

Capitolo 11

Diffusione elastica su nucleoni

Nel presente capitolo e nel successivo si studieranno i processi di diffusione elastica, quasi elastica e (profondamente) anelastica di leptoni su nucleoni, processi che hanno fornito importanti informazioni sulla struttura del protone e del neutrone.

Storicamente il primo studio sperimentale è stato l'urto elastico fra elettroni e nuclei, che ha fortemente contribuito alla misura della distribuzione di carica elettrica dei nuclei.

Sono quindi seguite le misure dell'urto profondamente anelastico di elettroni su nucleoni, che ne hanno rivelato la struttura a partoni.

Sono poi divenuti disponibili anche fasci di muoni e successivamente di neutrini, che con l'incremento delle energie hanno permesso ulteriori e complementari analisi della struttura dei nucleoni.

Le reazioni studiate nei processi anelastici sono del tipo

$$\ell + N \rightarrow \ell' + X \quad (11.1)$$

con ℓ ed ℓ' leptoni carichi o neutri, N un nucleone, e dove X rappresenta il sistema adronico che può essere sperimentalmente osservato oppure no.

Il risultato più importante di questi studi fu che gli urti $\ell + N$ possono essere interpretati come avvenuti fra il leptone incidente e un costituente fermionico puntiforme del nucleone, detto *partone*, poi identificato con un quark o un anti-quark.

Se l'energia del leptone incidente è molto alta si vede anche che si può trascurare l'interazione fra i partoni costituenti uno stesso nucleone, nonostante essi siano confinati in esso.

L'urto anelastico di un leptone carico su un nucleone avviene tramite lo scambio di un fotone virtuale, come schematicamente illustrato in figura 11.1

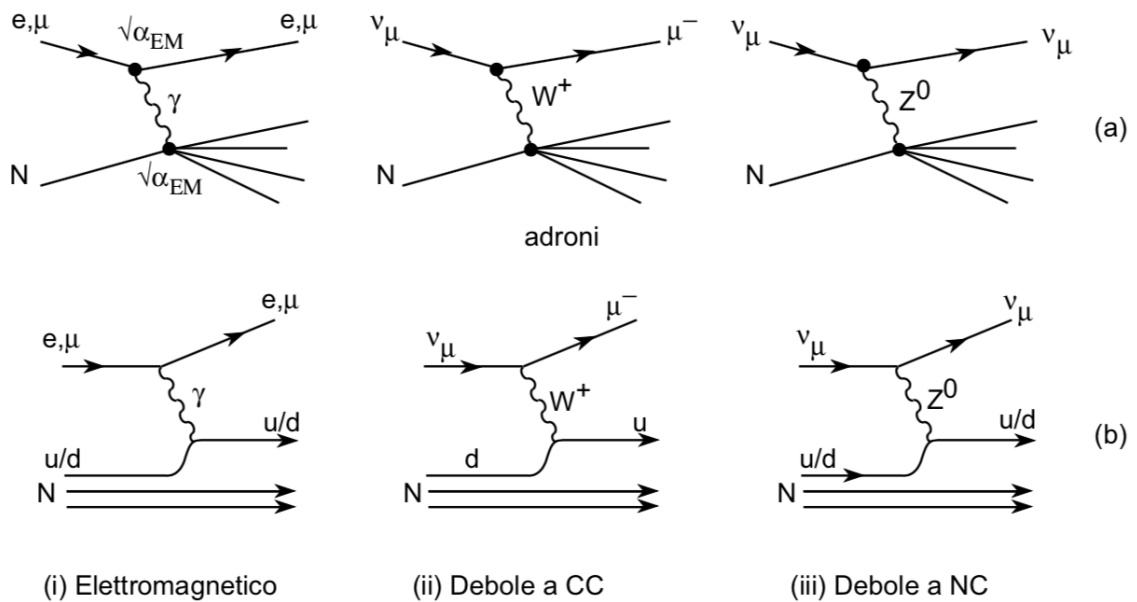


Figura 11.1: Urto anelastico leptone-nucleone: (a) considerando le particelle coinvolte; (b) secondo il più semplice modello a quark componenti. Qui il tempo scorre da sinistra verso destra.

11.1 Fattori di forma dei nucleoni

La diffusione elastica di elettroni da nuclei leggeri, quali idrogeno e deuterio, fornisce informazioni sui mattoni costitutivi dei nuclei, cioè il protone e il neutrone, e nelle discussioni sugli esperimenti coinvolti bisogna tener sempre conto di alcune importanti osservazioni qui di seguito trattate.

- Rinculo - Come si avrà modo di vedere a breve i nucleoni hanno un raggio dell'ordine di 0.8 fm, per cui lo studio della loro eventuale struttura richiede di mettere in gioco energie comprese fra alcune centinaia di MeV sino ad alcuni GeV, ovvero dello stesso ordine di grandezza dell'equivalente energetico delle masse dei nucleoni stessi. In questo caso il rinculo dei bersagli non può essere trascurato e bisogna anche modificare di conseguenza la densità dello spazio delle fasi. Questo si attua introducendo nella sezione d'urto di Mott espressa dalla 7.111 il fattore E'/E , dove si ricordi che E è l'energia dell'elettrone nello stato iniziale ed E' quella dell'elettrone diffuso

$$\sigma(\vartheta) = \sigma(\vartheta)_{Mott} |F(\vec{q})|^2 \frac{E'}{E} \quad (11.2)$$

In questo caso non si può più considerare trascurabile l'energia persa dall'elettrone a causa del rinculo e non si può di conseguenza descrivere

il fenomeno considerando soltanto il tri-impulso trasferito, ma bisogna utilizzare il quadrato del quadri-impulso Lorentz-invariante trasferito

$$\begin{aligned}
 q^2 &= (p - p')^2 = 2m_e^2 c^2 - 2 \left(\frac{EE'}{c^2} - |\vec{p}| |\vec{p}'| \cos\vartheta \right) \approx \\
 &\approx \frac{-4EE'}{c^2} \operatorname{sen}^2 \frac{\vartheta}{2}
 \end{aligned}
 \tag{11.3}$$

Per evitare di lavorare con quantità negative si introduce

$$Q^2 = -q^2 \tag{11.4}$$

e di conseguenza, nella sezione d'urto di Mott, bisognerà sostituire \vec{q}^2 con q^2 o con Q^2 .

- **Momento magnetico** - Un'analisi completa del fenomeno richiede di tener conto anche dell'interazione fra la corrente associata all'elettrone incidente e il momento magnetico del nucleone. Quest'ultimo, essendo il nucleone un fermione di spin 1/2, e detta M la sua massa, è dato da

$$\mu = \frac{1}{2} g \frac{e\hbar}{2M} \tag{11.5}$$

Nel caso di una particella puntiforme, priva di struttura interna, dall'equazione di Dirac si ottiene che il fattore g vale 2.

L'interazione magnetica è associata a un'inversione dello spin del nucleone. La diffusione a 0° non è consistente con la contemporanea conservazione di momento angolare ed elicità, di conseguenza è preferita la diffusione a 180° .

