

# Compito 31 gennaio 2019

## 1 Esercizio

Si intende effettuare un esperimento utilizzando un fascio di Kaoni carichi di 300 MeV/c forniti da un canale di trasporto magnetico. Il fascio di Kaoni e' tuttavia contaminato da un numero non trascurabile di protoni. Si vuole misurare la percentuale di protoni presenti nel fascio mediante una discriminazione basata sul range, da effettuarsi con un contatore di particelle e un assorbitore costituito da spessori di un cm di materiale plastico (lucite, densita'  $1g/cm^3$ ) da porsi davanti al contatore. Si conosce il range di protoni di 500 MeV/c che e' pari a  $14.2g/cm^2$ . E' possibile discriminare le 2 particelle? Quanti spessori si dovranno usare? Si trascurino effetti legati alle fluttuazioni di range ed al decadimento dei K.

## 2 SOLUZIONE

Nella zona non relativistica il range di una particella di massa M, carica z ed energia E e':  $R(E) = \frac{k}{Mz^2}E^2$  Siccome le particelle sono non relativistiche (giustificare), possiamo usare la formula precedente. Calcoliamo le energie in gioco:

$E_K(p = 300MeV/c) = 84MeV$  ed  $E_p(p = 300MeV/c) = 48MeV$ , mentre  $E_p(p = 500MeV/c) = 125MeV$ .

Sapendo che  $R(E_p = 125MeV) = 14.2g/cm^2$  possiamo ricavare k:

$k = 14.2 * 938/125^2 = 0.85gMeV^{-1}cm^{-2}$  Pertanto il range del Kaone sara'

$R_K(300MeV/c) = k \cdot (84^2)/494gcm^{-2} = 12.1gcm^{-2}$  mentre quello dei protoni sara'

$R_p(300MeV/c) = k \cdot (48^2)/938gcm^{-2} = 2.1gcm^{-2}$ .

Tenendo conto della densita' ne viene che

$r_K(300MeV/c) = 12.1cm$  ed  $r_p(300MeV/c) = 2.1cm$  Bastera' quindi introdurre uno spessore di 3 cm per fermare tutti protoni e lasciar passare tutti i K.

# Compito 7 settembre 2018

## 1 Esercizio

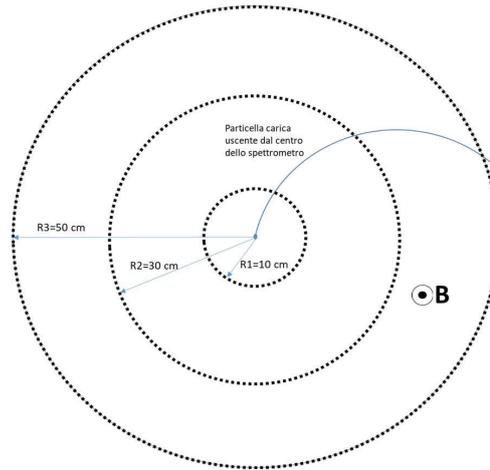


Figure 1: Sezione trasversale dello spettrometro con indicate le posizioni delle 3 camere a fili concentriche e ed un esempio di una particella carica uscente dal centro dello spettrometro

Dal centro di uno spettrometro vengono emesse, in seguito all'interazione tra due fasci collidenti, particelle cariche di impulso variabile fino a  $0.5 \text{ GeV}/c$ . Lo spettrometro ha una simmetria cilindrica (l'asse coincide con quello dei fasci collidenti), un raggio di  $0.5 \text{ m}$  ed è equipaggiato con 3 strati di rivelatori traccianti, anch'essi a simmetria cilindrica, posti a raggi  $R_1=10 \text{ cm}$ ,  $R_2=30 \text{ cm}$  e  $R_3=50 \text{ cm}$  e costituiti da camere a fili con i fili paralleli all'asse del cilindro.

Si è interessati a rivelare particelle anche nella regione di basso impulso, a partire da  $p_m = 0.05 \text{ GeV}/c$ . Qual è il valore massimo  $B_M$  dell'intensità del campo magnetico utilizzabile che permette di rivelare particelle di carica unitaria e di impulso  $0.05 \text{ GeV}/c$ ? Si noti che per poter essere rivelata una particella deve uscire dallo spettrometro in modo da poter interagire con il resto dell'apparato esterno allo spettrometro (non mostrato in figura). Si consideri per semplicità il problema proiettato su un piano perpendicolare all'asse dello spettrometro (vedi figura).

