9.12 Urti e risonanze

Come si è visto, l'individuazione di picchi o di risonanze negli spettri o negli andamenti di sezioni d'urto, e la loro opportuna descrizione e interpretazione, costituiscono uno dei punti cardine delle attività sperimentali in fisica nucleare e delle particelle.
Si riprende ora il problema considerando come esempio quello dell'urto fra pioni π e protoni p o deutoni d (bersagli di idrogeno o di deuterio) nel sistema del laboratorio (SL), e si suppone di misurare le sezioni d'urto di produzione di nuove particelle in funzione dell'energia dei pioni del fascio incidente, o dell'angolo polare ϑ di diffusione rispetto alla direzione z parallela alla velocità di avvicinamento dei proiettili al bersaglio. I pioni che non interagiscono proseguono lungo la traiettoria che hanno seguito per avvicinarsi al bersaglio.
Misurando ad esempio la sezione d'urto di produzione di pioni a diversi angoli ϑ, è intuitivo capire che il numero di quelli semplicemente diffusi dalle interazioni col bersaglio dovrebbe diminuire al crescere dell'angolo ϑ di diffusione, se non altro per la conservazione della quantità di moto totale che nel (SL) è sempre diretta in avanti lungo z.
In generale la sezione d'urto dipende sia da ϑ che dall'energia E_π della particella incidente nel sistema del laboratorio: $\sigma = \sigma(\vartheta, E_\pi)$. I risultati sperimentali per l'interazione fra pioni e protoni o deutoni mostrano, in figura 9.20, un andamento delle sezioni d'urto lentamente variabile per energie E_π superiori a pochi GeV, che presenta però dei picchi in corrispondenza di valori caratteristici di E_π, vi sono cioè valori dell'energia delle particelle incidenti in corrispondenza dei quali la sezione d'urto aumenta anche significativamente rispetto al suo andamento prima e dopo tali valori.
I picchi nella sezione d'urto di figura 9.20 e in altre simili, per la loro forma caratteristica sono detti *risonanze* e sono interpretati come evidenza della produzione di nuove particelle (di massa definita e con ben definiti numeri quantici), non presenti prima dell'urto, che poi decadono. La prima osservazione sperimentale fu di E. Fermi e collaboratori[23].
Per capire meglio quanto affermato si consideri l'urto elastico

$$\pi^+ + p \;\rightarrow\; \pi^+ + p \tag{9.31}$$

in cui le due particelle nello stato finale si trovano in uno stato cinematico diverso da quello iniziale; come detto se il processo è puramente elastico ci si aspetta che la maggior parte delle particelle diffuse vada "in avanti" e con un valore "piccolo" di ϑ. Se però nell'urto parte dell'energia a disposizione dá luogo alla produzione di una nuova particella "X" che poi decade in $\pi^+ + p$ ($\pi^+ + p \rightarrow X \rightarrow \pi^+ + p$), è ragionevole che i prodotti di questo

[23] H. L. Anderson, E. Fermi, E. A. Long, and D. E. Nagle, "Total Cross Sections of Positive Pions in Hydrogen." Phys. Rev. 85 (1952) 936.

