

# Note sulla rivelazione e misura della radiazione

## 1 Introduzione

"A presentation [of nuclear and particle physics] can be achieved by working in reverse, starting from the standard model of QCD and electroweak interactions and concluding with the hadrons. This, however, leaves the reader with the fundamentally false impression that particle physics is somehow derived from an a-priori theory. It fails, too, to convey the standard model's real achievement, which is to encompass the enormous wealth of data accumulated over the last fifty years.." (da "The experimental foundations of particle physics", Cahn-Goldhaber)

Lo studio delle leggi della fisica non puo' prescindere dalla conoscenza e comprensione degli esperimenti effettuati per derivare e comprendere tali leggi, altrimenti si rischia di non essere in grado di capire le limitazioni, i punti deboli, i possibili sviluppi di ogni teoria che cerca di descrivere la natura a partire dall'osservazione della stessa. Parimenti, comprendere in che modo sono stati ottenuti dei dati sperimentali è fondamentale per l'elaborazione di qualsiasi nuova teoria.

La fisica è una scienza sperimentale e gli esperimenti forniscono le fondamenta per la nostra comprensione della natura e delle leggi fisiche. Nel campo della fisica atomica e subatomica l'esperimento ha ricoperto un ruolo forse ancor piu' fondamentale, dato che siamo in un ambito dove i nostri sensi, l'intuizione e le analogie con la fisica classica ci sono di scarso aiuto. E' spesso solo l'esperimento a mostrarci gli aspetti piu' inaspettati e non prevedibili della natura; non ci sarebbe nessuna necessita' di introdurre i quark o supporre l'esistenza di altri adroni al di la del neutrone e protone per spiegare la realta' (atomica) che ci circonda; sono stati gli esperimenti di urto tra particelle a suggerircelo.

Per quanto complesso il fenomeno da studiare o la teoria da verificare, per quanto astratta la grandezza che vogliamo determinare, l'obiettivo di un esperimento e' sempre quello di misurare il piu' correttamente possibile quantita' elementari quali la massa e la carica di ciascuna particella (radiazione) rivelata, il suo quadrimomento, la sua posizione in relazione alle altre particelle, eventualmente il suo spin e cosi' via. A partire da tali quantita' sara' poi possibile ricavare e studiare grandezze ben piu' complesse e con significato fisico magari molto astratto.

Rivelare delle particelle significa farle interagire con un rivelatore, con del materiale, per cui risulta ovvio che la comprensione dei meccanismi di interazione tra la radiazione e la materia sia il punto di partenza fondamentale per la progettazione e costruzione di un rivelatore e per la comprensione dei risultati di un esperimento. Tuttavia, l'affascinante e difficile sfida di ideare, costruire, effettuare e interpretare un esperimento implica la capacita' di comprendere e gestire aspetti molto diversi. Un apparato sperimentale non consiste infatti solamente di materiale sensibile con cui interagisce la radiazione, ma di elettronica per la gestione dei segnali, la lettura,

digitalizzazione e filtraggio degli stessi, di salvataggio ed elaborazione dei dati. Tutti questi aspetti contribuiscono assieme in modo determinante alle caratteristiche e capacità di rivelazione dell'apparato sperimentale. Lo sviluppo di tecnologie e tecniche di rivelazione, acquisizione, gestione ed analisi dei dati ha avuto un enorme avanzamento negli anni recenti e la sua trattazione necessiterebbe corsi dedicati. Qui cercheremo di passare in rassegna alcuni concetti e conoscenze fondamentali che stanno alla base della ricerca sperimentale in fisica nucleare e subnucleare.

In questo breve percorso attraverso la fisica sperimentale passeremo in rassegna i seguenti temi

- interazione tra radiazione e materia e sua rivelazione
- proprietà e caratteristiche dei rivelatori
- alcune misure fondamentali
- rivelatori più comuni, acceleratori e apparati sperimentali nella fisica nucleare e subnucleare
- esperimenti fondamentali nella fisica nucleare e subnucleare

## 2 Interazione tra la radiazione e la materia

### 2.1 Principali meccanismi di interazione

Per essere rivelata una particella deve interagire con il mezzo-rivelatore rilasciando energia, possibilmente la minima possibile (a meno, ovviamente, di fare una misura calorimetrica) in modo da essere minimamente perturbata. La rivelazione della radiazione carica (ed ovviamente dei fotoni) avviene essenzialmente attraverso fenomeni di interazione elettromagnetica con il mezzo. Particelle neutre, come ad esempio il neutrone od il neutrino, per poter essere rivelate devono prima interagire tramite interazione forte ( $n$ ) o debole ( $\nu$ ) trasferendo dell'energia a particelle cariche che saranno successivamente rivelate. Ovviamente queste interazioni sono molto meno probabili di quelle elettromagnetiche. Altri fenomeni fisici possono ovviamente essere presenti (ad esempio interazioni nucleari) ma sono solitamente poco rilevanti sotto questo aspetto.

Più in generale qualsiasi fenomeno fisico di interazione tra la radiazione incidente e la materia (il rivelatore) può essere usato come base di funzionamento di un rivelatore, come vedremo nel prosieguo.