Supponendo di aver applicato il campo magnetico  $B_M$  si valuti quale potere di risoluzione spaziale  $\sigma_x$  è richiesto alle camere a fili per ottenere un potere risolutivo  $\frac{\sigma_x}{p}$  sull'impulso pari al 5% quando l'impulso è pari a  $p = 0.5 \text{ GeV}/c$ . Si supponga di utilizzare il metodo della sagitta per la misura dell'impulso e si giustifichi se è ragionevole farlo.

SOLUZIONE.

Affinchè una particella carica possa venir rivelata essa deve avere un raggio di curvatura  $\rho$  superiore a metà del raggio dello spettrometro. A soglia dev'essere pertanto  $\rho = 0.5/2 \text{ m} = 0.25 \text{ m}$ . Essendo  $p[\text{GeV}/c] = 0.3B[T]\rho[\text{m}]$ , per un impulso di  $0.05 \text{ GeV}/c$  questo implica l'introduzione di un campo magnetico non superiore a un valore massimo pari a  $B_M = \frac{0.05}{0.3 \cdot 0.25} \text{ m} = 0.67 \text{ T}$ .

Siccome il potere risolutivo sull'impulso ha la seguente dipendenza dagli altri parametri

$$\frac{\sigma_p}{p} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{8p}{0.3BL^2} \sigma_x \quad (1)$$

Siccome per un valore dell'impulso  $p = 0.5 \text{ GeV}/c$  risulta  $\rho = 2.5 \text{ m}$ , ne viene che è ragionevole assumere che la sagitta equivalga all'incirca alla distanza tra la prima e la terza camera a fili

( $L = 40\text{cm}$ ) e che l'angolo di deflessione  $\theta$  sia sufficientemente piccolo:  $\theta \sim 0.4/2.5 = 0.16$  . Ne viene che dovrà essere

$$\frac{\sigma_p}{p} = 0.05 = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{8 \cdot 0.5}{0.3 \cdot 0.67 \cdot 0.4^2} \sigma_x \quad (2)$$

ovvero

$$\sigma_x = 0.05 \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{0.3 \cdot 0.67 \cdot 0.4^2}{8 \cdot 0.5} m = 0.00033 \text{ m} \quad (3)$$

Il potere risolutivo spaziale dev'essere pertanto pari a  $330\mu\text{m}$

# Compito 12 luglio 2018

## 1 Esercizio

Un fascio di particelle selezionato in impulso mediante un canale di trasporto magnetico e' composto da un insieme di  $\pi^+$ ,  $K^+$  e protoni di impulso pari a 400 MeV/c. Il fascio e' diretto su un bersaglio di grafite su cui si vogliono studiare reazioni indotte da kaoni. Si decide pertanto di selezionare solamente gli eventi contenenti  $K^+$ . Ci sono a disposizione delle lastre di tre materiali diversi con cui costruire rivelatori Cherenkov: 1) plexiglass ( $n=1.491$ ), 2) vetro tipo SF5 ( $n= 1.67$ ) e 3) vetro tipo SF6 ( $n=1.81$ ). Si provi a verificare se, con i materiali a disposizione, e' possibile costruire un sistema di due sottili rivelatori, da inserire tra l'uscita del tubo di fascio ed il bersaglio, la cui risposta identifichi in modo univoco il passaggio di un mesone  $K^+$ .

SOLUZIONE.

Sfruttando la diversa soglia Cherenkov delle tre particelle si vuole vedere se e' possibile far si' che le 3 particelle diano una risposta diversa nei 2 rivelatori. In particolare si vogliono delle soglie tali che il pione dia risposta in entrambi i rivelatori (sopra soglia per entrambi), il Kaone dia risposta (sia sopra la soglia Ch.) solo in uno dei rivelatori ed infine che il protone non sia mai sopra soglia Cherenkov (nessuna risposta). Valutiamo pertanto il valore di  $\beta$  per le tre particelle ed i valori di soglia dei tre rivelatori. Il valore di  $\beta$  si puo' calcolare come  $\beta = p/E$ , essendo

$$E = \gamma mc^2$$

,

$$p = \gamma m\beta c$$

. Risulta pertanto:

$$\beta_{\pi^+} = 400/\sqrt{400^2 + 139.6^2} = 0.944$$

$$\beta_{K^+} = 400/\sqrt{400^2 + 493.7^2} = 0.6295$$

$$\beta_p = 400/\sqrt{400^2 + 938^2} = 0.3923$$

Il valore di soglia Cherenkov per i 3 materiali e'

