

Figure 18:

2.5 Radiazione Cherenkov e radiazione di transizione

Esaminiamo ora degli effetti fisici relativi all'interazione tra particella incidente e mezzo rivelatore i quali hanno scarsa rilevanza nel computo dell'energia persa ma sono utilissimi nel fornire informazioni sulle caratteristiche della particella incidente. Questi sono l'effetto Cherenkov e la radiazione di transizione.

2.5.1 Radiazione Cherenkov

L'emissione di radiazione Cherenkov da parte di una particella carica è un fenomeno che stato osservato da Cherenkov nel 1934 e spiegato da Frank e Tamm nel 1937. Il fenomeno è legato alle proprietà dielettriche del materiale e avviene quando la velocità della particella è maggiore della velocità di propagazione della luce nel materiale che sta attraversando. Sebbene irrilevante per la perdita di energia, l'effetto Cherenkov è utilizzato come un mezzo per misurare la velocità delle particelle.

In un mezzo con indice di rifrazione $n(\omega)$ il campo elettrico generato da una particella carica all'interno del mezzo polarizza il mezzo stesso mentre si propaga con velocità c/n . Se la velocità della particella nel mezzo è $\beta \ll c/n$ allora non vi è perdita di energia da parte della particella, ma se $\beta > c/n$ il materiale polarizzato emette radiazione. Il motivo di tale emissione è legato alla polarizzazione e depolarizzazione del mezzo, che genera lungo la traccia una serie di onde sferiche il cui involuppo costituisce un fronte d'onda conico (vedi fig. 18). Il fenomeno è equivalente a quello del bang supersonico o alla formazione di una scia da parte di una barca che si muova con velocità maggiore di quella delle onde.

Gli atomi del mezzo si deformano per interazione con il campo elettromagnetico della particella, in modo che i centri di gravità della carica positiva e negativa all'interno degli atomi non coincidono più. Quindi, per particelle con velocità sufficientemente grande (rispetto alla velocità di fase della luce nel mezzo), una regione polarizzata viene generata seguendo una simmetria assiale. In questa regione, i singoli atomi agiscono come dipoli elettrici e creano un campo di dipolo. È questo campo di dipolo che è responsabile per l'emissione degli impulsi elettromagnetici della radiazione di Cherenkov.

La radiazione è emessa secondo un fronte d'onda conico con asse la direzione

della particella e apertura angolare θ_C tale che

$$\cos\theta_C = \frac{1}{n\beta}$$

Ne viene che

1. dev'essere $\beta > \frac{1}{n}$ e quindi la radiazione Cerenkov è un fenomeno a soglia, che avviene per $\beta > \beta_{thr} = \frac{1}{n}$
2. misurare θ_C corrisponde a misurare la velocità della particella.

Queste due caratteristiche stanno alla base del diffuso utilizzo sperimentale della luce Cherenkov, mediante l'utilizzo di rivelatori che utilizzano una o entrambe queste caratteristiche. Il numero di fotoni emessi per unità di percorso (e quindi l'energia persa) dipendono da θ_C ($\frac{dN}{dx} \propto \sin^2\theta_C$). Risulta che l'energia persa per effetto Cherenkov è $dE/dx \approx z^2 \sin^2\theta_C [keV/cm]$, cioè trascurabile rispetto quella persa per collisione.

Osservazioni:

- Qualsiasi mezzo trasparente può essere usato come rivelatore Cherenkov. Questo implica che sia possibile costruire rivelatori Cherenkov anche molto grandi ad esempio con l'acqua.
- A soglia risulta $\gamma_{thr} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_{thr}^2}} = \frac{n}{\sqrt{n^2-1}}$ e quindi, operando con gas a opportuna pressione ($n \cong 1$) e' possibile avere delle soglie a elevati valori di γ e quindi discriminare tra loro particelle relativistiche di massa diversa (ad esempio misurando contemporaneamente l'impulso e θ_C). Questo risulta di grande utilità non essendo possibile utilizzare in tale regione l'informazione del potere frenante.