#### 2.1.1 Interazioni di particelle cariche

Sebbene non sarà possibile trattarli tutti, elenchiamo i fenomeni fondamentali che avvengono quando una particella carica di massa  $M \gg m$  (ove  $m$  è la massa dell'elettrone) passa attraverso un mezzo:

- perdita di energia per ionizzazione ed eccitazione degli atomi (non si perde energia per interazione con i nuclei)

- deflessione della traiettoria della particella per diffusione coulombiana dai nuclei atomici (anche da elettroni se la particella incidente è un elettrone o un positrone)

Se la particella incidente è un elettrone o un positrone oltre ai meccanismi citati risulta rilevante, al crescere dell'energia, anche il seguente meccanismo:

- irraggiamento nel campo dei nuclei atomici (radiazione di frenamento o Bremsstrahlung)

Inoltre possono verificarsi, in talune condizioni, fenomeni di

- emissione di luce Cherenkov
- emissione di radiazione di transizione

che pur non essendo rilevanti intermini di energia persa, sono fenomeni molto utili per la rivelazione delle particelle cariche.

### 2.1.2 Le interazioni dei fotoni

La radiazione elettromagnetica può convertire tutta o parte della sua energia interagendo con gli atomi e i nuclei atomici. I principali meccanismi sono i seguenti:

- effetto fotoelettrico, con assorbimento del fotone
- effetto Compton, con diffusione del fotone su un elettrone atomico e concomitante cessione di energia e deviazione angolare,
- produzione di coppie elettrone-positrone, con sparizione del fotone e concomitante comparsa di una coppia elettrone-positrone

### 2.1.3 Particelle cariche e fotoni a confronto.

Non essendo possibile trattare nel dettaglio questi meccanismi, cercheremo di focalizzare sui principali aspetti fenomenologici di questi effetti, essenziali per capire l'interazione tra radiazione e materia quindi il funzionamento di un rivelatore.

Prima di discutere i differenti tipi di interazione è importante focalizzare fin da subito sulla differenza di comportamento tra l'interazione di particelle cariche e fotoni con la materia.

Consideriamo un fascio monoenergetico di particelle (fotoni) che attraversa un sottile strato di materiale. Consideriamo due casi estremi tra quelli possibili.

- Primo caso: le particelle subiscono molte interazioni in ciascuna delle quali perdono una piccola quantità di energia e subiscono una piccola deviazione angolare
- Secondo caso: le particelle o non interagiscono, oppure, se interagiscono, spariscono dal fascio incidente (ad esempio per assorbimento).

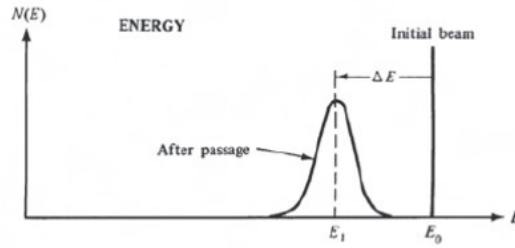


Figure 1: Distribuzione dell'energia di un fascio di particelle cariche prima e dopo il passaggio attraverso uno spessore di materiale

Il primo caso è quello tipico delle particelle cariche pesanti, mentre il secondo caso è una ragionevole approssimazione del comportamento dei fotoni. Nel primo caso le piccole perdite di energia si sommano portando ad uno sparpagliamento delle energie del fascio che non sarà più monoenergetico all'uscita dallo spessore di materiale, (vedi fig. 1) così come ad uno sparpagliamento angolare dello stesso in uscita dallo spessore.

Nel secondo caso invece alcune particelle saranno assorbite e non saranno più presenti nel fascio, ma l'angolo ed energia di quelle che emergono dallo spessore saranno uguali a quelle del fascio incidente dato che non hanno subito alcuna interazione.

In ciascuno spessore elementare  $dx$  il numero di particelle che interagiscono è proporzionale al numero  $N(x)$  di particelle incidenti (entranti) su quello spessore elementare

$$dN = -N(x)\mu dx \quad (1)$$

essendo  $\mu$  il coefficiente di assorbimento (probabilità di interazione per unità di cammino, esprimibile come il prodotto  $\mu = N\sigma$  tra il numero di centri diffusori per unità di volume,  $N$ , e la sezione d'urto  $\sigma$ ). Integrando si ottiene che

$$N(x) = N(0)e^{-\mu x} \quad (2)$$

Il numero di particelle trasmesse decresce esponenzialmente e possiamo definire una distanza media ( $\lambda = 1/\mu$ , cammino libero medio) viaggiata dalla particella prima di sottostare a una collisione.

Riassumendo: un fascio di particelle cariche (primo caso) non subisce variazioni di intensità (numero di particelle) nel passare attraverso uno spessore di materiale ma ne risulta modificato e degradato energeticamente, mentre un fascio di fotoni non subisce degradazione energetica ma il numero di fotoni trasmessi al di là dello spessore di materiale cala con una legge di tipo esponenziale.

## 2.2 Perdita di energia di particelle cariche nella materia

Le particelle cariche pesanti perdono energia principalmente attraverso collisioni con elettroni legati tramite interazioni Coulombiane, eccitando e ionizzando gli atomi o le molecole che incontrano sul loro percorso. Gli atomi eccitati possono successivamente decadere nel loro stato fondamentale emettendo fotoni (meccanismo usato in taluni tipi di rivelatori, detti scintillatori). Inoltre, se la particella incidente ha una massa molto maggiore di quella elettronica, gli urti con gli elettroni atomici non

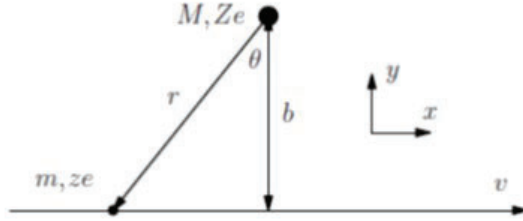


Figure 2: Interazione coulombiana tra particella carica incidente ed elettrone atomico

perturberanno se non in modo trascurabile la traiettoria della particella incidente. Il tasso di perdita di energia dovuto alle collisioni con gli elettroni è stato calcolato classicamente da Bohr, mentre una trattazione quantisticamente corretta è stata effettuata da Bethe e Bloch. Vediamo la formula ricavata da Bohr nel 1914, che ci permetterà di capire le caratteristiche fenomenologiche fondamentali della perdita di energia.