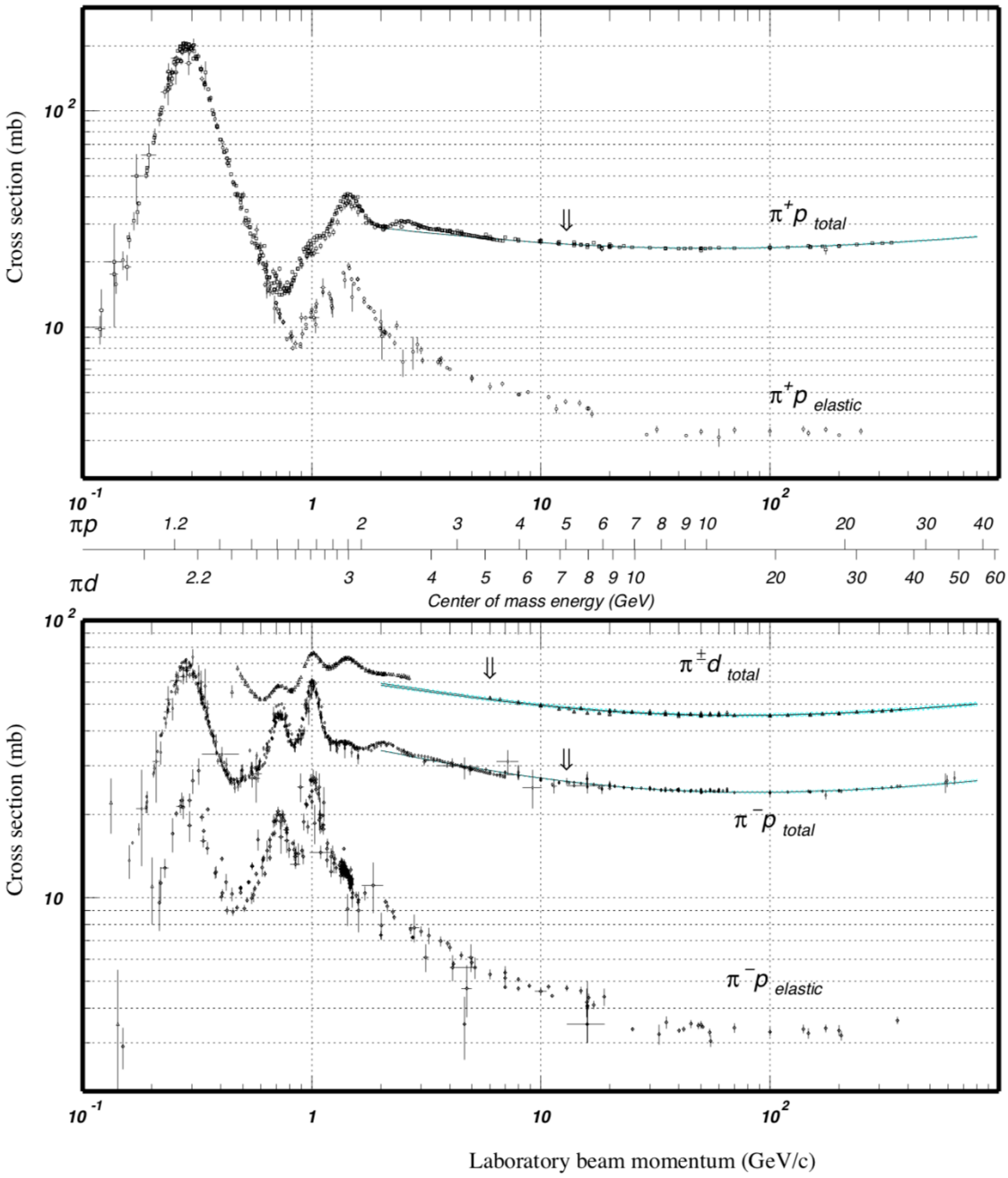

Figura 9.20: Sezioni d'urto elastica e totale per le reazion $\pi + p$ e $\pi + d$ in funzione della quantità di moto del pione. La scala centrale riporta la corrispondente energia $\sqrt{s}$ disponibile nel sistema del (CM). Il primo picco pronunciato per l'interazione $\pi + p$, centrato a 1.232 GeV/c^2, corrisponde alle risonanze Δ.

decadimento, pur nel rispetto della conservazione della quantità di moto, vengano emessi senza conservare un particolare ricordo della direzione iniziale di provenienza del pione incidente. In conseguenza di ciò i prodotti di decadimento avranno probabilità non trascurabili di essere emessi ad angoli qualunque, in particolare anche grandi, e fissatone uno ci si aspetta quindi di osservare un aumento del numero di particelle diffuse a quell'angolo, rispetto al caso della diffusione senza formazione della particella X, e quindi un aumento del valore della sezione d'urto corrispondente, man mano che l'energia del pione incidente si avvicina a quella che consente la produzione della particella X di massa pari a quella disponibile nel centro di massa della reazione, divisa per il quadrato della velocità della luce.
Quello ora descritto è un modo diretto per la ricerca di stati adronici eccitati che viene detto anche *formazione*.
Nel caso dell'interazione qui considerata la produzione delle particelle osservate è mediata dalle interazioni forti. Tali particelle sono inoltre altamente instabili e hanno quindi una vita media molto breve; dalle misure sperimentali si osserva che i prodotti del loro decadimento sembrano provenire direttamente dal cosiddetto "vertice d'interazione primario", ovvero dal piccolissimo volume in cui ha effettivamente avuto luogo l'urto fra il pione e il protone o il deutone bersaglio. Le vite medie stimate per tali risonanze sono dell'ordine di 10^{-24} s, il che indica che anche il loro decadimento è mediato dalle interazioni forti. Fra le risonanze in questione vi sono la Δ^-, la Δ^0, la Δ^+ e la Δ^{++}, che sono stati eccitati dei nucleoni. Di esse si riparlerà nel paragrafo 12.1, trattando delle interazioni profondamente anelastiche.
Per quanto anche visto nel paragrafo 5.6 e in appendice D, l'energia E di una particella di massa m e quantità di moto $\vec{p}$ è data da

$$E^2 = |\vec{p}|^2 c^2 + m^2 c^4 \tag{9.32}$$

Se si ha un sistema fisico costituito da N particelle "non interagenti" di masse m_i e quantità di moto $\vec{p}_i$, con $i = 1, 2, ..., N$, l'energia complessiva E_t del sistema è la somma delle energie delle singole particelle, $E_t = \sum_i^N E_i$, e la quantità di moto totale $\vec{p}_t$ del sistema è la somma vettoriale delle quantità di moto delle singole particelle, $\vec{p}_t = \sum_i^N \vec{p}_i$. Si può dunque porre

$$E_t^2 = |\vec{p}_t|^2 c^2 + M^2 c^4 \tag{9.33}$$

con M che ha le dimensioni fisiche di una massa. Si osservi che se c'è un sistema di riferimento in cui tutte le N particelle sono ferme, allora vale chiaramente

$$E_t = c^2 \sum_{i=1}^{N} m_i = Mc^2 \tag{9.34}$$

per cui, almeno in questo particolare caso, $M = \sum_{i=1}^N m_i$.
Si ricordi che energia e quantità di moto di una particella sono grandezze

fisiche che dipendono dal sistema di riferimento nel quale sono calcolate. La massa di una particella non dipende invece dal sistema di riferimento, ma è una caratteristica propria della particella e costituisce per essa un *invariante relativistico*[24]. Quindi la differenza

$$E^2 - |\vec{p}|^2 c^2 \;=\; m^2 c^4 \tag{9.35}$$

è anch'essa un invariante relativistico che assume sempre il medesimo valore in qualsiasi sistema di riferimento.
Ciò si rivela utile ad esempio, nel caso in cui si abbia una particella di massa M ferma in un sistema di riferimento che decade in N particelle ognuna con energia E_i e quantità di moto $\vec{p}_i$. Essendo M invariante deve dunque valere

$$E_t^2 - |\vec{p}_t|^2 c^2 \;=\; M^2 c^4 \tag{9.36}$$

Questo permette dunque di risalire alla massa M di una particella che sia decaduta in altre particelle di cui si conoscano energia e quantità di moto.
Tornando al caso studiato più sopra della produzione di una risonanaza Δ nell'urto $\pi + p$, si ha che questa decade in una coppia (π, p). Misurando le quantità di moto $\vec{p}_\pi$ e $\vec{p}_p$ delle due particelle figlie se ne possono ottenere le energie: $E_\pi = \sqrt{p_\pi^2 c^2 + m_\pi^2 c^4}$ e $E_p = \sqrt{p_p^2 c^2 + m_p^2 c^4}$. Si ha quindi

$$(E_\pi + E_p)^2 - (\vec{p}_\pi + \vec{p}_p)^2 c^2 \;=\; m_\Delta^2 c^4 \tag{9.37}$$