PLEXI:  $\beta_t h = 1/1.491 = 0.67069$

SF5:  $\beta_t h = 1/1.67 = 0.5988$

SF6:  $\beta_t h = 1/1.81 = 0.552$

Ne risulta pertanto che il  $\pi^+$  e' sopra la soglia di tutti i rivelatori, il K solo dei due vetri, mentre il protone non e' sopra soglia in nessun caso. Utilizzando pertanto un rivelatore di plexiglass e uno dei due rivelatori di vetro (indifferente quale), al passaggio di un kaone si avra' segnale nel solo rivelatore di vetro. Tale risposta mi caratterizza in modo univoco il passaggio di un kaone.

# Compito 21 settembre 2018

## 1 Esercizio

Kaoni e pioni carichi di impulso massimo pari a 700 MeV/c vengono rivelati mediante uno spettrometro che ne misura l'impulso. Accoppiato allo spettrometro vi è un misuratore di tempo di volo che viene utilizzato per discriminare in massa le particelle cariche. Il misuratore di tempo di volo  $tof$  è composto dai *START* e *STOP*, due rivelatori identici ( $tof = STOP - START$ ) posti ad una distanza  $L=1$  m e con un potere risolutivo temporale pari a  $\sigma_t$ .

Si calcoli quale valore di  $\sigma_t$  devono possedere i due rivelatori affinché sia possibile discriminare in massa i Kaoni dai pioni quando questi possiedono il massimo dell'impulso. Si consideri significativa una differenza in tempo di volo se essa è maggiore di  $3 \sigma_{tof}$ .

Qualora si avessero a disposizione due rivelatori con  $\sigma_t = 800ps$  quanto dovrebbero essere distanti i due rivelatori *START* e *STOP* affinché sia possibile discriminare in massa i Kaoni dai pioni a 700 MeV/c?

Si usino i seguenti valori approssimati per le masse e per la velocità della luce:  
 $m_K = 494MeV/c^2$ ,  $m_\pi = 140MeV/c^2$ ,  $c = 3 \cdot 10^8 m/s$

SOLUZIONE.

Calcoliamo l'energia dei pioni e K:

$$E_\pi = \sqrt{140^2 + 700^2} MeV = 714 MeV$$

$$E_K = \sqrt{493^2 + 700^2} MeV = 857 MeV$$

Siccome  $\beta = cp/E$  possiamo calcolare i valori di  $\beta$  per i pioni e K:

$$\beta_\pi = 0.98$$

$$\beta_K = 0.82$$

Ne viene che

$$tof_\pi = L/\beta_\pi c = 3.4 ns$$

$$tof_K = L/\beta_K c = 4.1 ns$$

e quindi la differenza di tempo di volo è

$$\Delta_{tof} = 0.7 ns$$

Siccome  $\sigma_{tof} = \sqrt{2}\sigma_t$  e dev'essere

$$\Delta_{tof} \geq 3\sigma_{tof} = 3\sqrt{2}\sigma_t$$

$$\sigma_t \leq \Delta_{tof}/3\sqrt{2} = 0.7/\sqrt{23} = 165 ps$$

Qualora fosse  $\sigma_t = 800ps$  sarebbe  
definendo  $L' = kL$

$$k \times \Delta_{tof} = k \times 0.7 ns \geq 3\sqrt{2} \cdot 800 ps$$

cioè

$$k \geq 3\sqrt{2} \cdot 0.8/0.7$$

= 4.5 cioè  $L' = 4.5m$

### 3° Esercizio

L'isotopo  $^{241}\text{Am}$  è un emettitore di particelle  $\alpha$  di energia  $E_\alpha \sim 5.5$  keV di  $\gamma$  di 60 keV. Lo si vuole utilizzare per irraggiare un bersaglio con i soli raggi  $\gamma$  introducendo un assorbitore tra la sorgente ed il bersaglio.

Il sistema si trova in una camera a vuoto e come assorbitori sono a disposizione fogli di polietilene di vari spessori.