Consideriamo una particella di massa molto maggiore di quella dell'elettrone,  $M \gg m$ , e carica  $ze$  che si muove con velocità  $\vec{v}$  e consideriamo l'interazione della particella incidente con un elettrone atomico che si trovi a distanza  $b$  dalla traiettoria della particella incidente. Supponiamo che la velocità della particella incidente, comunque non relativistica ( $v < c$ ), sia molto maggiore di quella dell'elettrone legato in modo da poter considerare l'elettrone quasi fermo durante la collisione. Supponiamo inoltre che l'impulso trasferito all'elettrone sia sufficientemente piccolo da non modificare la traiettoria della particella incidente dopo l'urto. Cercheremo ora di calcolare l'energia trasferita all'elettrone dopo l'urto a partire dall'impulso trasferito. Essendo  $\vec{E}_\perp$  la componente trasversa del campo elettrico e considerando costante la velocità della particella, l'impulso trasferito all'elettrone a causa della presenza della forza  $\vec{F} = -e\vec{E}$  generata dal campo elettrico  $\vec{E}$  della particella incidente è:

$$\Delta \mathbf{p} = \int \mathbf{F} dt = -e \int \mathbf{E}_\perp dt = \int -e \mathbf{E}_\perp \frac{dx}{v} \sim \frac{-e}{v} \int \mathbf{E}_\perp dx \quad (3)$$

ove abbiamo scomposto il campo elettrico nelle due componenti parallela e perpendicolare alla direzione della velocità della particella ( $\mathbf{E} = \mathbf{E}_\perp + \mathbf{E}_\parallel$ ) risultando nullo per simmetria il contributo al  $\Delta \vec{p}$  del campo parallelo alla traiettoria.

Se consideriamo un cilindro infinitamente esteso, di asse coincidente con la direzione della traiettoria della particella e raggio pari al parametro d'impatto  $b$ , il teorema di Gauss ci dice che il flusso  $\phi$  del campo elettrico attraverso la superficie del cilindro è

$$\Phi(\vec{E}) = \int_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dS = 2\pi b \int \vec{E}_\perp dx = \frac{ze}{\epsilon_0} \quad (4)$$

da cui risulta che l'impulso trasferito all'elettrone è

$$\Delta p = |\Delta \vec{p}| = \frac{ze^2}{2\pi\epsilon_0 v b}$$

L'impulso trasferito all'elettrone lo possiamo scrivere come

$$\Delta p = \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 b^2} \frac{2b}{v}$$

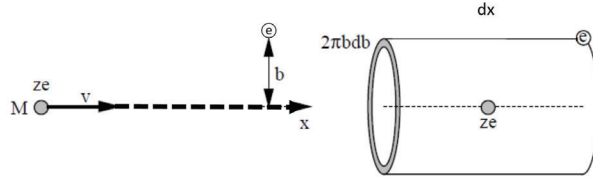


Figure 3: Interazione coulombiana tra particella carica incidente ed elettroni atomici appartenenti a un guscio cilindrico di raggio  $b$ , spessore  $db$  e altezza  $dx$

che possiamo interpretare come il prodotto della forza coulombiana nel punto di massimo avvicinamento  $\frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 b^2}$  per il tempo caratteristico  $(\frac{2b}{v})$  dell'interazione. L'energia cinetica acquistata dall'elettrone sarà allora nell'approssimazione non relativistica ( $E_k \ll mc^2$  è garantito dall'ipotesi  $v < c$ ):

$$E_k(b) = \frac{\Delta p^2}{2m} = \frac{z^2 e^4}{8\pi^2 \epsilon_0^2 b^2 m v^2} = \frac{2mc^2 r_e^2 z^2}{\beta^2 b^2} \quad (5)$$

essendo  $r_e = e^2/4\pi\epsilon_0 mc^2$  il raggio classico dell'elettrone.  $E_k(b)$  rappresenta l'energia persa dalla particella incidente per singolo urto con un elettrone a parametro d'impatto  $b$ .

### Considerazioni

- L'energia trasferita diminuisce all'aumentare di  $b$ ,
- Le particelle incidenti perdono meno energia all'aumentare della velocità,
- La dipendenza con l'inverso della massa del bersaglio indica che l'energia persa a causa di urti con i nuclei è trascurabile rispetto a quella persa in urti con gli elettroni.

Se vogliamo ora calcolare l'energia totale persa nel passaggio attraverso uno spessore  $dx$  di un materiale con  $N_0$  elettroni per unità di volume, allora l'energia persa (nello spessore  $dx$ ) a causa dell'interazione con gli elettroni situati a una distanza (parametro d'impatto) compresa tra  $b$  e  $(b + db)$  sarà pari alla somma di tutti gli  $N_0 2\pi b db dx$  contributi di perdita di energia dovuti ad urti con gli elettroni che si trovano nel guscio cilindrico di raggio interno  $b$  e raggio esterno  $b+db$  (vedi figura 3):

$$-dE(b) = N_0 2\pi b db dx E_k(b)$$

ovvero

$$-\frac{d^2 E(b)}{db dx} = 2\pi N_0 b E_k(b)$$

da cui otteniamo la perdita di energia della particella incidente per unità di cammino integrando dal limite inferiore a quello superiore del parametro d'urto:

$$-\frac{dE}{dx} = \int_{b_{min}}^{b_{max}} 2\pi N_0 b E_k(b) db = \frac{4\pi N_0 r_e^2 m c^2 z^2}{\beta^2} \ln \left( \frac{b_{max}}{b_{min}} \right) \quad (6)$$