Tenendo conto anche dell'interazione magnetica l'espressione della sezione d'urto si arricchisce di un ulteriore fattore contenente il termine $\operatorname{sen}^2(\vartheta/2) = \cos^2(\vartheta/2) \cdot \operatorname{tg}^2(\vartheta/2)$ Si ottiene ¹, per la sezione d'urto elastica di elettroni su particelle cariche puntiformi di Dirac

$$\sigma_{\substack{\text{punt.} \\ \text{spin } 1/2}} = \sigma_{Mott} \left(1 + 2\tau \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} \right) \tag{11.6}$$

con

$$\tau = \frac{Q^2}{4M^2 c^2} \tag{11.7}$$

La presenza del fattore 2τ può essere abbastanza ben capita considerando che l'elemento della matrice d'interazione deve essere proporzionale al momento magnetico del nucleone bersaglio, e quindi ad $1/M$, e al campo magnetico prodotto in prossimità del nucleone stesso durante la fase dell'urto che integrato sul tempo, risulta proporzionale

¹Si veda ad esempio l'Appendice B di: "The structure of the nucleon", A.W. Thomas W.Weise, Wiley-VCH, 2001.

alla deflessione subita dall'elettrone, dunque all'impulso trasferito Q . Queste quantità compaiono dunque elevate al quadrato nell'espressione della sezione d'urto.

Il termine magnetico nella 11.6 risulta quindi grande per grandi valori del quadri-impulso trasferito Q e per grandi angoli ϑ di diffusione. Questo contributo determina dunque una minor rapidità nella riduzione del valore della sezione d'urto al crescere degli angoli ϑ rispetto a quanto prevede la sola interazione elettrica e ne risulta una distribuzione più isotropa dei prodotti diffusi.

- Momento magnetico anomalo - Il fattore g presente nella 11.5 dovrebbe valere esattamente 2 per particelle cariche di Dirac, prive di struttura interna, e 0 nel caso in cui le stesse siano prive di carica. Le misure dei momenti magnetici di elettroni e muoni sono effettivamente compatibili con questa previsione ². I nucleoni non sono però particelle puntiformi, essendo costituiti da "quark" e ciò è evidente anche dal valore assunto dal loro fattore g , che ne riflette la sotto-struttura. I valori misurati per protoni e neutroni sono

$$\begin{aligned}\mu_p &= \frac{g_p}{2} \mu_N = +2.793 \cdot \mu_N \\ \mu_n &= \frac{g_n}{2} \mu_N = -1.913 \cdot \mu_N\end{aligned}\quad (11.8)$$

con μ_N il *magnetone nucleare*:

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2M_p} = 3.1525 \times 10^{-14} \text{ MeV T}^{-1} \quad (11.9)$$

Le distribuzioni di carica e correnti possono essere descritte da opportuni fattori di forma, analogamente a come fatto anche per i nuclei. Nel caso dei nucleoni sono necessari due fattori di forma, uno per descrivere le caratteristiche elettriche e uno per descrivere quelle magnetiche. La sezione d'urto per la diffusione di un elettrone da parte di un nucleone è in questo caso descritta dalla formula di *Rosenbluth*³

$$\sigma_R = \sigma_{Mott} \left[\frac{G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2(Q^2) \text{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} \right] \quad (11.10)$$

$G_E(Q^2)$ e $G_M(Q^2)$ sono i fattori di forma *elettrico* e *magnetico*, funzioni di Q^2 . La misura della loro dipendenza da Q^2 fornisce informazioni sulla distribuzione radiale della carica e della magnetizzazione nel nucleone e la situazione limite per cui $Q^2 \rightarrow 0$ è di particolare

²Si riscontrano piccole deviazioni teoricamente ben capite, dovute a processi quanto elettro-dinamici di ordine superiore.

³M.N. Rosenbluth, Phys. Rev. 79 (1950) 615.

importanza. In tal caso G_E coincide con la carica elettrica del nucleone bersaglio, normalizzata alla carica elementare e , e G_M coincide con il momento magnetico μ del nucleone bersaglio, normalizzato al magnetone nucleare. I valori limite sono

$$\begin{aligned} G_E^p(Q^2=0) &= 1 & G_E^n(Q^2=0) &= 0 \\ G_M^p(Q^2=0) &= 2.793 & G_M^n(Q^2=0) &= -1.913 \end{aligned} \quad (11.11)$$

Per poter determinare indipendentemente $G_E(Q)^2$ e $G_M(Q)^2$ le sezioni d'urto devono essere misurate a valori prefissati di Q^2 per diversi angoli di diffusione ϑ , quindi a diverse energie E di fascio. Le sezioni d'urto così ottenute vanno quindi divise per le sezioni d'urto di Mott. Graficando i risultati in funzione di $\text{tg}^2(\vartheta/2)$ si ha che i valori ottenuti, in accordo con la formula di Rosenbluth, si distribuiscono secondo un andamento rettilineo, come mostrato in figura 11.2, dalla cui pendenza si deduce $G_M(Q)^2$ e la cui intercetta sull'asse delle ordinate vale $(G_E^2 + \tau G_M^2)/(1 + \tau)$ che per $\vartheta = 0$ fornisce G_E^2 . Effettuando quest'analisi per diversi valori di Q^2 si ottiene quindi la dipendenza da esso dei fattori di forma.

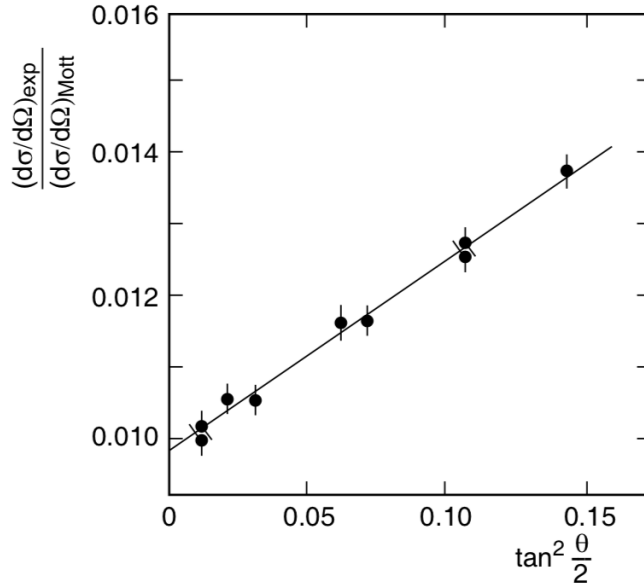


Figura 11.2: Rapporto fra la sezione d'urto misurata e quella di Mott calcolata, in funzione di $\text{tg}^2\vartheta/2$ per un valore del quadrato del quadri-impulso trasferito pari a $Q^2 = 2.5 \text{ GeV}^2/c^2$.

I dati sperimentali mostrano che il fattore di forma elettrico del protone e i fattori di forma magnetici del protone e del neutrone dipendono in

modo simile da Q^2 , calando, al suo crescere, in modo ben descritto da un'approssimazione con fattore di forma dipolare, come si vede in figura 11.3, ricordando anche quanto riportato in figura 7.21.