1. Quale spessore di polietilene è necessario per fermare le particelle alfa (si trascurino le fluttuazioni del valore del range)?

Suggerimento: Si utilizzino la relazione empirica

$$R^{air}[\text{cm}] = 0.318 \cdot E_\alpha^{\frac{3}{2}}$$

( $E_\alpha$  è espresso in MeV), per la determinazione del cammino residuo (range) in aria, ed il fatto che il range massico (cioè espresso in unità di spessore equivalente di  $\text{g}/\text{cm}^2$ ) in aria e nel polietilene sono in prima approssimazione uguali.

Dati: Densità del polietilene:  $\rho_p = 0.94 \text{ g}/\text{cm}^3$ , numero atomico medio del polietilene:  $\bar{Z}_p = 5.3$ ; densità dell'aria  $\rho_{air} = 1.2 \times 10^{-3} \text{ g}/\text{cm}^3$ .

2. Se lo spessore di polietilene più sottile a disposizione è di  $100 \mu\text{m}$ , quale percentuale di fotoni verrà trasmessa dalla sorgente al bersaglio?

Il coefficiente di assorbimento del polietilene per fotoni di 60 keV è  $\mu_p = 0.0049 \text{ g}/\text{cm}^3$

3. Se al posto del polietilene mettessimo uno strato di piombo di  $100 \mu\text{m}$  di spessore quale sarebbe la percentuale di fotoni che arriverebbe sul bersaglio?

Si ricordi che  $\rho_{Pb} = 11.3 \text{ g}/\text{cm}^3$ , e che  $Z = 82$ .

Si giustifichi qualitativamente il risultato in termini di sezioni d'urto.

### Soluzione

Calcoliamo dapprima il range delle particelle alfa in aria

$$R^{air}[\text{cm}] = 0.318 E_\alpha^{\frac{3}{2}} = 0.318 \cdot 5.5^{\frac{3}{2}} = 4.1 \text{ cm}$$

questo corrisponde ad uno spessore equivalente di

$$R_{eq}^{air} = R^{air} \rho_{air} = 4.1 \cdot 1.2 \cdot 10^{-3} \text{ g}/\text{cm}^2 = 4.92 \cdot 10^{-3} \text{ g}/\text{cm}^2$$

Siccome in prima approssimazione questo è anche equivalente al range in polietilene espresso in unità di spessore massico sarà

$$R^p[cm] = R_{eq}^{air} \frac{1}{\rho_p} = 4.1 \frac{1}{0.94} cm = 52.3 \mu m$$

La percentuale di fotoni trasmessa e'

$$P = e^{\mu_p X}$$

essendo  $X = \rho_p x$  lo spessore massico attraversato, ed  $x = 100 \mu m$  lo spessore del polietilene. Ne viene

$$P = e^{\mu_p X} = e^{0.0049g/cm^2 0.94g/cm^3 10^{-2}cm} = 0.99998$$

Nel caso di uno spessore identico di piombo si avrebbe

$$P_{Pb} = e^{\mu_{Pb} X} = e^{4.43g/cm^2 11.3g/cm^3 10^{-2}cm} = 0.6$$

Siccome il coefficiente di assorbimento e'  $\mu = N - 0 \sigma$ , e' proporzionale al prodotto della sezione d'urto e del numero di centri diffusori per unita' di volume  $N - 0$ , essendo  $N - 0$  simile nei due casi, e ne risulta che la sezione d'urto sul piombo (per fotoni di 60 keV) e' all'incirca 3 ordini di grandezza maggiore nel caso del piombo che e' compatibile con la differenza di numero atomico nei due casi e la *forte* dipendenza da  $Z$  dell'effetto fotoelettrico.

# Esercizi

## 1 Esercizi

1. Uno spettrometro ha come elementi traccianti tre camere a filo C1, C2 e C3 poste in  $X_1=0$ ,  $x_2=30$  cm e  $x_3= 60$  cm rispettivamente. Le camere misurano la coordinata  $y$  delle particelle che le attraversano con una risoluzione  $P/\sqrt{12}$  essendo  $P$  il passo tra i fili. Per vincoli costruttivi si richiede che il raggio di curvatura di una particella di carica unitaria sia pari a 30 cm per impulsi  $p = 100MeV/c$ .