Non resta ora che procedere all'integrazione sul parametro d'urto, ma questo richiede una certa attenzione in quanto le ipotesi fatte limitano l'intervallo di parametri

d'urto  $b$  a disposizione. Ad esempio collisioni con  $b$  molto grandi implicano un lungo intervallo di interazione, contrariamente alle nostre ipotesi per il calcolo dell'impulso trasferito (non potremmo in tal caso considerare l'elettrone fermo a parametro di impatto  $b$ ) mentre al tendere a zero di  $b$  troveremmo un trasferimento di energia infinito. La nostra integrazione, quindi, deve essere fatta entro limiti di  $b_{min}$  e  $b_{max}$  opportunamente scelti.

**$b_{max}$ :** Per quanto concerne  $b_{max}$  dobbiamo ricordare ora che gli elettroni non sono liberi, ma legati ad atomi con una frequenza orbitale  $\nu$ . Per il *principio dell'invarianza adiabatica* affinché l'elettrone assorba energia la perturbazione causata dalla particella incidente deve avvenire in un tempo breve rispetto al periodo  $T = \frac{1}{\nu}$  dell'elettrone legato (altrimenti non c'è trasferimento di energia). Essendo il tempo di interazione tipico pari a  $t \sim \frac{b}{v}$ , (relativisticamente  $t \sim \frac{b}{\gamma v}$ ) possiamo assumere  $b_{max} \sim \frac{\gamma v}{\bar{\nu}}$ , ove  $\bar{\nu}$  è la frequenza media dei vari stati legati degli elettroni dell'atomo in questione.

**$b_{min}$ :** Per quanto concerne  $b_{min}$ , bisogna considerare che il parametro d'urto non può essere minore della dimensione dell'elettrone (caratterizzata dalla lunghezza d'onda di de Broglie  $\lambda = \frac{h}{p}$ ) così come visto dalla particella incidente. In tale sistema l'impulso dell'elettrone è  $p = \beta\gamma mc$ . Dalla condizione  $b \geq \lambda$  segue  $b_{min} \approx \frac{h}{\beta\gamma mc}$ . Si noti che il valore di  $b_{min}$  ricavato da Bohr era diverso da questo, essendo basato su considerazioni solamente cinematiche sul massimo impulso trasferibile.

Integrando infine l'equazione 7 otteniamo la cidevta formula di Bohr:

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi r_e^2 m c^2 \frac{N_A Z \rho}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \ln \left( \frac{m c^2 \beta^2 \gamma^2}{h \bar{\nu}} \right) \quad (7)$$

avendo espresso  $N_0$  in funzione della densità  $\rho$ , del numero ( $Z$ ) e della massa atomica ( $A$ ) e del numero di Avogadro  $N_A$ :

$$N_0 = N_A \frac{\rho Z}{A}.$$

Infine, essendo  $4\pi m c^2 N_A r_e^2 = 0.3 \frac{MeV}{g} cm^2$ ,  $I = h \bar{\nu}$  il potenziale medio di eccitazione e riscrivendo la formula in funzione dello spessore massico  $X = \rho x$

$$-\frac{dE}{dX} = 0.3 \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \ln \left( \frac{\beta^2 \gamma^2 m c^2}{I} \right) \left[ \frac{MeV}{g} cm^2 \right] \quad (8)$$

La formula precedente è la cosiddetta formula di Bohr, rivisitata per quanto concerne  $b_m$ , è un'ottima approssimazione per particelle pesanti e ci permette di capire come la perdita di energia dipende dalle caratteristiche della particella e del mezzo attraversato, come discuteremo a breve. Tuttavia, un calcolo più accurato che tiene conto degli effetti quantistici è stata formalizzata da Bethe e Bloch nel 1930 nella seguente formula:

$$-\frac{dE}{dX} = 0.3 \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[ \ln \left( \frac{\beta^2 \gamma^2 m c^2}{I} \right) - \beta^2 - \frac{\delta(\gamma)}{2} \right] \left[ \frac{MeV}{g} cm^2 \right] \quad (9)$$

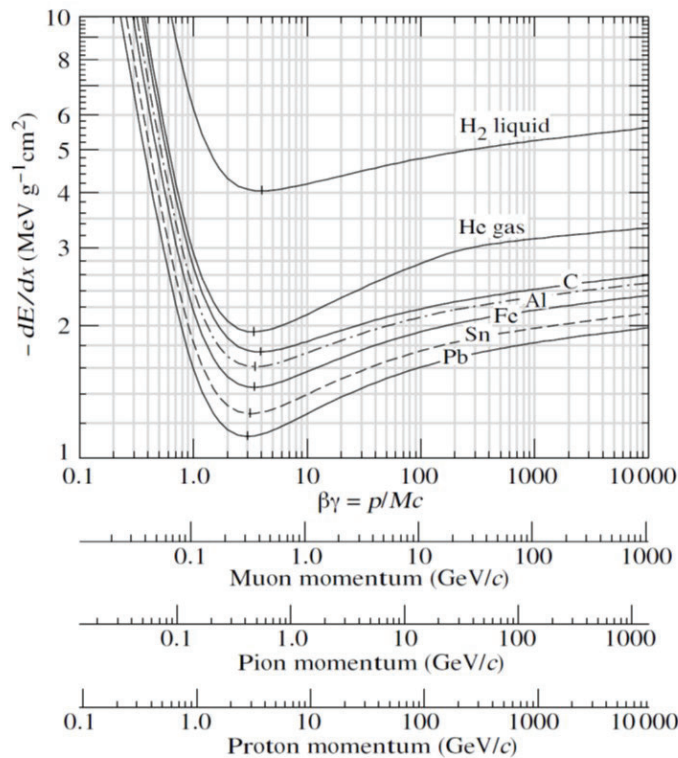


Figure 4: Andamento della perdita di energia per ionizzazione in funzione della variabile  $\beta\gamma$  della particella incidente per diversi materiali. In basso sono riportate le scale per i corrispondenti valori dell'impulso relativi a muoni, pioni e protoni