Ponendosi ad esempio nel sistema di riferimento in cui la Δ è a riposo, per cui $(\vec{p}_\pi + \vec{p}_p) = 0$, si ha

$$(E_\pi + E_p)^2 \;=\; M^2 c^4 \tag{9.38}$$

e siccome la conservazione dell'energia richiede che sia

$$E_\pi + E_p \;=\; m_\Delta c^2 \tag{9.39}$$

ne deriva immediatamente: $M = m_\Delta$.
Se quindi si conoscono i parametri cinematici del sistema di N particelle prodotte ad esempio dal decadimento di un'altra particella, allora si può sempre calcolare la *massa invariante* di quest'ultima.
Se $N = 2$ come per il caso della Δ e si suppone di effettuare un esperimento in cui si osservano molti eventi con due particelle nello stato finale, esse potrebbero essere il risultato del decadimento di una particella di massa M oppure no. Nel primo caso la loro "massa invariante" dovrà essere pari a Mc^2, altrimenti dovrà coincidere con un valore qualsiasi compreso fra 0 e l'energia complessiva E_t disponibile nello stato iniziale (canale d'ingresso

[24] Il concetto di massa si applica effettivamente soltanto agli stati stazionari, ovvero agli autostati dell'Hamiltoniana, in quanto soltanto onde monocromatiche posseggono una ben determinata frequenza.

della reazione o del decadimento).
Se si dispone quindi di numerosi eventi misurati di questo tipo si può calcolare la massa invariante per ogni coppia di particelle.
La massa invariante si può naturalmente calcolare anche per più di due particelle nello stato finale e costruire quindi un "istogramma" delle frequenze con cui si presentano certi valori di massa invariante. Si ottiene in tal modo un grafico nel quale sono riportati in ascisse i possibili valori di massa invariante e in ordinate il numero di volte in cui si sono trovati questi valori.
Può naturalmente succedere che molti eventi siano casuali in quanto le particelle rivelate e considerate potenziali figlie di una particella più pesante, non avendo in realtà alcuna relazione l'una con l'altra, danno origine a masse invarianti di valore casualmente compreso tra 0 e la massima energia disponibile, quindi vi saranno anche casi di ottenimento casuale del valore di massa invariante corrispondente a quello della particella decaduta. Vi saranno però anche i casi in cui la massa invariante assumerà il valore corrispondente a quello della particella che decadendo ha dato origine a quello specifico stato finale, proprio perchè dovuti al corretto e coerente abbinamento delle particelle rivelate. Il grafico che si ottiene ha quindi generalmente l'aspetto di un fondo continuo, dovuto agli eventi casuali, sul quale si elevano alcuni *picchi* in corrispondenza delle ascisse associate alle masse invarianti delle particelle madri; esso viene detto *distribuzione* o anche *spettro in massa invariante* e in figura 9.21 ne è riportato un esempio tratto dalle misure effettuate con l'esperimento CMS ad LHC, per urti fra protoni con un'energia $\sqrt{s} = 7$ TeV nel centro di massa, rivelando coppie $\mu^+\mu^-$ nel canale d'uscita, e per una luninosità integrata di 40 pb^{-1}; sono evidenti i picchi relativi a svariate particelle/risonanze quali ad esempio la η, la ρ, la Φ, la J/ψ, la Z.
I picchi nella distribuzione di massa invariante sono detti *risonanze* e ricordando quanto detto nel paragrafo 5.3, si possono descrivere gli andamenti delle sezioni d'urto in prossimità di tali picchi, e quindi dei corrispondenti valori di massa invariante, come la sovrapposizione fra un andamento continuo che tenga conto del fondo casuale, con un andamento risonante descritto dalla cosiddetta *formula di Breit-Wigner*[25]

$$\sigma(E) = \frac{4\pi\lambda\!\!\!^{-2}(2J+1)(\Gamma^2/4)}{(2s_a+1)(2s_b+1)\left[(E-E_R)^2+(\Gamma^2/4)\right]} \tag{9.40}$$

dove s_a ed s_b sono gli spin delle particelle a e b nel canale d'ingresso, J è lo spin dello stato risonante X, tutti in unità di $\hbar$, E_R è il valore d'energia associato alla risonanza. Considerando che lo stato risonante X può generalmente decadere in modi diversi e indipendenti, caratterizzati dall'indice i, a ognuno dei quali è associata una certa *larghezza parziale* $\Gamma_i = \hbar/\tau_i$, la frazione di probabilità che lo stato risonante decada proprio nel modo $i-mo$

[25]Per come dedurla si veda ad esempio D.H. Perkins, Introduction to High Energy Physics.