Domanda: quale dovrà essere il passo  $P$  affinché sia possibile effettuare una misura dell'impulso di protoni di  $1 \text{ GeV}/c$  con una risoluzione  $\sigma_p/p = 5\%$ ?

Svolgimento.

Si ricordano le seguenti formule:

$$p = 0.3B\rho \quad (1)$$

con  $p$  in  $[\text{GeV}/c]$ ,  $B$  in  $[\text{Tesla}]$  e  $\rho$  in  $[\text{m}]$ ; e

$$\frac{\sigma_p}{p} = \frac{\sigma_s}{s} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{8p}{0.3BL^2} \sigma_x \quad (2)$$

Sarà:

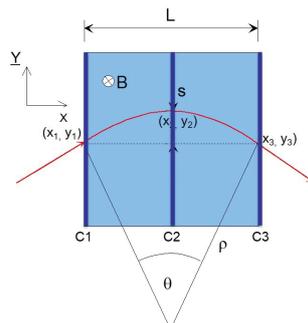
$$B = 0.1/0.3/0.3 = 1.1T$$

mentre

$$\frac{\sigma_p}{p} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{8p}{0.3BL^2} \sigma_y = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{8}{0.3 \cdot 1.1(0.6)^2} P/\sqrt{12} = 0.05 \quad (3)$$

da cui

$$P = 2.1mm$$



# Compito 21 febbraio 2019

## 1 Esercizio

A causa di un intenso flusso di fotoni di bassa energia e' necessario provvedere a schermare una estesa area di lavoro. I fotoni hanno energie variabili fino a circa 1 MeV, cioe' ad un valore inferiore a quello (di circa 8 MeV) dove il ferro presenta la massima trasparenza in seguito a una progressiva diminuzione del coefficiente di assorbimento. Si pensa di utilizzare degli spessori di ferro ( $\rho = 7.8 \text{ g cm}^{-3}$ ). Si intende ridurre, su tutto lo spettro energetico, il flusso di fotoni di un fattore  $10^{-3}$  almeno e si conosce il valore del coefficiente di assorbimento a 1 MeV:

$$\mu(1 \text{ MeV}) = 7 * 10^{-2} \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$$

Quale spessore di ferro e' necessario introdurre? Il coefficiente di assorbimento relativo alla sezione d'urto fotoelettrica a  $E=100 \text{ KeV}$  e' pari a

$$\mu(0.1 \text{ MeV}) = 2 * 10^{-1} \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$$

. Se il flusso di fotoni fosse tutto di questa energia quale spessore sarebbe sufficiente? Tale spessore sarebbe sufficiente per schermare le energie inferiori ai 100 KeV?

## 2 SOLUZIONE

Siccome il coefficiente di attenuazione decresce fino al valore di minimo posto a 10 MeV, il valore a 1 MeV e' il valore minimo nell'intervallo 0-1 MeV. Pertanto lo spessore di ferro sufficiente a schermare ad 1 MeV sara' a maggior ragione sufficiente a schermare a energie inferiori. Siano  $\Phi$  e  $\Phi_0$  i flussi di fotoni incidenti e trasmessi attraverso lo spessore di ferro; dovra' essere

$$\Phi/\Phi_0 = 10^{-3} = e^{-\mu(1 \text{ MeV}) \cdot X} = e^{-\mu(1 \text{ MeV}) \cdot \rho \cdot x}$$

pertanto

$$\ln(10^{-3}) = \ln(e^{-0.07 \cdot 7.8x})$$

ovvero

$$x = 3/[0.546 \cdot \ln(10)] = 12.6 \text{ cm}$$

A 100 keV non conosciamo il coeff. di assorbimento ma solo la sua componente fotoelettrica, che sara' inferiore a quella totale. Possiamo perciò calcolarci solamente un valore di spessore che sara' sicuramente sovrastimato. Come prima

$$10^{-3} = e^{-\mu(0.1 \text{ MeV}) \cdot \rho \cdot x}$$

$$\ln(10^{-3}) = \ln(e^{-0.2 \cdot 7.8 \cdot x})$$
$$x = 3 / [0.2 \cdot 7.8 \cdot \ln(10)] = 1.92 \text{ cm}$$

Data la dipendenza energetica della sezione d'urto fotoelettrica, velocemente discendente con l'energia, tale spessore sarà sicuramente sufficiente a schermare alle energie inferiori a 100 KeV.