La formula di Bethe e Bloch è valida per particelle più pesanti dell'elettrone e positrone e velocità maggiori di qualche centesimo della velocità della luce. La correzione  $\delta$  (*correzione di densità*), che non discuteremo nel dettaglio, è dovuta alla polarizzazione del mezzo, dipende dalla densità di quest'ultimo e limita la crescita relativistica fino al punto da poterla, in prima approssimazione, considerare costante. Discuteremo direttamente la formula di Bethe-Bloch invece che quella di Bohr.

### 2.2.1 Osservazioni

- La perdita di energia per unità di percorso per collisione (nota anche come *potere frenante* ovvero come *stopping power* o *collision energy loss* in inglese)  $dE/dX$  è (all'incirca) indipendente dall'assorbitore se espressa in funzione dello spessore massico e se trascuriamo la dipendenza logaritmica contenuta nel termine di potenziale di ionizzazione ( $I \approx Z$ ). Questo perché il termine  $Z/A$  è in prima approssimazione approssimabile con  $Z/A \approx 1/2$  per tutti gli elementi della tavola periodica (l'idrogeno ne è l'ovvia eccezione).
- La perdita di energia per unità di cammino ha una dipendenza quadratica dalla carica della particella incidente.
- La perdita di energia per unità di cammino *per collisione* non contiene alcuna dipendenza dalla massa, energia o impulso della particella incidente e pertanto la curva di Bethe Bloch è da considerarsi una curva universale, se espressa in



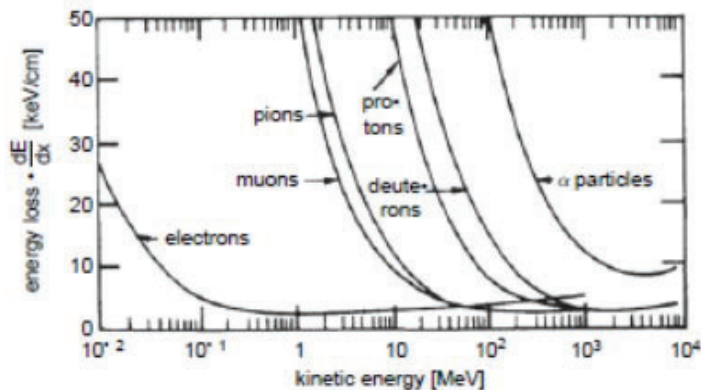


Figure 5: Andamento della perdita di energia per ionizzazione in funzione dell'energia della particella incidente per diverse particelle incidenti

funzione della velocità o di qualsiasi funzione della velocità della particella incidente (ad esempio di  $\beta\gamma$ ). In figura 7 è possibile osservare l'andamento del potere frenante in funzione di  $\beta\gamma$  ( $= P/Mc$ ). Si noti

1. come il comportando della curva di B-B sia dominato dalla dipendenza da  $1/\beta^2$  per piccoli  $\beta$  ( $\beta \ll 1$ )
  2. sviluppi un minimo (*minimo di ionizzazione*) per  $\beta\gamma \sim 3$  (tale valore dipende debolmente dall'assorbitore, tramite  $I$ , così come la perdita di energia al minimo che vale  $1 \div 2 \text{ MeV gr}^{-1} \text{ cm}^2$ ). Le particelle al minimo di ionizzazione sono dette minimo ionizzanti o MIP (dall'inglese, minimum ionizing particles).
  3. presenti una lenta crescita logaritmica ( $\sim \ln(\gamma^2)$ ) nella regione relativistica (*risalita relativistica*) dopo il minimo di ionizzazione. Nella regione relativistica ed ultrarelativistica tale risalita viene in realtà quasi completamente compensata dalla correzione di densità.
- Risulta infine ovvia conseguenza dell'osservazione precedente, che qualora si osservi la  $dE/dX$  in funzione dell'impulso (così come da altra variabile dipendente dalla massa) di una particella, la curva relativa a ciascuna particella differirà per un diverso fattore di scala (la massa) e in generale, a parità di impulso, la perdita di energia per unità di cammino sarà diversa per masse diverse (vedasi fig. 5). Questa osservazione sarà la base di una tecnica molto importante e diffusa per la determinazione della massa delle particelle, come discuteremo più avanti (v.par. 4.1).

Sebbene la curva di Bethe-Bloch(9) non si possa usare per la descrizione del comportamento di elettroni e positroni, l'andamento della perdita di energia di tali particelle risulta molto simile.

Si vedano in fig. 6 alcuni esempi (delle prime misure) di rivelazione mediante misura della ionizzazione in camere a nebbia (vedi par. 4.2.1) di particelle con diverso potere frenante (il diverso potere frenante si traduce in tracce più o meno marcate). In fig. 8 è invece mostrata, in funzione dell'impulso, la risposta di un rivelatore a gas a particelle di diverse masse.