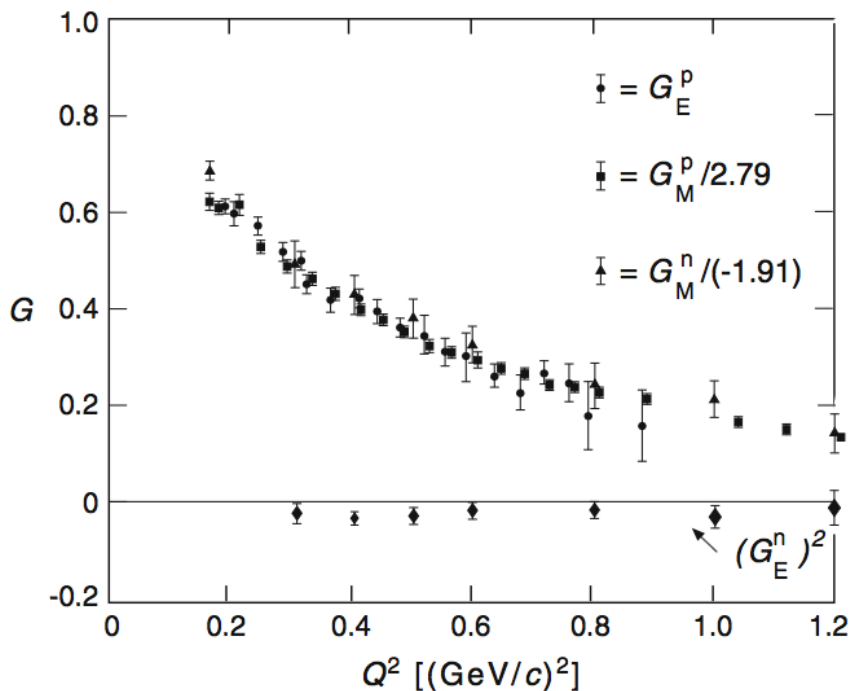


Figura 11.3: Fattori di forma elettrici e magnetici di protone e neutrone in funzione di Q^2 . Dati scalati dei fattori indicati per favorirne la sovrapposizione visiva onde evidenziare l'andamento "dipolare".

$$G_E^p(Q^2) \approx \frac{\mu_N G_M^p(Q^2)}{\mu_p} \approx \frac{\mu_N G_M^n(Q^2)}{\mu_n} \approx G^{dip}(Q^2) \quad (11.12)$$

$$\text{con, } G^{dip}(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{0.71 (GeV/c)^2}\right)^{-2}$$

Il neutrone, elettricamente neutro, ha un fattore di forma elettrico molto piccolo.

Si possono ottenere le distribuzioni di carica e di magnetizzazione all'interno del nucleone sfruttando la dipendenza dei fattori di forma da Q^2 , così come fatto anche per i nuclei, tuttavia l'interpretazione dei fattori di forma quali trasformate di Fourier di distribuzioni statiche di cariche o correnti ha senso soltanto per piccoli valori di Q^2 stesso, poichè solo in quel caso il tri-impulso e il quadri-impulso trasferiti approssimativamente coincidono. Il fattore di forma dipolare osservato e riportato nell'espressione 11.12, corrisponde a una distribuzione di

carica che decresce esponenzialmente

$$\rho(r) = \rho(0)e^{-ar} \quad \text{con,} \quad a = 4.27 \text{ fm}^{-1} \quad (11.13)$$

I nucleoni, da questo punto di vista, non appaiono nè come particelle puntiformi nè come distribuzioni omogenee di carica ma piuttosto come *sistemi diffusi*. Il raggio quadratico medio della distribuzione di carica nel protone e della magnetizzazione nel protone e nel neutrone hanno valori simili e possono essere dedotti dalla pendenza dell'andamento di $G_{E,M}(Q^2 = 0)$. Dal fattore di forma dipolare si ottiene

$$\langle r^2 \rangle_{dip} = -6\hbar^2 \left. \frac{dG^{dip}(Q^2)}{dQ^2} \right|_{Q^2=0} = \frac{12}{a^2} \simeq 0.66 \text{ fm}^2 \quad (11.14)$$

$$\text{da cui, } \sqrt{\langle r^2 \rangle_{dip}} \simeq 0.81 \text{ fm}$$

Misure precise dei fattori di forma che tengono conto di piccole deviazioni dalla parametrizzazione dipolare per piccoli valori di Q^2 danno, per il raggio di carica del protone

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle_p} \simeq 0.879 \text{ fm} \quad (11.15)$$

L'estensione delle misure a più alte energie, fino ad oltre i circa 30 GeV/c² per Q^2 , mostra alcune deviazioni dall'unità per il rapporto $\mu_N G_M^p(Q^2) / \mu_p G^{dip}(Q^2)$, come mostrato in figura 11.4.

- Fattore di forma elettrico del neutrone - Non disponendo di bersagli di neutroni liberi, le misure per ottenere i due fattori di forma elastici corrispondenti hanno richiesto tecniche più complesse di quanto è stato necessario per il protone. La gran parte delle informazioni su $G_M^n(Q^2)$ e $G_E^n(Q^2)$ sono state ottenute dalla diffusione elastica di elettroni su deuterio; in questo caso è ovviamente necessario correggere i dati misurati per gli effetti delle forze nucleari agenti fra protone e neutrone. La non completa correzione per questi effetti è responsabile dei valori negativi di $(G_E^n)^2$ mostrati in figura 11.3.

Un approccio ingegnoso ed elegante, messo a punto per determinare il raggio di neutroni liberi, consiste nell'utilizzare neutroni di bassa energia provenienti da un reattore e farli diffondere su elettroni legati in shell atomiche di nuclei pesanti, studiando poi le distribuzioni degli elettroni emessi. Ciò corrisponde sostanzialmente a una diffusione elettrone-neutrone a basso valore di Q^2 .

Dalle indagini sperimentali il neutrone appare elettricamente neutro soltanto se osservato dall'*esterno*, in quanto al suo *interno* contiene costituenti elettricamente carichi (quarks) che posseggono anche momenti magnetici.

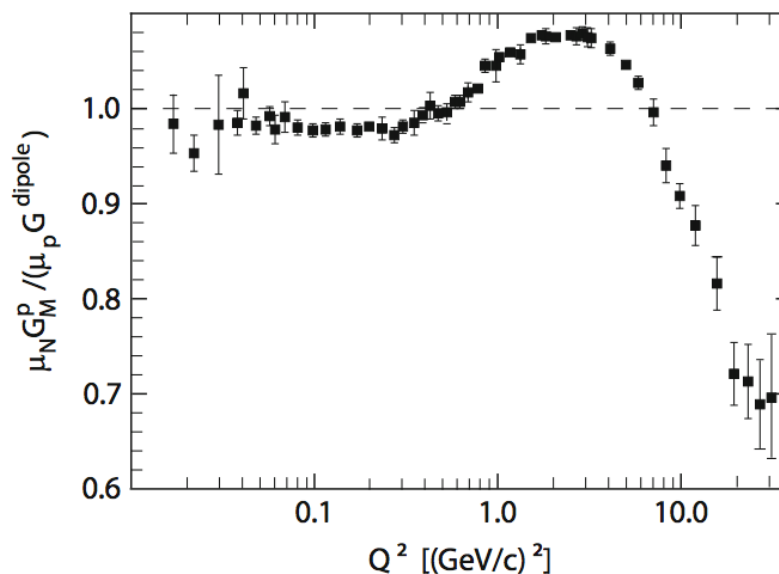


Figura 11.4: Rapporto tra il fattore di forma magnetico normalizzato e il fattore di forma dipolare per il protone in funzione di Q^2 .