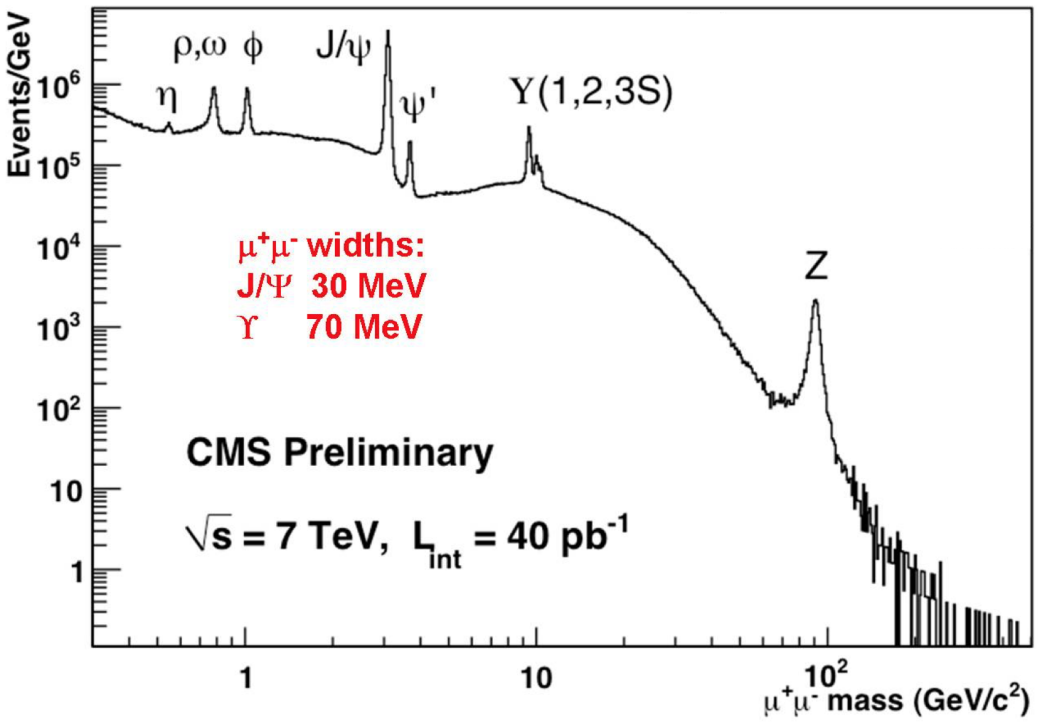

Figura 9.21: Sul fondo continuo si osservano numerosi picchi corrispondenti alle masse di altrettante particelle che decadono in coppie $\mu^+\mu^-$. L'entità del fondo generalmente decresce al crescere dell'energia, in quanto la probabilità di osservare coppie casuali di alta massa invariante è minore rispetto a quella di osservarne di bassa massa invariante.

è data da Γ_i/Γ. Chiaramente $\tau_i = \hbar/\Gamma_i$ assume il significato di vita media dello "stato risonante".
Nel valutare la vita media di uno stato risonante dall'analisi della larghezza a metà altezza del picco che lo rappresenta in uno spettro di massa invariante, bisogna sempre tener conto dell'eventuale contributo alla larghezza del picco misurato, dovuto alla risoluzione del sistema di rivelazione utilizzato.
Se nel modo più generale lo stato risonante si forma attraverso un particolare canale i e decade poi attraverso un altro particolare canale j, allora la sezione d'urto che lo descrive corrisponde al prodotto della 9.40 con il rapporto $\Gamma_i\Gamma_j/\Gamma^2$.

Tornando ora all'esempio scelto, si osservi che non tutti gli stati eccitati adronici sono ottenibili con esperimenti di *formazione*, e ciò in quanto potrebbero essere necessari flussi incidenti di intensità praticamente non raggiungibili per poter osservare le strutture cercate. Questo è ad esempio il caso di risonanze prodotte in interazioni $(\pi + \pi)$, come il mesone ρ^0 che

ha una massa di 776 MeV/c^2. Particelle come la ρ^0 vengono prodotte efficientemente in reazioni che coinvolgono la produzione di molti pioni nei loro stati finali. Si consideri ad esempio la reazione

$$\pi^- + p \;\rightarrow\; \pi^+ + \pi^- + n \tag{9.41}$$

che può procedere attraverso lo stadio intermedio

$$\pi^- + p \;\rightarrow\; \rho^0 + n \tag{9.42}$$

seguito da

$$\rho^0 \;\rightarrow\; \pi^+ + \pi^- \tag{9.43}$$

Chiaramente in tal caso i due pioni risultanti del decadimento della ρ^0 restano fra loro correlati e di conseguenza, sperimentalmente, la ρ^0 può essere individuata nello stato finale graficando lo spettro di massa invariante del sistema $\pi^+\pi^-$.

Capitolo 10

Caratteristiche e numeri quantici delle particelle

Prima di proseguire con lo studio dei processi di diffusione su nucleoni è opportuno chiedersi come si sia riusciti a determinare le caratteristiche e i numeri quantici di ogni singola particella scoperta, ovvero la massa, la vita media, lo spin, la carica, la stranezza, i rapporti di diramazione per i suoi diversi canali di decadimento, la parità intrinseca e per particelle elettricamente neutre, la loro coniugazione di carica.
Si è trattato di un lavoro enorme che ha impegnato moltissimi fisici durante alcuni decenni del 20° secolo e qui si descriveranno brevemente, a scopo esemplificativo, le misure per la determinazione di alcune caratteristiche e numeri quantici dei pioni carichi: massa, vita media, spin, parità. Sulla determinazione delle altre caratteristiche, anche per le restanti particelle, è talvolta accennato nel resto del testo.

10.1 La massa dei pioni carichi

Il primo acceleratore con energia sufficiente a produrre pioni fu il ciclotrone di Berkeley da 184 pollici, che poteva accelerare particelle α a un'energia cinetica $E_k = 380$ MeV.
Per determinare la massa bisogna misurare almeno due quantità cinematiche indipendenti, quali ad esempio l'energia E e l'impulso $|\vec{p}|$, per cui si ha

$$m^2 = \frac{E^2 - p^2c^2}{c^4} \tag{10.1}$$

In figura 10.1 è riportato lo schema dell'apparato che Burfening, Gardner e Lattes utilizzarono nel 1949 per misurare le masse di pioni prodotti dal ciclotrone di Berkeley[1]. Nella camera a vuoto del ciclotrone erano opportu-

[1] Burfening et al, Physical Revue 75 (1949) 382-387.