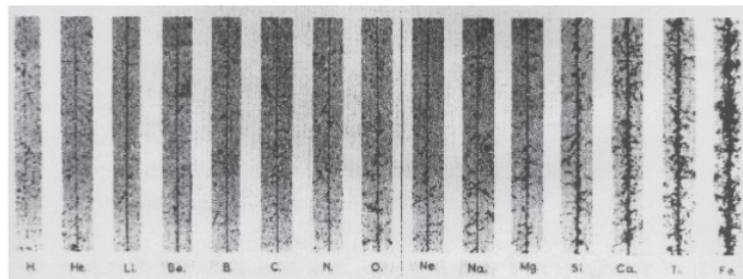
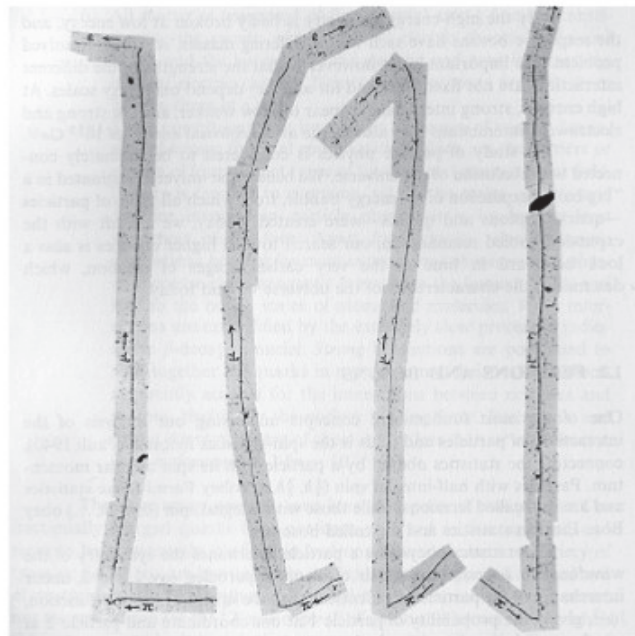
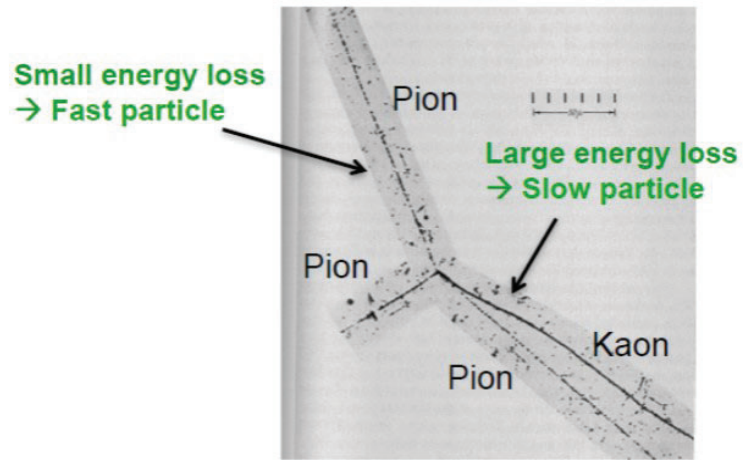


Figure 6: Tracce, raccolte mediante camera a nebbia, di particelle con diverso potere frenante

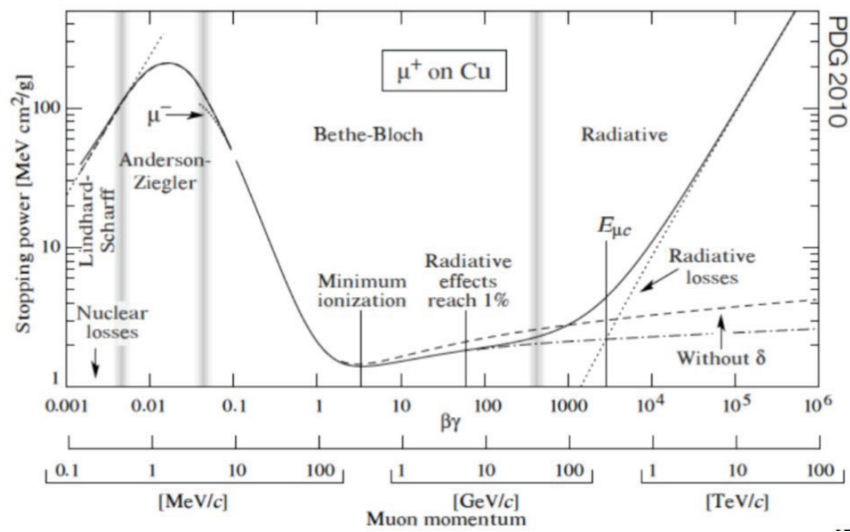


Figure 7: Andamento della perdita di energia per ionizzazione in funzione della variabile  $\beta\gamma$  della particella incidente in rame. In basso sono riportate le scale per i corrispondenti valori dell'impulso relativi a muoni