Un'interpretazione in termini di trasformata di Fourier di una distribuzione statica di carica richiede una certa cautela, come già osservato anche per il protone, e se comunque la si effettua, il risultato che se ne trae in termini di densità radiale di carica $\rho^n(r)$ fornisce valori per essa positivi fino a raggi r pari a circa $0.5 \div 0.6$ fm, e negativi per r maggiori che si estendono fino a circa 2.5 fm. Calcoli effettuati sulla base di vari modelli forniscono risultati compatibili con questi.

11.2 Diffusione quasi-elastica

Fissata l'energia E degli elettroni del fascio incidente e l'angolo di diffusione, gli elettroni diffusi da reazioni elastiche del tipo analizzato nel paragrafo precedente hanno un'energia ben definita, data dalla 7.61

$$E' \simeq \frac{E}{1 + \frac{E}{Mc^2} (1 - \cos\vartheta)} \quad (11.16)$$

Ripetendo la misura nelle stesse condizioni energetiche e allo stesso angolo di diffusione, ma con un bersaglio di nuclei più pesanti, costituiti da più nucleoni legati, lo spettro energetico osservato per gli elettroni diffusi è più complicato. Un esempio è mostrato in figura 11.5, con elettroni diffusi da un bersaglio di H_2O , quindi talvolta da un protone quasi libero e talvolta da un nucleo di ossigeno. Lo stretto picco ad $E' \approx 160$ MeV è dovuto alla

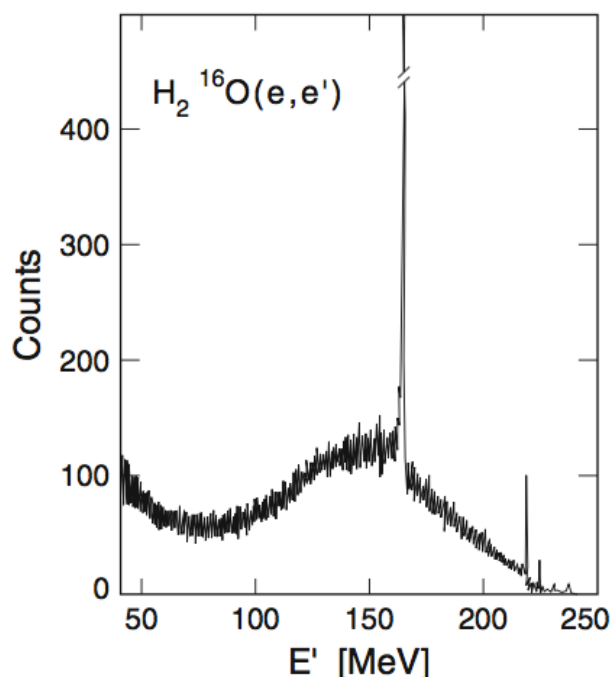


Figura 11.5: Spettro energetico di elettroni con energia iniziale $E = 246$ MeV, diffusi a 148.5° da un sottile bersaglio di H_2O .

diffusione elastica sui protoni quasi liberi dell'idrogeno ed è sovrapposto a una distribuzione larga il cui massimo è in corrispondenza di un'energia inferiore di qualche MeV a quella del picco elastico dovuto all'idrogeno. Questa parte dello spettro può essere identificata con la diffusione degli elettroni da singoli nucleoni di un nucleo di ^{16}O e il processo che la genera è detto *diffusione quasi-elastica*. Gli stretti picchi a più alta energia sono dovuti alla diffusione dal nucleo di ^{16}O come un tutto.

Sia lo spostamento a energie inferiori della coordinata del massimo che l'allargamento dello spettro quasi-elastico, sono portatori di informazioni sulla struttura interna del nucleo atomico. L'approssimazione *impulsiva*⁴ adottata assume che l'elettrone interagisca soltanto con un singolo nucleone del nucleo, e che il nucleone sia di conseguenza espulso dal nucleo senza dar luogo a ulteriori interazioni con i restanti nucleoni del nucleo stesso.

Lo spostamento a energie inferiori del massimo della distribuzione risultante, rispetto all'energia della diffusione su nucleoni quasi liberi, è dovuto all'e-

⁴L'approssimazione impulsiva finora adottata presuppone che la traiettoria percorsa dalla particella diffusa nella regione d'interazione sia sempre rettilinea, secondo due direzioni coincidenti con quella dell'impulso della particella a grande distanza dalla zona d'interazione prima e dopo di questa, e associa il cambio di direzione all'azione "istantanea" della forza d'interazione che introduce una componente ortogonale di impulso.

nergia necessaria a strappare il nucleone dal nucleo.

Dall'allargamento della distribuzione, rispetto al picco elastico dovuto ai protoni quasi liberi dell'idrogeno, si deduce che il nucleo non è un oggetto "statico" costituito da nucleoni in ben definite posizioni. I nucleoni si comportano piuttosto come particelle "quasi libere" che si muovono un po' in tutte le direzioni, restando nel contempo confinati entro il volume che caratterizza il nucleo stesso, ed è questo loro movimento entro il nucleo che determina le differenze cinematiche rispetto a quanto sarebbe invece prevedibile immaginando ogni nucleone in una posizione stabile e ben definita entro il volume del nucleo⁵.

Per capire meglio il fenomeno si immagini un nucleone di massa M , legato in un nucleo da un'energia potenziale nucleare efficace di intensità S e in moto entro il nucleo con un impulso \vec{P} tale da non doverlo considerare relativistico. L'energia di legame di tale nucleone nel nucleo è quindi pari ad $S - \vec{P}^2/2M$. Trascurando le interazioni residue con gli altri nucleoni e l'energia cinetica del resto del nucleo si consideri l'urto di un elettrone su questo nucleone.

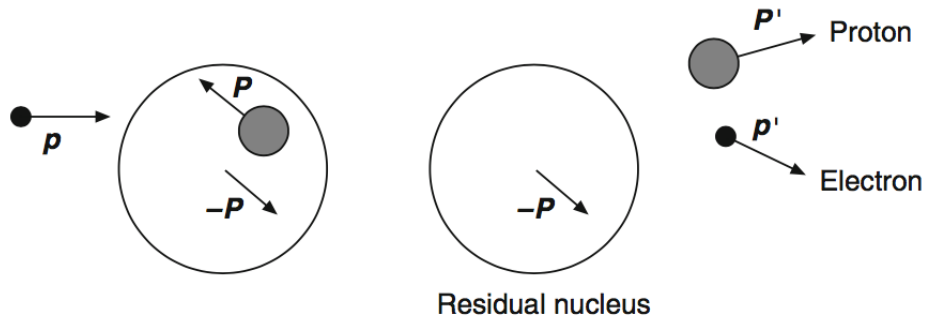


Figura 11.6: Schema dell'urto fra un elettrone e il nucleone di un nucleo.

