra loro di un'unità di \hbar che soddisfano $-\ell\hbar \leq \ell_z \leq +\ell\hbar$.

In aggiunta all'eventuale momento angolare orbitale, protoni e neutroni hanno entrambi un momento angolare intrinseco o *spin*, il cui numero quantico associato s , essendo essi fermioni, vale $\pm 1/2$. Lo spin può quindi assumere i soli due stati parallelo o antiparallelo alla direzione di riferimento z ; le componenti s_z valgono $+\hbar/2$ e $-\hbar/2$, mentre il quadrato dello spin vale $s(s + 1)\hbar^2 = 3\hbar^2/4$.

Il momento angolare totale \vec{J} di un nucleo è la somma vettoriale dei vari momenti angolari orbitali dei suoi nucleoni e dei loro spin

$$\vec{J} = \sum_{i=1}^A \vec{\ell}_i + \sum_{i=1}^A \vec{s}_i = \vec{L} + \vec{S} \quad (4.21)$$

\vec{J} assume valori pari a un multiplo intero di unità di \hbar per nuclei con A pari e a un multiplo semi-intero di unità di \hbar per nuclei con A dispari.

Ogni livello nucleare è caratterizzato dal proprio momento angolare totale \vec{J} che in conseguenza dell'isotropia dello spazio è una quantità che si conserva, per cui l'operatore quantistico che lo rappresenta commuta con l'Hamiltoniana e di conseguenza il suo valore può sempre essere determinato assieme a quello dell'energia del livello. Spesso in letteratura ci si riferisce allo "spin" di un nucleo intendendo il suo momento angolare totale \vec{J} , e non \vec{S} .

Ogni misura di \vec{J} dá risultati coerenti con le regole illustrate e ciò costituisce una delle ragioni che hanno portato ad escludere gli elettroni quali componenti dei nuclei. Si trova infatti ad esempio che ${}^2\text{H}$, ${}^6\text{Li}$, ${}^{14}\text{N}$ ¹¹ hanno tutti spin pari ad \hbar , quindi in accordo con la regola su indicata, avendo un numero pari di nucleoni componenti. Se tali nuclei fossero costituiti da protoni ed elettroni, il numero dei costituenti sarebbe dispari per rendere conto della loro carica elettrica, e conseguentemente il loro spin totale sarebbe un

¹¹Fu F. Rasetti nel 1929 che con studi sullo spettro Raman della molecola ${}^{14}\text{N}_2$ mostrò che il nucleo ${}^{14}\text{N}$ è un bosone, quindi costituito da un numero pari di fermioni.

multiplo dispari di $\hbar/2$, contrariamente all'evidenza sperimentale.

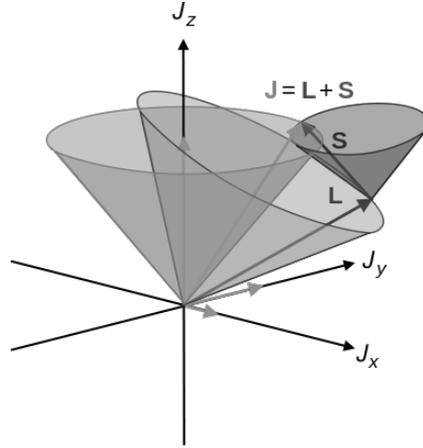


Figura 4.10: Momento angolare totale $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$.

Si può argomentare ulteriormente sul fatto che un nucleo possa contenere elettroni fra i suoi componenti, tenendo conto del principio di indeterminazione di Heisenberg

$$\Delta p \Delta x \sim h \quad (4.22)$$

dove Δx rappresenta l'incertezza nella posizione dell'elettrone nel nucleo, quindi dell'ordine delle dimensioni lineari del volume occupato dal nucleo, ovvero circa 10^{-14} m. Da cui un'incertezza sull'impulso dell'ordine di

$$\Delta p \sim \frac{h}{\Delta x} \sim 4.14 \times 10^{-7} \text{ MeV s m}^{-1} \quad (4.23)$$