2.5.2 Radiazione di transizione (cenni - non in programma)

Analogamente all'emissione di radiazione Cherenkov, la radiazione di transizione ha scarsa rilevanza da un punto di vista dell'energia persa dalla particella, ma può essere utilizzata per misurare la velocità (γ) della particella incidente. L'emissione di radiazione di transizione avviene quando una particella carica relativistica passa da un mezzo (ad es. dal vuoto) ad un altro con diversa costante dielettrica. Non tratteremo il dettaglio di questo fenomeno ma citeremo solamente la dipendenza dell'intensità della radiazione emessa dalle caratteristiche cinematiche della particella incidente.

L'energia irradiata risulta essere

$$I = \frac{1}{3}\alpha\hbar\omega_p\gamma$$

essendo $\hbar\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi\alpha N_e}{m}}$, con α la costante la struttura fine, N_e la densità di elettroni e m la massa dell'elettrone; $\hbar\omega_p \approx 20eV$ nel caso di radiatore plastico. Come e' possibile notare l'intensità della radiazione e' proporzionale al γ della particella incidente. Citiamo solamente questo fenomeno senza trattarlo nel dettaglio.

2.6 Interazione dei fotoni con la materia

La radiazione elettromagnetica puo convertire parte o tutta la sua energia per interazione con gli atomi e i nuclei atomici. I principali effetti che caratterizzano i seguenti:

- effetto fotoelettrico;
- effetto Compton;
- produzione di coppie elettrone-positone.

Si noti che in tutti questi fenomeni vi e' un trasferimento parziale o totale dell'energia dal fotone a particelle cariche, fondamentale per permettere il successivo trasferimento di energia al rivelatore, come visto nei paragrafi precedenti.

Richiamiamo brevemente quanto detto nel paragrafo 2.1.3 (eq. 2) relativamente all'assorbimento di un fascio di fotoni nel passaggio attraverso la materia. Il numero di fotoni che non hanno interagito in funzione della profondita' x di penetrazione nel materiale e' pari a $N(x) = N(0)e^{-\mu x}$. Il coefficiente di assorbimento μ (probabilita' di interazione per unita' di lunghezza) e' dato dal prodotto tra il numero di atomi per unita' di volume, N , e la sezione d'urto σ : $\mu = N\sigma$. Nel caso dei fotoni la sezione d'urto σ e' data dalla somma delle diverse sezioni d'urto fotoelettrica (σ_{pe}), Compton (σ_C) e di produzione di coppie (σ_{pair}) e pertanto il coefficiente di assorbimento totale lo possiamo esprimere come la somma dei coefficienti di assorbimento relativi alle varie reazioni: $\mu = \mu_{pe} + \mu_C + \mu_{pair}$.

2.6.1 Effetto fotoelettrico

L'effetto fotoelettrico puo' essere descritto come una reazione del tipo $\gamma + A \rightarrow A^+ + e^-$ in cui un fotone, con energia maggiore dell'energia di legame E_b dell'elettrone viene assorbito da un atomo A ionizzandolo ed emettendo un elettrone di energia

$$E_e = E_\gamma - E_b$$

Si noti che l'assorbimento del fotone puo' avvenire solo in presenza dell'atomo, in quanto altrimenti la massa invariante non sarebbe conservata, essendo maggiore prima dell'assorbimento. L'impulso e' bilanciato dall'atomo (nucleo) che non porta via (quasi) nessuna energia e (quasi) tutta l'energia e' trasferita all'elettrone.

Una trattazione rigorosa dell'effetto fotoelettrico implica la conoscenza delle funzioni d'onda atomiche ed e' pertanto alquanto complessa. Tuttavia, ad energie del fotone maggiori dell'energia di legame degli orbitali K, la sezione d'urto fotoelettrica su di un materiale di numero atomico Z risulta approssimativamente essere

$$\sigma_{pe} \approx Z^5 \left(\frac{mc^2}{E_\gamma} \right)^3 \quad (13)$$

ove si puo' notare la forte dipendenza dall'energia e dal numero atomico del materiale, che ovviamente implichera' delle probabilita' di interazione molto diverse al variare dello stesso (si ricordi che la costante di assorbimento fotoelettrica μ_{pe} e' data dal prodotto tra il numero di atomi per unita' di volume, N , e la sezione d'urto fotoelettrica σ_{pe} , $\mu_{pe} = N\sigma_{pe}$). In figura 19 e' possibile vedere l'andamento della