L'analisi cinematica di questo processo dá:

$$\begin{aligned} \vec{p} + \vec{P} &= \vec{p}' + \vec{P}' && \text{conservazione dell'impulso nel sistema e-p} \\ \vec{P}' &= \vec{q} + \vec{P} && \text{conservazione dell'impulso nel sistema } \gamma - p \\ E + E_p &= E' + E'_p && \text{conservazione dell'energia nel sistema e-p} \end{aligned}$$

Nelle approssimazioni in cui si ha $E, E' \gg m_e c^2$ e $|\vec{P}|, |\vec{P}'| \ll Mc$, l'energia ν trasferita dall'elettrone al protone è un invariante relativistico

⁵Quest'osservazione è alla base delle ipotesi che portano al modello a gas di Fermi per un nucleo. Si veda in proposito anche il paragrafo 23.

dato da

$$\begin{aligned} \nu &= E - E' = E'_p - E_p = \left(Mc^2 + \frac{\vec{P}'^2}{2M} \right) - \left(Mc^2 + \frac{\vec{P}^2}{2M} - S \right) \\ &= \frac{(\vec{P} + \vec{q})^2}{2M} - \frac{\vec{P}^2}{2M} + S = \frac{\vec{q}^2}{2M} + S + \frac{2|\vec{q}||\vec{P}|\cos\alpha}{2M} \end{aligned} \quad (11.17)$$

con α l'angolo compreso tra \vec{q} e \vec{P} . Assumendo che il moto del nucleone nel nucleo sia isotropo, ovvero con distribuzione delle velocità a simmetria sferica, si deduce che la distribuzione dei valori di ν deve essere simmetrica e centrata attorno al valore medio

$$\nu_0 = \frac{\vec{q}^2}{2M} + S \quad (11.18)$$

e con larghezza σ_ν data da

$$\sigma_\nu = \sqrt{\langle (\nu - \nu_0)^2 \rangle} = \frac{|\vec{q}|}{M} \sqrt{\langle \vec{P}^2 \cos^2 \alpha \rangle} = \frac{|\vec{q}|}{M} \sqrt{\frac{1}{3} \langle \vec{P}^2 \rangle} \quad (11.19)$$

In un prossimo capitolo si vedrà entro quali approssimazioni un nucleo possa essere descritto come un *gas di Fermi* in cui i nucleoni sono considerati quasi liberi. L'*impulso di Fermi* P_F risulta connesso all'impulso quadratico medio dalla relazione

$$P_F^2 = \frac{5}{3} \langle \vec{P}^2 \rangle \quad (11.20)$$

L'analisi dei risultati della diffusione quasi-elastica su svariati nuclei permette di determinare l'effettivo potenziale medio S e l'impulso di Fermi dei nucleoni. La dipendenza dal numero di massa A di S e di P_F sono state oggetto di studio nei primi anni '70 del ventesimo secolo e i risultati di una prima analisi sistematica, riportati in tabella, possono essere riassunti come segue:

- il potenziale nucleare medio efficace S cresce costantemente con la massa A dei nuclei, andando da circa 17 MeV per il Li sino a circa 44 MeV per il Pb;
- tranne che per i nuclei più leggeri, l'impulso di Fermi è pressochè indipendente dalla massa A dei nuclei e vale

$$P_F \approx 250 \text{ MeV}/c \quad (11.21)$$

Impulsi di Fermi P_F e valori del potenziale medio efficace S per alcuni nuclei. Le incertezze sono dell'ordine di 5 MeV/ c per P_F e di 3 MeV per S .

Nucleo	${}^6\text{Li}$	${}^{12}\text{C}$	${}^{24}\text{Mg}$	${}^{40}\text{Ca}$	${}^{59}\text{Ni}$	${}^{89}\text{Y}$	${}^{119}\text{Sn}$	${}^{181}\text{Ta}$	${}^{208}\text{Pb}$
P_F (MeV/ c)	169	221	235	249	260	254	260	265	265
S (MeV)	17	25	32	33	36	39	42	42	44

11.3 Dimensioni di pioni e Kaoni

Il metodo accennato per la determinazione del raggio del neutrone tramite l'interazione su elettroni legati in shell atomiche, può essere utilizzato anche per determinare il raggio di carica di altre particelle, quali pioni π o kaoni K , che come si vedrà sono entrambi mesoni. In tal caso si fanno interagire mesoni di alta energia con elettroni legati in atomi di idrogeno (non si usano qui atomi pesanti come invece per i neutroni) e il fattore di forma è ottenuto dall'analisi delle distribuzioni angolari degli elettroni emessi.

Pioni e kaoni sono entrambi particelle con spin 0 e quindi non possiedono fattore di forma magnetico, ma soltanto elettrico.

La dipendenza da Q^2 di questi fattori di forma, mostrata nelle immagini di figura 11.7, è descritta da un andamento del tipo

$$F(Q^2) = G_E(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{a^2\hbar^2}\right)^{-1} \quad (11.22)$$

$$\text{con,} \quad a^2 = \frac{6}{\langle r^2 \rangle}$$

che rappresenta un termine monopolare.

Le pendenze dei fit sui dati dei grafici in figura 11.7, valutate in prossimità di $Q^2 = 0$, forniscono i valori quadratici medi dei rispettivi raggi di carica, ottenendo

$$\begin{aligned} \sqrt{\langle r^2 \rangle_\pi} &\simeq 0.67 \pm 0.02 \text{ fm} \\ \sqrt{\langle r^2 \rangle_K} &\simeq 0.58 \pm 0.04 \text{ fm} \end{aligned} \quad (11.23)$$

Pione e kaone hanno quindi entrambi un raggio di carica inferiore a quello del protone, e quello del kaone risulta inferiore a quello del pione. Ciò può essere capito in funzione delle diverse strutture interne delle tre particelle: il protone è come si vedrà composto da tre quark, pione e kaone sono invece entrambi composti da un quark e da un anti-quark. Nel caso del kaone uno dei due quark componenti è però decisamente più massivo degli altri.

Si accennerà più oltre come ciò si legi alle dimensioni della distribuzio-

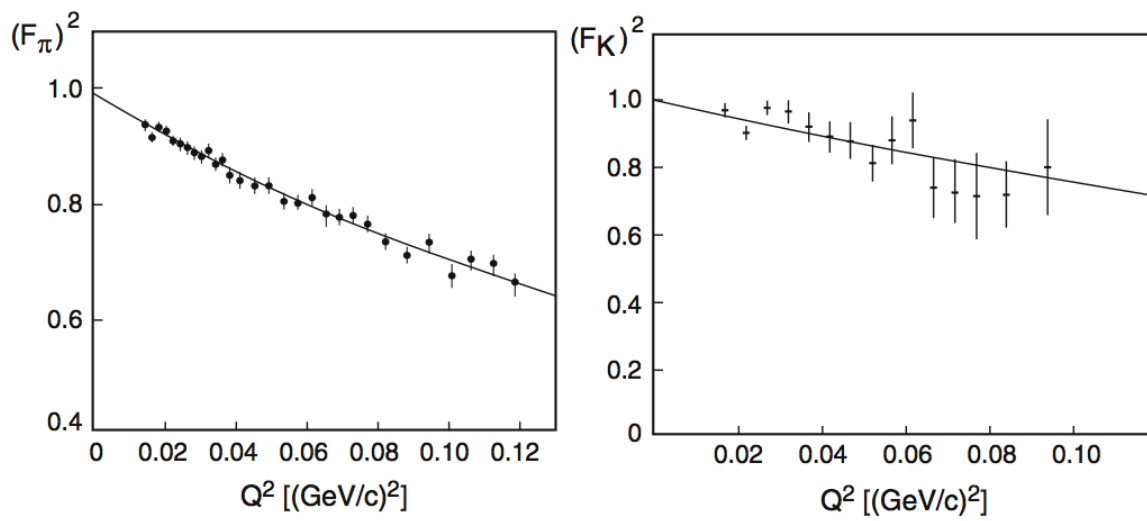


Figura 11.7: Fattori di forma elettrici per π e K in funzione di Q^2 .

ne di carica, trovando che le dimensioni di un sistema di quark calano all'aumentare delle masse dei quark costituenti.