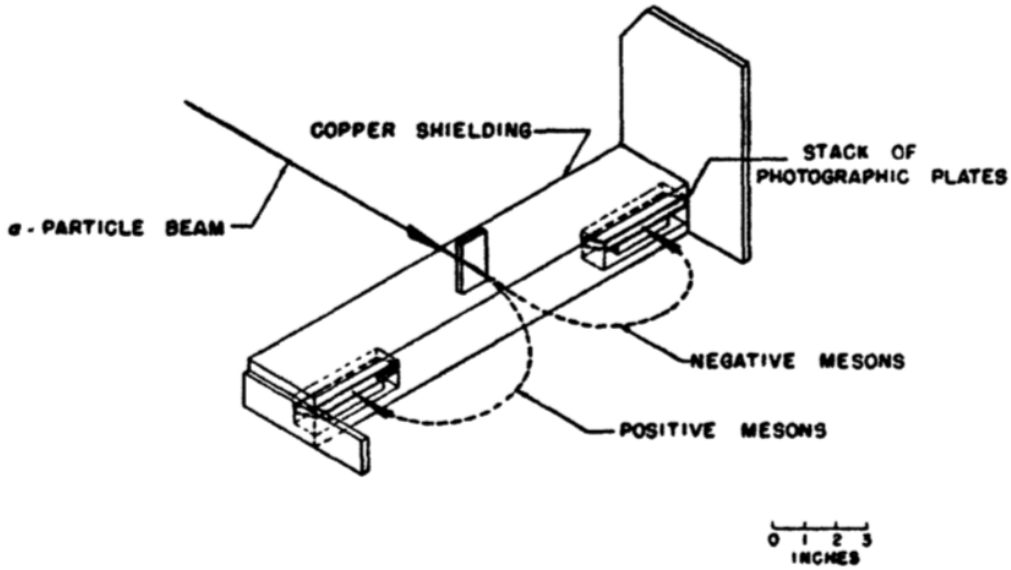

Figura 10.1: Apparato per la misura della massa dei pioni prodotti dal ciclotrone di Berkeley.

namente sistemati, al di sotto del piano orbitale delle particelle α accelerate, due pacchetti di emulsioni debitamente schermate dalle radiazioni di fondo. Dopo aver compiuto la loro ultima orbita, le particelle α urtavano un piccolo bersaglio producendo tra l'altro anche pioni sia positivi che negativi. I pioni venivano quindi deflessi dal campo magnetico del ciclotrone in un verso o nel verso opposto a seconda del segno della loro carica e incidevano quindi sul corrispondente pacchetto di emulsioni. Dopo l'esposizione le emulsioni venivano sviluppate e venivano quindi determinati e misurati i punti di ingresso e le direzioni delle tracce di ogni pione rivelato. Queste informazioni, unitamente alla conoscenza della posizione del bersaglio di produzione, permettono di risalire all'impulso di ogni pione rivelato. La misura del range nelle emulsioni forniva il valore dell'energia cinetica dei pioni rivelati. Dalle misure descritte si ottennero i seguenti valori, per le masse di π^- e π^+

$$m_{\pi^+} = 141.5 \pm 0.6 \text{ MeV}/c^2 \quad , \quad m_{\pi^-} = 140.8 \pm 0.7 \text{ MeV}/c^2 \tag{10.2}$$

che coincidevano entro le incertezze sperimentali. Il valore attualmente accettato per la massa del pione è

$$m_{\pi^\pm} = 139.57018 \pm 0.00035 \text{ MeV}/c^2 \tag{10.3}$$

10.2 La vita media dei pioni carichi

Misurare con buona risoluzione temporale vite medie dell'ordine dei nanosecondi richiede rivelatori ed elettronica di amplificazione e lettura a risposta

molto veloce. Le prime misure effettuate con tali caratteristiche furono quelle di O. Chamberlain e collaboratori nel 1950[2]
Essi utilizzarono il fascio di fotoni γ da 340 MeV prodotti dall'elettrosincrotrone di Berkeley mandandoli a incidere su un bersaglio di paraffina, quindi ricco di protoni, producendo pioni tramite la reazione

$$\gamma + p \;\rightarrow\; \pi^+ + n \tag{10.4}$$

Erano stati quindi posti due rivelatori a scintillatore plastico paralleli, uno di fronte all'altro, costituendo quello che viene detto un telescopio di rivelatori a fianco del bersaglio in paraffina e si cercavano i pioni che attraversavano lo scintillatore più prossimo al bersaglio per poi fermarsi nel secondo e successivo scintillatore. I pioni positivi così fermati nel secondo rivelatore non venivano assorbiti dai nuclei del materiale dello stesso e decadevano quindi praticamente a riposo secondo il canale dominante

$$\pi^+ \;\rightarrow\; \mu^+ + \nu_\mu \tag{10.5}$$

I muoni μ prodotti perdevano tutta la loro energia cinetica in processi di

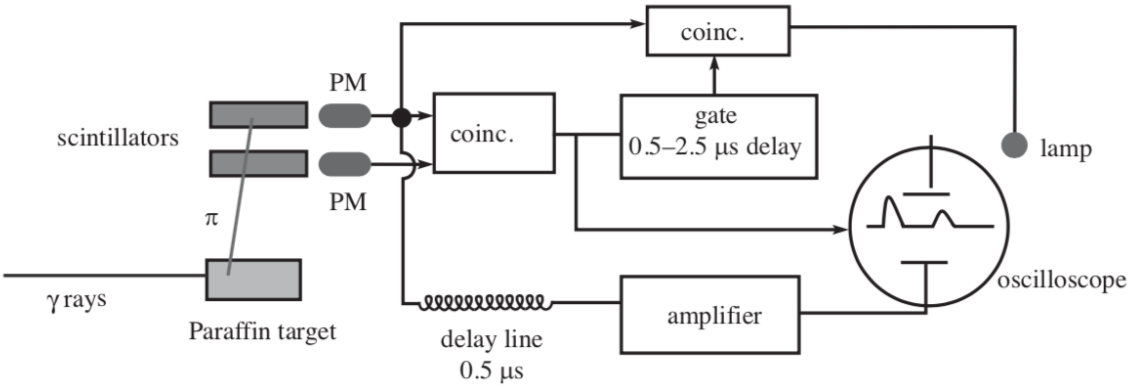

Figura 10.2: Schema dell'apparato di Chamberlain e collaboratori per la misura della vita media dei pioni.