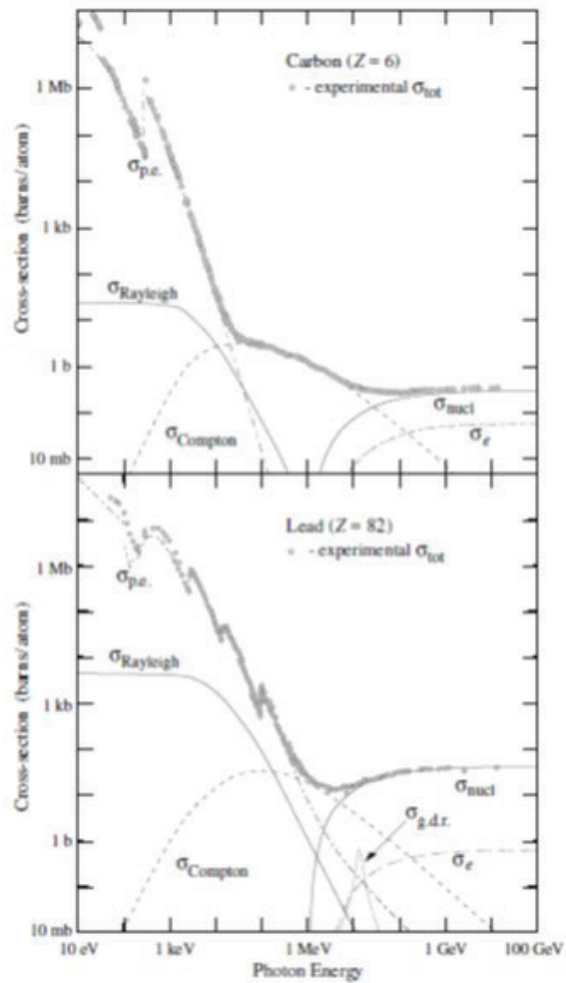


Figure 19: Sezioni d'urto al variare dell'energia di fotoni su carbonio e piombo.

sezione d'urto fotoelettrica su C e Pb al variare dell'energia del fotone. Questa è modulata dalla dipendenza dall'energia vista sopra e dalle diverse popolazioni elettroniche a cui ha accesso al variare dell'energia. Osservazione: Quando un fotone viene assorbito per effetto fotoelettrico la sua energia viene trasferita (quasi) completamente ad un elettrone. Se il rivelatore è sufficientemente spesso da fermare tale elettrone tutta l'energia verrà trasferita al rivelatore la cui risposta risulterà di tipo gaussiano.

2.6.2 Effetto Compton

La diffusione Compton (scoperta nel 1923) è una diffusione a due corpi (fotone su elettrone) che è descritta dall'assorbimento e riemissione di un fotone da parte di un elettrone atomico,

$$\gamma e \rightarrow \gamma e$$

Per energie molto maggiori dell'energia di legame, gli elettroni si possono considerare liberi e possono interagire con i fotoni tramite un processo elastico in cui l'elettrone assorbe parte dell'energia del fotone che varia pertanto la sua frequenza. Con un semplice calcolo di cinematica relativistica (lo si faccia come esercizio) si può vedere (vedi fig. 21) che la lunghezza d'onda λ' della radiazione diffusa dif-

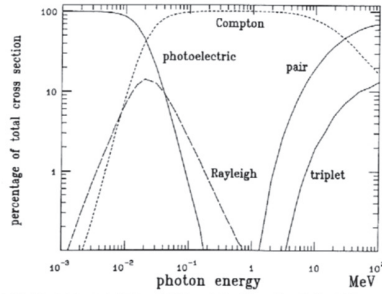


Fig. 11. Percentage contribution of various photon interactions to the total cross section of carbon as a function of photon energy. Data are from the EGS4 system (Nelson *et al.*, 1985) and Hubbell (1969) for the triplet component.