Capitolo 12

Diffusione profondamente anelastica

In questo capitolo si discuterà la diffusione profondamente anelastica (*deep anelastic scattering*) di leptoni carichi su nucleoni deducendo in tal modo che questi non sono particelle elementari ma posseggono una sotto-struttura di quark e gluoni. Per poter risolvere sperimentalmente i costituenti dei nucleoni le lunghezze d'onda dei fotoni virtuali scambiati durante le interazioni devono essere piccole se confrontate col raggio dei nucleoni, $\lambda \ll R$, e sono conseguentemente necessari fasci di energie opportunamente alte.

La prima generazione di esperimenti di questo tipo è stata condotta negli anni '60 e '70 presso l'acceleratore lineare ad elettroni di SLAC (Stanford Linear Accelerator Center) e l'energia raggiunta era di 25 GeV. Successivamente, negli anni '80 e '90 si è sperimentato al CERN e al FermiLab con fasci di muoni. Questi ultimi sono particelle puntiformi come gli elettroni e i processi di diffusione cui danno luogo sono completamente analoghi e descritti dalle stesse sezioni d'urto. Il vantaggio nell'uso di fasci di muoni è che si riesce ad ottenerli con energie superiori rispetto agli elettroni e inoltre, data la loro maggiore massa, risultano più penetranti per il ridotto effetto di perdita d'energia per *bremstrahlung*. Due svantaggi sono che le intensità dei fasci ottenibili sono minori per i muoni, e che bisogna tener conto del valore finito della loro vita media.

È interessante ricordare la tecnica per ottenere tali fasci di muoni: si parte da fasci di protoni di alcune centinaia di GeV che incidendo su bersagli a riposo nel Sistema del Laboratorio producono una gran quantità di pioni; questi con l'energia cinetica residua dopo la loro produzione, percorrono un canale ad alto vuoto lungo alcune centinaia di metri e durante questo tragitto una frazione di essi decade in volo emettendo muoni che vengono selezionati in impulso e focalizzati grazie a opportuni campi magnetici ed elettrici sino a formare un fascio collimato. Le energie dei fasci così ottenuti erano di 280 GeV al CERN e di 490 GeV al FermiLab, con valori di Q^2 di

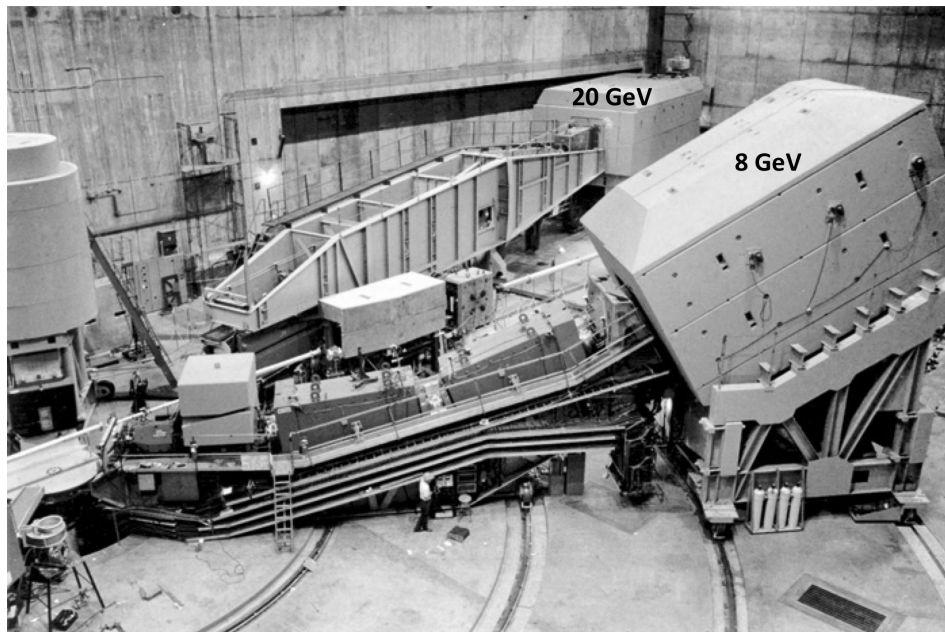


Figura 12.1: Bersaglio fisso e gli spettrometri magnetici da 8 GeV e da 20 GeV che gli potevano ruotare attorno, utilizzati negli anni '60 a SLAC dagli esperimenti di diffusione profondamente anelastica che fornirono la prima evidenza diretta dei quark.

alcune centinaia di $(\text{GeV}/c)^2$. Tra la fine degli anni '90 e i primi anni del 21° secolo si è sperimentato presso il collider HERA a DESY dove fasci di elettroni o positroni venivano fatti circolare e incrociare fasci di protoni da 920 GeV circolanti in senso opposto. L'estensione così ottenuta della regione cinematica di interazione arrivava fino a valori di Q^2 di alcune unità $\times 10^4$ $(\text{GeV}/c)^2$.

Le proprietà fondamentali della struttura a quark e gluoni sono state comunque stabilite in base agli esperimenti effettuati a SLAC e verranno discusse nel presente capitolo. Gli esperimenti successivi hanno permesso un'analisi più dettagliata e un'ampia verifica della QCD (Quantum Chromo-Dynamics), la teoria delle interazioni forti.

12.1 Stati eccitati dei nucleoni

Lo studio degli andamenti delle sezioni d'urto doppiamente differenziali ottenute dall'interazione fra elettroni e nucleoni, mostra comportamenti simili a quanto visto nel paragrafo 8.6 in figura 8.12 per l'interazione a più basse energie fra elettroni e nuclei, dove sono evidenti picchi associati a eccitazioni del nucleo. Tali sezioni d'urto sono anche dette "spettri d'eccitazione".