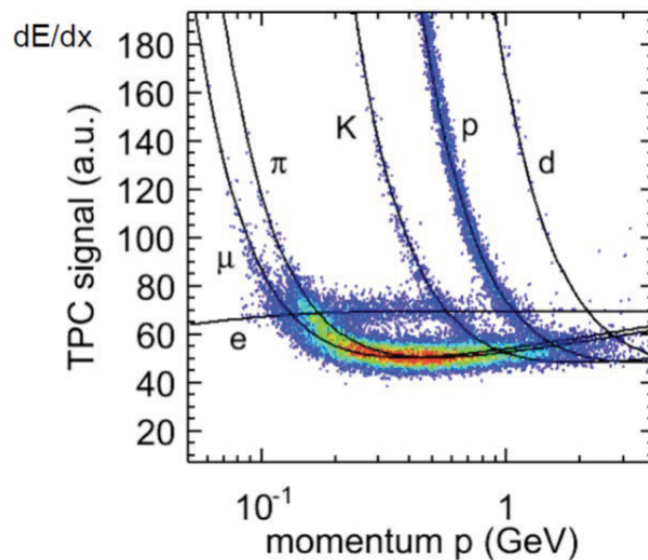


Figure 8: Potere frenante (energia rilasciata per unità di cammino) misurato all'interno di una camera ripiena di gas per particelle di masse diverse al variare dell'impulso misurato

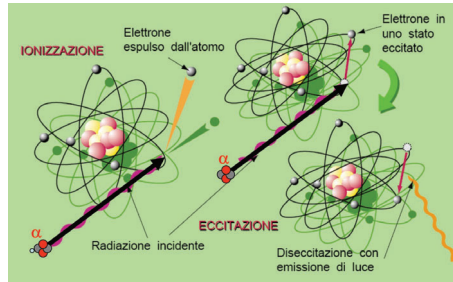


Figure 9: Rappresentazione pittorica di interazione tra una particella carica incidente e gli atomi del mezzo

### 2.2.2 Fluttuazioni nel rilascio di energia

E' importante sottolineare che la  $dE/dx$  fornita dalla formula di Bethe-Bloch rappresenta il valor medio atteso per la perdita di energia per unità di cammino di una particella carica che attraversa un mezzo. Il processo di perdita di energia è in realtà di tipo statistico, e l'energia totale persa in uno spessore di materiale è dato dalla somma di molti eventi di urto con gli elettroni del mezzo. Ciascun urto produce una perdita di energia, ma l'energia trasferita in un urto non è fissa, ma dipende dal parametro d'impatto e fluttua in un intervallo di valori distribuiti secondo una distribuzione di probabilità. Questo è il motivo di quanto affermato nel paragrafo 2.1.3: se consideriamo un fascio monocromatico di particelle incidenti su uno spessore di materiale la distribuzione dell'energia del fascio all'uscita dell'assorbitore (e analogamente quella dell'energia rilasciata) non sarà più monocromatica (vedi fig. 1 e 10).

In generale la perdita di energia in uno spessore di materiale assorbitore di un fascio monocromatico di particelle identiche (ovvero la distribuzione di probabilità della perdita di energia di una di tali particelle) sarà il risultato di un certo numero di urti secondo una distribuzione poissoniana. Se il numero di urti è sufficientemente elevato il teorema del limite centrale ci dice che la distribuzione dell'energia rilasciata in un assorbitore (somma di  $N$  urti, ciascuno descritto dalla stessa distribuzione statistica) è di tipo gaussiano (perlomeno nel limite per  $N$  che tende all'infinito). Il fenomeno sopra descritto va sotto il nome inglese di *energy straggling*, ovvero fluttuazione energetica. Nel caso di spessori così sottili da far sì che il teorema del limite centrale non valga, le distribuzioni della perdita di energia non saranno di tipo gaussiano ma risulteranno asimmetriche con una coda verso gli alti rilasci energetici (distribuzioni di Landau e di Vavilov).

In figura 11 è possibile osservare la distribuzione dell'energia persa da un fascio di protoni di 10 MeV in spessori di silicio di valore crescente. Si noti come al crescere del numero di urti (ovvero dello spessore) la distribuzione tenda a diventare, a partire da una distribuzione asimmetrica con una coda verso le alte energie, sempre più gaussiana.

**Osservazione.** La fluttuazione dell'energia rilasciata da una particella in un rivelatore è una delle limitazioni più importanti ad un'efficiente identificazione della massa della stessa. L'identificazione può venir fatta ad esempio misurando la diversa perdita di energia (media) attesa per particelle di massa diversa a parità di impulso misurato. Tuttavia, pur in presenza di valori medi attesi sufficientemente diversi, la

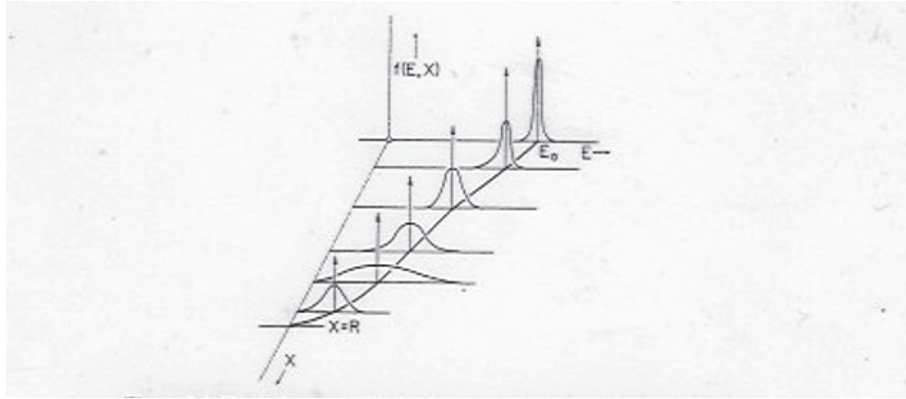


Figure 10: Distribuzione dell'energia di un fascio di particelle cariche inizialmente monoenergetico a differenti profondità di penetrazione. [fig. tratta da Leo, Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments, Springer]