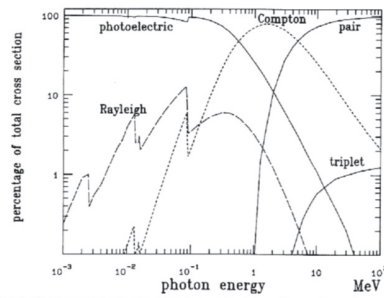


Fig. 12. Percentage contribution of various photon interactions to the total cross section of lead as a function of photon energy. Data are from the EGS4 system (Nelson *et al.*, 1985) and Hubbell (1969) for the triplet component.

Figure 20: Percentuale di contributo delle varie reazioni al variare dell'energia su bersaglio di Carbonio e di piombo

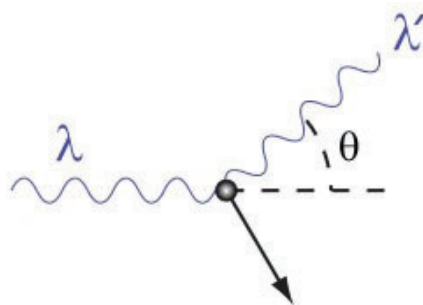


Figure 21: Rappresentazione schematica di una diffusione di tipo Compton

ferisce da quella della radiazione incidente (λ) in funzione dell'angolo di emissione θ del fotone secondo la relazione $\lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta)$ ove $\lambda_c = h/mc = 2.410^{-12}m$ e' la *lunghezza d'onda Compton* dell'elettrone. Pertanto ne risulta che l'energia E_e trasferita all'elettrone nell'urto risulta essere

$$E_e = E_\gamma \frac{(E_\gamma/mc^2)(1 - \cos\theta)}{1 + (E_\gamma/mc^2)(1 - \cos\theta)} \quad (14)$$

L'energia dell'elettrone varia pertanto da zero ad un valore massimo quando il fotone e' diffuso all'indietro e vale

$$E_e^{max} = E_\gamma \frac{2(E_\gamma/mc^2)}{1 + 2(E_\gamma/mc^2)}$$

E_e^{max} e' detto *fronte Compton* (*Compton edge* in inglese).

• Osservazioni

1. Avremo una variazione significativa della lunghezza d'onda ($(\lambda' - \lambda)/\lambda > 0$) se il fotone incidente ha una lunghezza d'onda simile a λ_c , ovvero se ha un'energia $E_\gamma = h\nu \sim hc/\lambda_c = mc^2$, ovvero l'energia del fotone e' dell'ordine della massa dell'elettrone. Per valori di lunghezza d'onda molto piu' grandi non vi e' variazione rilevante di lunghezza d'onda e quindi di energia.

2. E_e e' l'energia di interesse da un punto di vista sperimentale in quanto sara' l'energia trasferita all'elettrone ad essere successivamente ceduta al rivelatore e quindi trasformata in un segnale e rivelata.

3. Si noti che il valore fronte Compton (ovvero l'energia massima dell'elettrone) e' sempre inferiore al valore di E_γ e che quindi l'energia del fotone incidente non viene mai trasferita completamente all'elettrone.

La sezione d'urto angolare e' stata calcolata da Klein e Nishina (1928) e vale:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{E'_\gamma}{E_\gamma} \right)^2 \left(\frac{E'_\gamma}{E_\gamma} + \frac{E_\gamma}{E'_\gamma} - \sin^2\theta \right) \quad (15)$$

essendo

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{mc^2}(1 - \cos\theta)} \quad (16)$$

l'energia del fotone diffuso ed r_e il raggio classico dell'elettrone. La sezione d'urto in funzione dell'energia trasferita all'elettrone risulta invece essere

$$\frac{d\sigma}{dE_e} = \frac{\pi r_e^2}{mc^2 s^2} \left[2 + \frac{s^2}{s^2(1+s)^2} + \frac{s}{1-s} \left(s - \frac{2}{s} \right) \right] \quad (17)$$

con $s = \frac{E_e}{E_\gamma}$.