ionizzazione, quindi si fermavano nello scintillatore decadendo con una vita media $\tau_\mu \simeq 2.2$ μs secondo il processo

$$\mu^+ \;\rightarrow\; e^+ + \nu_e + \overline{\nu}_\mu \tag{10.6}$$

L'implementazione di questa misura richiese l'utilizzo di un circuito di "coincidenza veloce" cui sono inviati i segnali prodotti dai due fototubi connessi

[2] O. Chamberlain, R.F. Mozley, J. Steinberger, and C. Wiegand, "A measurement of the positive $\pi - \mu$ decay lifetime" _ Phys. Rev. 79 (1950) 394

agli scintillatori plastici, allo scopo di selezionare particelle che avessero attraversato lo scintillatore più vicino al bersaglio di paraffina prima di raggiungere il secondo scintillatore. Un circuito di "gate" permise quindi di stabilire l'eventuale presenza di un secondo e successivo segnale, proveniente dal secondo scintillatore con un ritardo compreso tra 0.5 μs e 2.5 μs, che indicasse l'avvenuto decadimento del muone μ. Il soddisfacimento di tutte queste condizioni confermò l'identità della particella proveniente dal bersaglio di paraffina e incidente sul telescopio di scintillatori, come quella di un pione positivo π^+.
I segnali prodotti dal secondo scintillatore, dopo essere stati ritardati di 0.5 μs, erano inviati ad un oscilloscopio il cui "trigger" era dato dal segnale fornito dal circuito di coincidenza veloce.
Il segnale fornito dal circuito di "gate", se presente, determinava l'accensione di una lampadina situata presso lo schermo dell'oscilloscopio che in tal caso veniva prontamente fotografato. Le immagini dello schermo mostravano in questo caso due impulsi consecutivi, il primo dovuto all'arrivo del pione π e il secondo al suo decadimento. Tali segnali risultavano ben separati con una risoluzione temporale inferiore a 22 ns.
Furono raccolti in totale 554 eventi con una distribuzione che come ci si attendeva, aveva forma esponenziale decrescente e che permise di stimare per la vita media un valore pari a $\tau = 26.5 \pm 1.2$ ns.
Il valore attualmente accettato per la vita media dei pioni carichi è

$$\tau_{\pi^\pm} \;=\; (2.6033 \pm 0.0005) \times 10^{-8} \text{ s} \tag{10.7}$$

10.3 Lo spin dei pioni

Una particella con spin s possiede $2s + 1$ gradi di libertà. Siccome la probabilità che abbia luogo una certa reazione dipende dal numero di gradi di libertà disponibili, si è in linea di principio in grado di determinare lo spin delle particelle coinvolte in una reazione, dalla misura della probabilità che avvenga tale reazione. Più precisamente si considera il rapporto tra le sezioni d'urto di due processi, l'uno l'inverso dell'altro, visti alla stessa energia nel sistema del centro di massa. Per il π^+ si considerano

$$\begin{aligned} \pi^+ + d \;&\rightarrow\; p + p \\ p + p \;&\rightarrow\; \pi^+ + d \end{aligned} \tag{10.8}$$

dette rispettivamente assorbimento e produzione della particella π^+.
Indicando ora genericamente le due reazioni come $a + b \rightarrow c + d$, si può ottenere la sezione d'urto nel CM utilizzando la relazione 7.108 ricavata precedentemente.
Siccome si è interessati a conoscere i rapporti fra sezioni d'urto misurate alla

stessa energia, si possono trascurare i fattori comuni, inclusa l'energia. Si ha quindi

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\ (a+b\to c+d)\ \propto \frac{p_f}{p_i}\frac{1}{(2s_a+1)\,(2s_b+1)}\sum_{f,i}|\mathcal{M}_{f,i}|^2 \tag{10.9}$$

in cui la somma è estesa a tutti gli stati di spin, iniziali e finali. Gli impulsi iniziale e finale sono diversi nei due processi, ma poichè l'energia è la stessa l'impulso iniziale in un caso coincide con l'impulso finale nell'altro caso. Nel caso di assorbimento si può dunque porre $p_i = p_\pi$ e $p_f = p_p$, mentre nel caso di produzione sarà $p_f = p_\pi$ e $p_i = p_p$. Si ottiene dunque, per il processo di assorbimento

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\ \left(\pi^+ + d\to p+p\right)\ \propto \frac{p_p}{p_\pi}\frac{1}{(2s_\pi+1)\,(2s_d+1)}\frac{1}{2}\sum_{f,i}|\mathcal{M}_{f,i}|^2 \tag{10.10}$$

dove il fattore 1/2 è stato introdotto per eliminare il doppio conteggio implicito nell'integrazione sull'angolo solido quando vi sono due particelle identiche nello stato finale. Per il processo di produzione si ha invece

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\ \left(p+p\to \pi^+ + d\right)\ \propto \frac{p_\pi}{p_p}\frac{1}{(2s_p+1)^2}\sum_{f,i}|\mathcal{M}_{f,i}|^2 \tag{10.11}$$