In figura 12.2 è riportato lo spettro d'eccitazione raccolto all'angolo $\vartheta = 10^\circ$

per elettroni incidenti su protoni (idrogeno ...), esplorando successivi intervalli di energia di diffusione tramite uno spettrometro magnetico ¹. Oltre

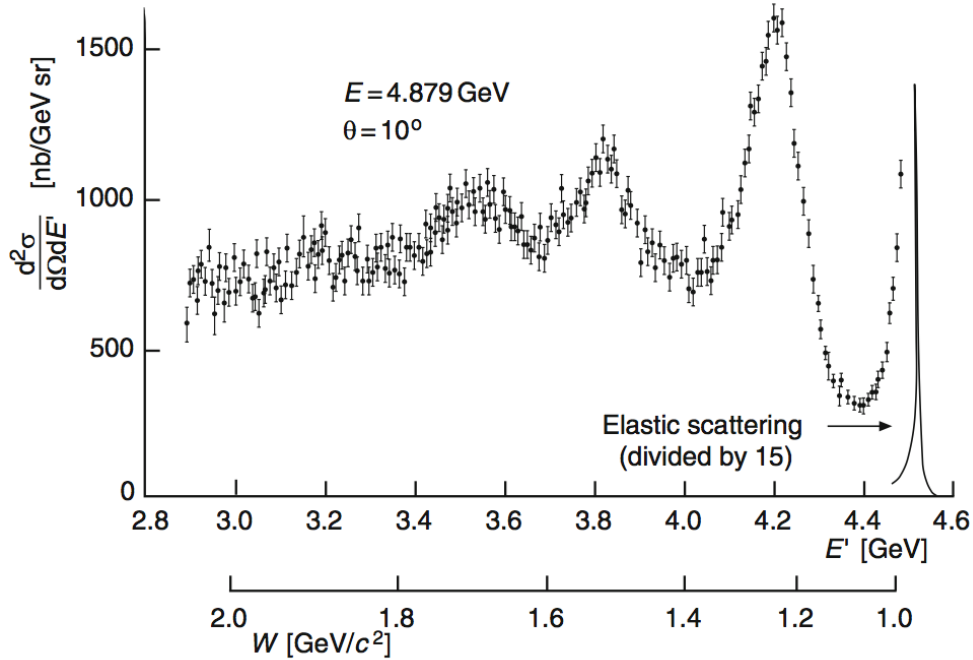


Figura 12.2: Spettro d'eccitazione di elettroni diffusi nel processo $e - p$ con elettroni incidenti da 4.879 GeV, rivelati all'angolo $\vartheta = 10^\circ$.

allo stretto picco dovuto alla diffusione elastica, scalato di un fattore 15, si osservano altri picchi a energie inferiori e associati ad eccitazioni anelastiche del protone. Questi picchi corrispondono a stati eccitati nel nucleone detti *risonanze nucleoniche*. L'esistenza di questi stati eccitati è già di per sè un'indicazione del fatto che il nucleone è un sistema fisico composto da sottostrutture.

Indicando con W la massa invariante di questi stati, la si può calcolare dalla conoscenza dei quadri-impulsi q del fotone virtuale scambiato e P del protone incidente in base alla

$$W^2 c^2 = P'^2 = (P+q)^2 = M^2 c^2 + 2Pq + q^2 = M^2 c^2 + 2M\nu - Q^2 \quad (12.1)$$

tenendo conto di quanto riportato nel paragrafo 7.2 sugli invarianti cinematici. La quantità ν , definita come

$$\nu = \frac{Pq}{M} \quad (12.2)$$

¹W. Bartel et al., Phys. Lett B28 (1968) 148

è un invariante di Lorentz.

Il protone bersaglio è a riposo nel sistema di riferimento del laboratorio (SL) per cui: $P = (Mc, \vec{0})$ e $q = ((E - E')/c, \vec{q})$. Calcolando nel sistema del laboratorio l'energia trasferita dal fotone virtuale fra l'elettrone e il protone si ha dunque

$$\nu = E - E' \quad (12.3)$$

In figura 12.2 si osserva, circa in corrispondenza dell'energia $E' = 4.2$ GeV, la presenza di una marcata struttura chiamata *risonanza* $\Delta(1232)$.

È uno stato eccitato del nucleone con massa $W = 1.232$ GeV/ c^2 , che esiste in quattro diversi stati di carica: Δ^{++} , Δ^+ , Δ^0 e Δ^- . Quella osservata in figura 12.2 costituisce lo stato eccitato Δ^+ in quanto durante la reazione considerata, e illustrata in figura 12.3, non c'è stato trasferimento di carica.

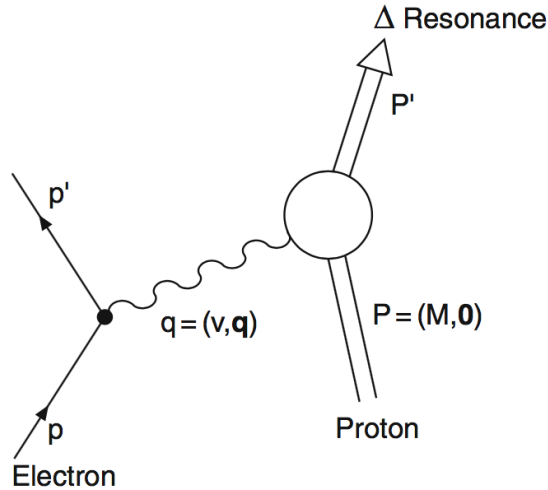


Figura 12.3: Schema della reazione di diffusione anelastica $e - p$ con eccitazione della risonanza Δ^+ .

La larghezza osservata per il picco elastico è sostanzialmente il risultato della risoluzione finita dello spettrometro utilizzato, in quanto la larghezza naturale di queste risonanze è tipicamente dell'ordine di $\Gamma \approx 100$ MeV.

In base al principio d'indeterminazione si può dunque arguire che tali risonanze sono caratterizzate da una vita media molto breve. Nello specifico, la larghezza della $\Delta(1232)$ è di circa 120 MeV, per cui la sua vita media risulta

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} \simeq \frac{6.6 \times 10^{-22} \text{ MeV s}}{120 \text{ MeV}} \simeq 5.5 \times 10^{-24} \text{ s} \quad (12.4)$$

Si tratta della tipica scala temporale che caratterizza i processi governati dall'interazione forte.

La risonanza Δ^+ decade in uno dei due modi

$$\begin{aligned}\Delta^+ &\rightarrow p + \pi^0 \\ \Delta^+ &\rightarrow n + \pi^+\end{aligned}\tag{12.5}$$

Il decadimento di uno stato eccitato di un nucleone dà quindi luogo alla produzione di un mesone π assieme al nucleone.

12.2 Funzioni di struttura

Negli spettri d'eccitazione non si osservano risonanze individuali per valori delle masse invarianti superiori a $W \gtrsim 2.5 \text{ GeV}/c^2$, mentre si osserva invece che vengono prodotte molte ulteriori particelle sensibili all'interazione forte, cioè adroni, come schematizzato il figura 12.4. Quando si tratta della dif-

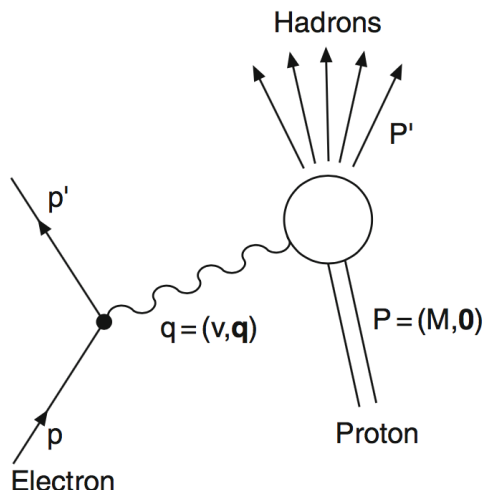


Figura 12.4: Schema della reazione di diffusione anelastica $e - p$ con produzione di più adroni nello stato finale.

fusione di elettroni in condizioni cinematiche caratterizzate dall'essere W , $\sqrt{Q^2}/c$ e ν/c^2 molto superiori alla massa M di un nucleone, si parla di *diffusione profondamente anelastica*.