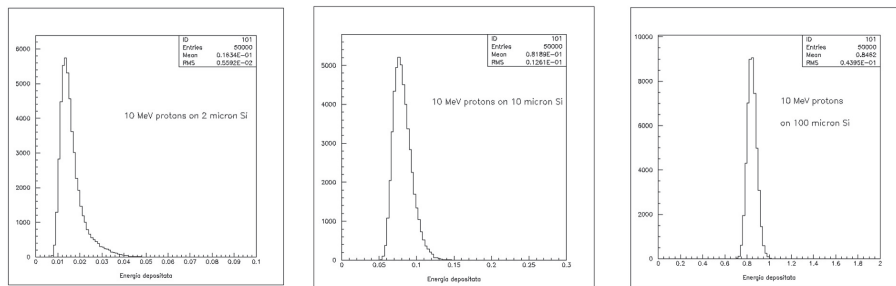


Figure 11: Distribuzione della perdita di energia di protoni di 10 MeV attraverso spessori crescenti di silicio

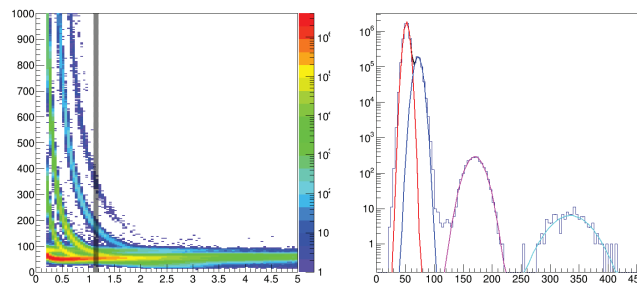


Figure 12: Potere frenante per diverse particelle cariche e dettaglio della fluttuazione di energia di particelle relative ad un valore fissato di impulso (indicato con la barra verticale)

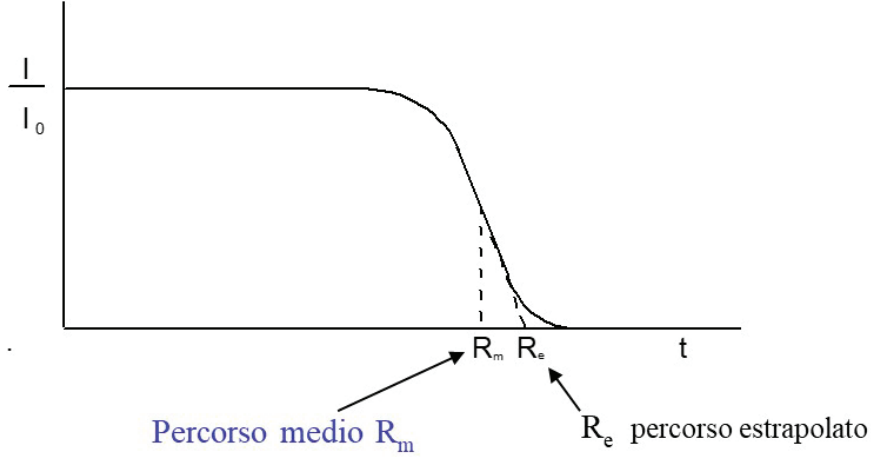


Figure 13: Determinazione del range a partire da una curva di trasmissione ( $I$  è il numero di particelle trasmesse per unità di tempo in funzione delle spessore  $t$  essendo  $I_0$  il numero di particelle entranti) di un fascio di particelle in funzione dello spessore  $x$  attraversato ( $R_m$  è il range medio,  $R_e$  è il range estrapolato).

fluttuazione puo' portarci ad avere una sovrapposizione della regione di risposta per le due particelle. Un esempio di tale problema si puo' vedere in fig. 12, ove, fissando l'attenzione, per un determinato valore di impulso (definito dalla barra verticale), sulla diversa risposta attesa dalle curve continue (Bethe-Bloch), si nota in realtà uno sparpagliamento della risposta attorno al valore atteso.

### 2.3 Percorso residuo (range)

Come appena discusso, dopo aver attraversato un assorbitore un fascio monocromatico risulterà degradato in energia, non sarà più monoenergetico e presenterà un angolo diffusione. Fino ad un certo spessore, essenzialmente tutte le particelle saranno trasmesse, ma al di là di questo alcune delle particelle non emergeranno più. Ad uno spessore  $R$ , chiamato *range* medio, metà delle particelle verrà fermata e infine, con uno spessore sufficientemente grande, nessuna particella emergerà. Il comportamento del numero di particelle trasmesse rispetto allo spessore dell'assorbitore è mostrato in figura 13.

Se si conosce il potere ionizzante è possibile calcolare il percorso(medio) residuo (*range*) di una particella in un dato mezzo, essendo questo definito come il cammino che la stessa puo' compiere prima di perdere tutta la sua energia.

$$R(E) = \int_0^R dx = \int_{E_0}^0 \frac{dE}{dE/dx} \quad (10)$$

Per una particella di carica  $z$ , massa  $M$  ed energia  $E_0$ , nella regione non relativistica, ove, dalla 9, possiamo scrivere (trascurando il termine logaritmico)  $dE/dx \sim \frac{z^2}{v^2} \sim \frac{Mz^2}{E}$ ,

$$R = \int_0^{E_0} -\frac{dE}{dE/dx} \approx \frac{K}{Mz^2} \int_{E_0}^0 E dE = \frac{K}{Mz^2} E_0^2 \quad (11)$$

In figura 14 è possibile osservare la dipendenza del range dall'energia per particelle di massa diversa.