Si ottiene quindi, detta m_e la massa dell'elettrone, una grezza stima della sua energia totale nel nucleo sfruttando la corretta formula relativistica

$$E_{tot}^2 = p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4 \quad (4.24)$$

e assumendo che il suo impulso p_e nel nucleo sia dell'ordine di quanto appena trovato per l'incertezza Δp . Sostituendo e ricordando che $c \simeq 3 \times 10^8$ m/s e che $m_e \simeq 0.51 \text{ MeV}/c^2$, si ha

$$E_{tot} \simeq 124 \text{ MeV} \quad (4.25)$$

che in questo caso coincide sostanzialmente con l'energia cinetica di un ipotetico elettrone libero di muoversi nel nucleo. Ma una simile energia non è compatibile con l'esistenza di un nucleo legato, per il quale si sa che l'energia media di legame per nucleone è dell'ordine di 8 MeV, e neppure con le energie sperimentalmente misurate degli elettroni emessi da nuclei e dovuti

al decadimento β , che sono al massimo dell'ordine di alcuni MeV.

Lo spin dello stato eccitato di un nucleo può, per i modi in cui si combinano entrambi le tipologie di contributi, differire dal valore che caratterizza lo stato fondamentale del nucleo stesso; un qualunque effetto può modificare lo spin di un multiplo intero di \hbar , quindi se gli spin di un nucleo differiscono fra stati eccitati e stato fondamentale dello stesso nucleo, lo fanno per multipli interi di \hbar .

La maggior parte delle misure di spin nucleari si basa sulla cosiddetta quantizzazione spaziale del momento angolare. Assegnata una direzione di riferimento, quale può essere ad esempio quella di un campo elettrico o magnetico esterno al nucleo, il momento angolare \vec{J} del nucleo potrà orientarsi nello spazio soltanto secondo $(2J + 1)$ diverse direzioni, rispetto a quella di riferimento assegnata. La componente dello spin lungo la direzione di riferimento in ognuno di questi stati vale $m\hbar$, dove m , detto *numero quantico magnetico*, è un intero o un semi-intero qualsiasi della sequenza $-J, -J + 1, \dots, +J - 1, +J$.

Per un nucleo, la gran parte degli effetti osservabili dovuti allo spin sono legati al suo momento magnetico¹². Le $(2J + 1)$ possibili orientazioni del momento magnetico di un nucleo rispetto a un campo magnetico di riferimento danno luogo a $(2J + 1)$ diversi valori energetici che possono essere osservati e misurati in svariati modi: studiando la struttura iperfina degli spettri atomici, o gli spettri rotazionali di molecole biatomiche composte da atomi uguali, per le quali lo spin determina in modo univoco l'intensità relativa delle righe spettrali, o mediante spettroscopia delle microonde.

Sperimentalmente si trova che tutti i nuclei con Z ed N pari, e quindi anche A pari, hanno $J = 0$, mentre non è così per i nuclei con A pari ma Z e N dispari. I nuclei stabili dispari-dispari sono solo quattro, ^2H , ^6Li , ^{10}B e ^{14}N . Altri quattro hanno vita media molto lunga, dell'ordine dei milioni di anni, ^{40}K , ^{50}V , ^{138}La e ^{176}Lu ; quest'ultimo, con vita media di 3.78×10^{10} anni, è utilizzato nella datazione delle meteoriti ed è fra l'altro il nucleo col maggior valore di spin: $J = 7$.

Per la gran parte dei nuclei i valori dello spin sono piccoli, di valore intero compreso fra $J = 1$ e $J = 7$ per i nuclei dispari-dispari, e di valore semi-intero compreso fra $J = 1/2$ e $J = 9/2$ per i nuclei con A dispari. Questo indica una caratteristica dell'interazione fra nucleoni che si manifesta come loro tendenza a "posizionarsi" nel nucleo in modo da ridurre, per quanto possibile, lo spin totale risultante, e ricorda quanto fanno gli elettroni di un atomo nel riempire le shell atomiche.

¹²Si veda il paragrafo ??