La validità, per le interazioni forti, del principio di invarianza per inversione temporale, implica la validità del cosiddetto *principio del bilancio dettagliato*, i base al quale si ha

$$\sum_{f,i}|\mathcal{M}_{f,i}|^2\ =\ \sum_{f,i}|\mathcal{M}_{i,f}|^2 \tag{10.12}$$

Con questo risultato e ricordando che gli spin di protone e deutone sono rispettivamente $s_p = 1/2$ e $s_d = 1$, si ha infine

$$\frac{\sigma\left(\pi^+ d\to pp\right)}{\sigma\left(pp\to\pi^+ d\right)}\ =\ \frac{(2s_p+1)^2}{2\,(2s_\pi+1)\,(2s_d+1)}\ \frac{p_p^2}{p_\pi^2}\ =\ \frac{2}{3\,(2s_\pi+1)}\ \frac{p_p^2}{p_\pi^2} \tag{10.13}$$

La sezione d'urto d'assorbimento venne misurata nel 1951 indipendentemente da Durbin e collaboratori e da Clark e collaboratori, all'energia cinetica di 24 MeV per i pioni incidenti. La sezione d'urto di produzione fu invece misurata nel 1953 da Cartwright e collaboratori all'energia cinetica per protoni incidenti nel laboratorio $E_{Lab} = 341$ MeV. Le energie nel centro di massa risultano circa uguali in entrambi i casi.
Tenendo conto dei valori misurati per le sezioni d'urto si ottenne quindi $(2s_\pi + 1) = 0.97 \pm 0.31$ che implica $s_\pi = 0$, ovvero il carattere "bosonico" del pione.

10.4 La parità dei pioni

Per determinare la parità del π^- si procede osservando la sua cattura a riposo su nuclei di deuterio.

$$\pi^- + d \;\rightarrow\; n + n \tag{10.14}$$

Si vedrà che questo processo è permesso soltanto se la parità del pione è negativa.
Per la misura si fa incidere un fascio di π^- a bassa energia su un bersaglio di deuterio liquido. Dato il basso valore scelto per l'energia dei pioni una gran parte degli stessi perde sufficiente energia, attraversando il bersaglio di deuterio, da termalizzarsi con esso restandovi intrappolati e praticamente a riposo. Un pione negativo siffatto, dopo pochi picosecondi viene catturato in un'orbita atomica da uno degli atomi di deuterio scalzandone l'elettrone originario. Il sistema fisico che così si forma viene detto "atomo mesico".
L'orbitale in cui si trova inizialmente il π^- appena catturato ha alti valori sia del numero quantico principale n che di quello di momento angolare ℓ, ma una volta lì, sempre in tempi brevissimi dell'ordine del picosecondo, il pione "casca" verso l'orbitale di numero quantico principale $n \approx 7$. Una volta giunto a questo valore di n, avviene che la funzione d'onda del pione che si trova nell'orbitale S ($\ell = 0$) ha una sovrapposizione spaziale non trascurabile col nucleo dell'atomo che l'ha catturato, per cui è relativamente grande la probabilità che il π^- si trovi a tutti gli effetti entro il volume del nucleo e ne venga catturato.
Pioni catturati dall'atomo ma che non si trovino in onda S, la raggiungono comunque tramite una serie di processi successivi alla cattura e governati dall'effetto Stark. Le dimensioni dell'atomo mesico sono infatti molto inferiori a quelle dell'atomo standard, essendo proporzionali al rapporto m_e/m_π, e ciò ne rende facile la penetrazione all'interno delle molecole e atomi circostanti, esponendolo agli intensi campi elettrici dei loro nuclei. Il conseguente effetto Stark che ne deriva mescola i livelli dell'atomo mesico favorendo una ripopolazione dell'onda S, da cui il pione viene immediatamente catturato. In definitiva se ne conclude che il pione viene catturato sempre da uno stato caratterizzato da $\ell = 0$[3].
Dato che gli spin del deuterio e del pione sono rispettivamente 1 e 0, ed $\ell = 0$, ne consegue che il momento angolare totale da cui parte il processo 10.14 è $J = 1$.
Il nucleo di deuterio contiene due nucleoni, di parità intrinseca positiva e in onda S, per cui la sua parità è positiva. La parità iniziale dell'atomo

[3] Questo modello, sviluppato da T.B. Day, G.A. Snow e J. Sucker nel 1960, è stato sperimentalmente verificato tramite la misura dei raggi X emessi dalle transizioni che caratterizzano l'evoluzione dell'atomo mesico. In un precedente paragrafo si è visto anche come, grazie a questa tecnica e usando anche particelle diverse dal pione, si sia stati in grado di stimare dimensioni di nuclei

mesico è quindi sostanzialmente quella del pione. Lo stato finale consiste in due fermioni identici che devono essere antisimmetrici rispetto allo scambio dell'uno con l'altro. Se i due neutroni sono in uno stato di singoletto di spin, che è antisimmetrico per lo scambio degli spin, allora il momento angolare orbitale deve essere pari e viceversa se i due neutroni sono in uno stato di tripletto. Quindi esplicitando sono possibili gli stati $^1\mathrm{S}_0$, $^3\mathrm{P}_{0,1,2}$, $^1\mathrm{D}_2$, ...
Il momento angolare totale finale deve però coincidere con quello iniziale, ovvero con $J = 1$ e questo lascia una sola scelta possibile per lo stato in cui si possono trovare i due neutroni, ovvero $^3\mathrm{P}_1$, la cui parità è negativa. Se quindi la reazione 10.14 ha luogo, allora la parità del π^- è negativa.
Panofsky e collaboratori verificarono, nel 1951, che la reazione 10.14 ha effettivamente luogo, e che la sua sezione d'urto non è soppressa, per cui si deduce che la parità intrinseca del π^- è negativa.