La sezione d'urto totale, σ_C , e' visibile in figura 19 in funzione dell'energia del fotone incidente. In figura 22 e' invece mostrata la grandezza piu' interessante in termini sperimentali, ovvero l'andamento delle distribuzioni di energia degli elettroni di rinculo dopo diffusione Compton, che rispecchiano la forma della $\frac{d\sigma}{dE_e}$.

Si ricordi che la risposta di un rivelatore e' proporzionale all'energia rilasciata nello stesso e pertanto, nel caso di una diffusione Compton, dara' un'informazione relativa all'energia trasferita all'elettrone e non all'energia del fotone incidente. Un fascio di fotoni con un'energia che permetta sia effetto fotoelettrico che diffusione Compton presentera' ovviamente una distribuzione data dalla somma della distribuzione Compton e un picco fotoelettrico.

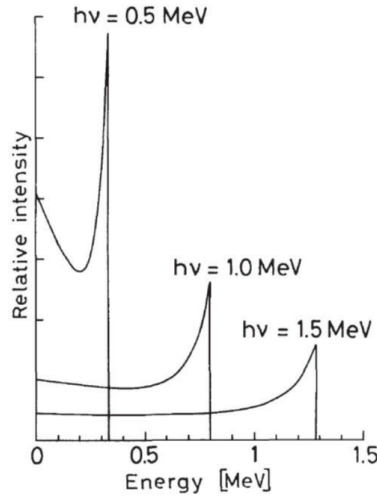


Figure 22: Distribuzioni dell'energia degli elettroni di rinculo dopo diffusione Compton.

2.6.3 Produzione di coppie

Quando $E_\gamma > 2mc^2$ si apre la soglia per la produzione di coppie elettrone-positrone da parte di un fotone (vedi fig. 19), che puo' essere assorbito convertendo la sua energia nella massa di una coppia particella-antiparticella. Questo fenomeno non puo' avvenire nel vuoto perche' non si conserverebbe la massa invariante del sistema (nulla quella del fotone, maggiore di $2mc^2$ quella della coppia elettrone-positrone). E' pertanto necessaria la presenza di un nucleo (ma basta anche un elettrone) che assorba l'impulso in eccesso. La trattazione del fenomeno e' piuttosto complessa, e ne vediamo qui solo alcuni cenni. Nel calcolo della sezione d'urto compaiono le stesse quantita' che abbiamo visto nel caso dell'irraggiamento degli elettroni e pertanto risulta (alle alte energie):

$$\mu_{pair} = \frac{7}{9} \frac{1}{L_R} \quad (18)$$

con L_R la gia' discussa lunghezza di radiazione. La lunghezza caratteristica per i due fenomeni e' pertanto la medesima essendo $\mu_{pair}^{-1} \sim L_R$. Il motivo di cio' e' che il processo di produzione di coppie $\gamma N \rightarrow Ne^+e^-$ ha molte analogie con il processo di irraggiamento da parte di un elettrone nel campo del nucleo $eN \rightarrow eN\gamma$ come evidenziato in fig. 23. Un fascio di fotoni di alta energia si attenua pertanto esponenzialmente secondo una lunghezza caratteristica μ_{pair}^{-1} e quindi un fotone ha una probabilita' di conversione pari a $(1 - e^{-\frac{7}{9} \frac{x}{L_R}})$ nell'attraversare un materiale di spessore x . Si ricordi infatti che la probabilita' di interazione e' $P_{int}(x) = 1 - P_{non_int}(x)$

$$N(x)/N(0) = P_{non_int}(x) = e^{-\mu x} = e^{-\frac{7}{9} \frac{x}{L_R}} \simeq 1 - \mu x \text{ se } \mu x \ll 1$$

In figura 19 e' invece possibile osservare la sezione d'urto per produzione di coppie al variare dell'energia del fotone incidente. Si noti infine che all'aumentare dell'energia la produzione di coppie e' fortemente piccata in avanti essendo l'angolo medio di emissione delle due particelle della coppia $\theta \sim mc^2/E_\gamma$.