10.4.1 Il pione neutro π^0

È importante osservare anche come l'utilizzo delle regole di simmetria e conservazione abbia permesso di capire che evidenze sperimentali del decadimento di una particella neutra di massa molto simile a quella dei pioni carichi, che decade in una coppia di γ, indicavano la rivelazione di un ulteriore pione, il π^0

$$\pi^0 \;\rightarrow\; \gamma + \gamma \tag{10.15}$$

Per essere sicuri che si tratti di un pione neutro bisogna però poter stabilire che è una particella pseudo-scalare, così come i due pioni carichi. In proposito si sfruttano le condizioni di simmetria imposte dalle conservazioni del momento angolare, della parità e dalla statistica di Bose-Einstein cui un bosone, quale effettivamente è un mesone, deve ubbidire.
Il procedimento seguito non è importante solo per il π^0 ma anche in quanto delinea come si operi in altri casi simili, come ad esempio per il bosone di Higgs.
Si comincia col mostrare che lo spin di una particella che decade in due fotoni non può essere pari ad 1, essendo proibiti sia il caso $J^P = 1^+$ che il caso $J^P = 1^-$.
Il tutto risulta più semplice lavorando nel sistema CM del centro di massa. L'elemento di matrice $\mathcal{M}$ va scritto utilizzando le tre quantità vettoriali disponibili: l'impulso $\vec{q}$ nel CM e le polarizzazioni trasverse dei fotoni $\vec{e}_1$ ed $\vec{e}_2$. Con esse bisogna costruire una quantità che combinata con la polarizzazione $\vec{S}$ del π^0, formi uno scalare: si tratta quindi di un vettore $\vec{V}$, se $J^P = 1^-$ o di un vettore assiale (pseudo-vettore) $\vec{A}$, se $J^P = 1^+$. L'elemento di matrice avrà quindi rispettivamente la forma $\mathcal{M} \propto \vec{V} \cdot \vec{S}$ o $\mathcal{M} \propto \vec{A} \cdot \vec{S}$.
$\mathcal{M}$, e di conseguenza $\vec{V}$ o $\vec{A}$, devono inoltre essere simmetrici rispetto allo

scambio dei fotoni, essendo questi due particelle identiche di Bose, ovvero devono essere simmetrici rispetto allo scambio

$$\vec{e}_1 \leftrightarrow \vec{e}_2 \qquad , \qquad \vec{q} \leftrightarrow -\vec{q} \tag{10.16}$$

La polarizzazione di ogni fotone deve inoltre essere ortogonle al suo impulso, il che equivale alla nota trasversalità completa delle onde elettromagnetiche

$$\vec{e}_1 \cdot \vec{q} = 0 \qquad , \qquad \vec{e}_2 \cdot \vec{q} = 0 \tag{10.17}$$

Non c'è però modo di costruire uno pseudo-vettore che soddisfi a queste condizioni, per cui lo spin del π^0 non può essere pari a 1.
Nel seguito si limiterà l'analisi alle possibilità più semplici, ovvero $J^P = 0^-$ e $J^P = 0^+$, trascurando possibili maggiori valori dello spin. Si possono quindi individuare una combinazione scalare e una pseudo-scalare possibili, per i vettori e per gli pseudo-vettori

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= a_S \; \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 && \text{scalare} \\ \mathcal{M} &= a_P \; \vec{e}_1 \times \vec{e}_2 \cdot \vec{q} && \text{pseudo-scalare} \end{aligned} \tag{10.18}$$

Le quantità a_S e a_P sono funzioni scalari delle variabili cinematiche e rappresentano dei "fattori di forma".
Si osservi che le polarizzazioni dei due fotoni tendono ad essere parallele, nel caso scalare, in corrispondenza del massimo valore del prodotto scalare, e tendono ad essere perpendicolari, nel caso pseudo-scalare, in corrispondenza del valore massimo del prodotto misto. Queste polarizzazioni non possono però, sfortunatamente, essere misurate in modo diretto; c'è comunque un modo indiretto per poterlo fare!
Anche se raramente, con un rapporto di diramazione pari a 3.4×10^{-5} , il π^0 decade in due fotoni "virtuali" γ^* ognuno dei quali, cui può essere associata una massa non nulla, immediatamente si trasforma in una coppia $e^+ - e^-$, la cui massa invariante coincide con quella del fotone virtuale[4].
Il processo, detto "doppia conversione interna", si rappresenta come

$$\pi^0 \;\rightarrow\; \gamma^* + \gamma^* \;\rightarrow\; \left(e^+e^-\right)_1 + \left(e^+e^-\right)_2 \tag{10.19}$$

Si può provare che la direzione normale al piano definito dagli impulsi di una coppia tende ad avere la stessa direzione della polarizzazione del fotone che ha originato quella coppia. Di conseguenza l'angolo φ fra le due direzioni normali ai due piani associati alle due coppie tende ad essere 0 per uno scalare e $\pi/2$ per uno pseudo-scalare.
I fattori di forma sono funzioni delle masse invarianti m_1 e m_2 delle due coppie. Nel 1955 si provò che a_S e a_P differiscono solo per il segno, essendo

[4] Si veda ...

positivi nel caso scalare, con la funzione di distribuzione dei valori di φ data da

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}\varphi \mathrm{d}m_1 \mathrm{d}m_2} \propto 1 \pm a_i\left(m_1, m_2\right) \cos 2\varphi \tag{10.20}$$

con $i = S$ o P.

Un esperimento condotto nel 1962 in camera a bolle raccolse 112 evidenze della reazione 10.19, da cui si ottennero i valori dei fattori di forma sia nell'ipotesi scalare che in quella pseudo-scalare. L'analisi statistica dei dati favorì l'ipotesi pseudo-scalare con una significatività di 3.3 deviazioni standard, quindi l'dentificazione della particella denominata π^0 quale un pione, come i due partner carichi π^+ e π^-.