Come visto per la diffusione elastica, anche la dinamica di questi processi di produzione può essere descritta in termini di fattori di forma. Nel caso anelastico essi sono usualmente denominati *funzioni di struttura* W_1 e W_2 o, ridefinendole come adimensionali, F_1 ed F_2 rispettivamente.

Con la diffusione elastica, per una definita energia E delle particelle del fascio incidente, si ha un solo parametro cinematico che può variare liberamente: se ad esempio è fissato l'angolo ϑ di diffusione, la cinematica richiede che il quadrato del quadri-impulso trasferito, quindi l'energia trasferita ν ,

l'energia E' dell'elettrone diffuso, ecc., siano anche univocamente fissate. Essendo $W = M$, dalla 12.1 si ha

$$2M\nu - Q^2 = 0 \quad (12.6)$$

Con la diffusione anelastica invece, la presenza dell'energia d'eccitazione del protone aggiunge un ulteriore grado di libertà. Pertanto le relative funzioni di struttura e sezioni d'urto sono funzioni di *due* parametri liberi indipendenti, come ad esempio (E', ϑ) , (Q^2, ν) o (Q^2, x) . Poichè ora $W > M$ si ha

$$2M\nu - Q^2 > 0 \quad (12.7)$$

In questo caso la formula di Rosenbluth 11.10 è sostituita dalla sezione d'urto

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}^* \left[W_2(Q^2, \nu) + 2W_1(Q^2, \nu) \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} \right] \quad (12.8)$$

Anche per questa espressione il secondo termine contiene il contributo dell'interazione magnetica.

I primi esperimenti di diffusione profondamente anelastica condotti presso l'acceleratore di SLAC, utilizzarono come si è detto, elettroni con un'energia massima di 25 GeV.

Le sezioni d'urto doppiamente differenziali per l'interazione fra elettroni e protoni (idrogeno) $d^2\sigma/d\Omega dE'$, misurate all'angolo azimutale $\vartheta = 4^\circ$ in funzione di W e per diversi valori dell'energia E del fascio incidente, compresi tra 4.5 GeV e 20 GeV, sono mostrate in figura 12.5.

Ogni sezione d'urto copre diversi intervalli di valori di Q^2 , crescenti al crescere dell'energia E degli elettroni del fascio, da $0.06 < Q^2 < 0.09$ (GeV/c^2) fino a $1.45 < Q^2 < 1.84$ (GeV/c^2).

Si noti che la sezione d'urto, nella zona caratterizzata dalle risonanze, cala rapidamente al crescere di E e Q^2 , mentre invece la diminuzione è meno pronunciata per i valori di W che caratterizzano la zona continua dello spettro, oltre la regione delle risonanze.

Il comportamento per energie superiori a quelle della regione delle risonanze destò una certa sorpresa: il rateo di conteggi era significativamente superiore rispetto a quanto ci si poteva attendere, confrontandolo sia con quello della diffusione elastica che con quello associato alla formazione delle risonanze Δ . In figura 12.6 è mostrato l'andamento del rapporto

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} \bigg/ \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}^* \quad (12.9)$$

misurato nello stesso esperimento, quindi sempre all'angolo azimutale $\vartheta = 4^\circ$, per diversi valori di W in funzione di Q^2 . Si nota che questo rapporto dipende molto poco, o quasi per nulla, da Q^2 , per $W \gtrsim 2 \text{ GeV}/c^2$, e questo è in netto contrasto con l'andamento dipolare osservato per la diffusione

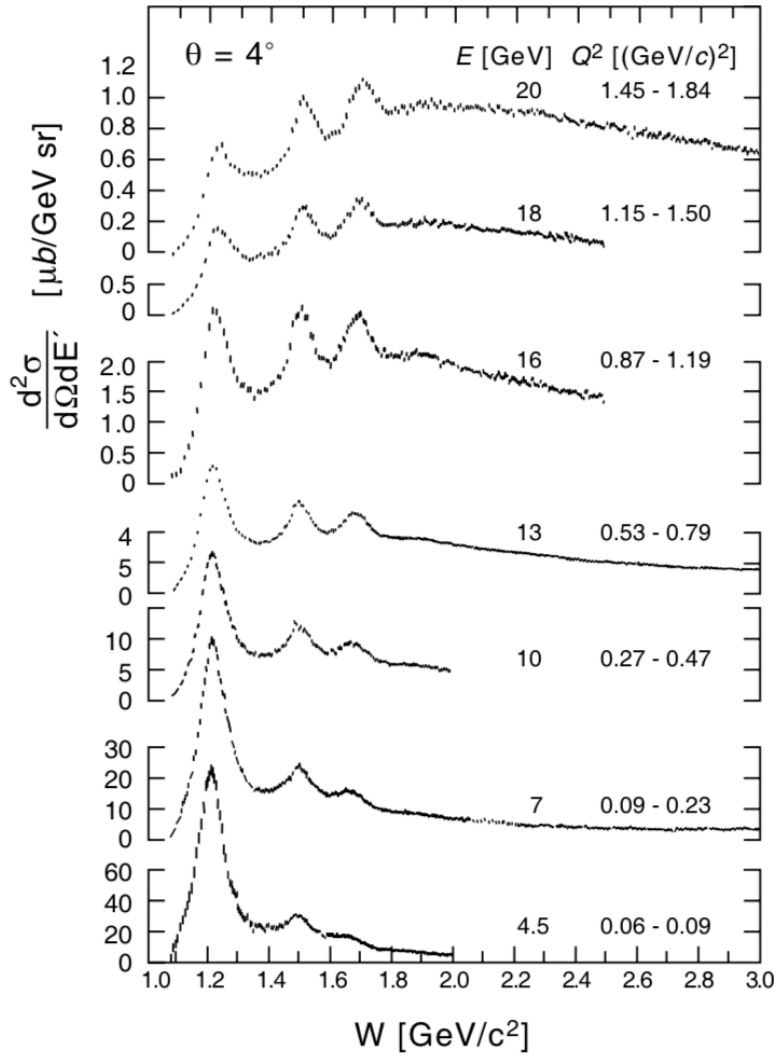


Figura 12.5: Sezioni d'urto per la reazione di diffusione anelastica $e - p$ con produzione di più adroni nello stato finale, per diversi valori di E e Q^2 in funzione di W .

elastica.

Si ha dunque che nel caso di diffusione profondamente anelastica le funzioni di struttura W_1 e W_2 sono pressochè indipendenti dal quadrato dell'impulso trasferito Q^2 , fissato che sia il valore della massa invariante W .

Per meglio discutere e analizzare questi risultati è ora utile introdurre due ulteriori quantità Lorentz invarianti e adimensionali:

$$y \equiv \frac{Pq}{Pp} \stackrel{\text{Lab.}}{=} 1 - \frac{E'}{E} \quad \text{ed} \quad x \equiv \frac{Q^2}{2Pq} = \frac{Q^2}{2M\nu} \quad (12.10)$$

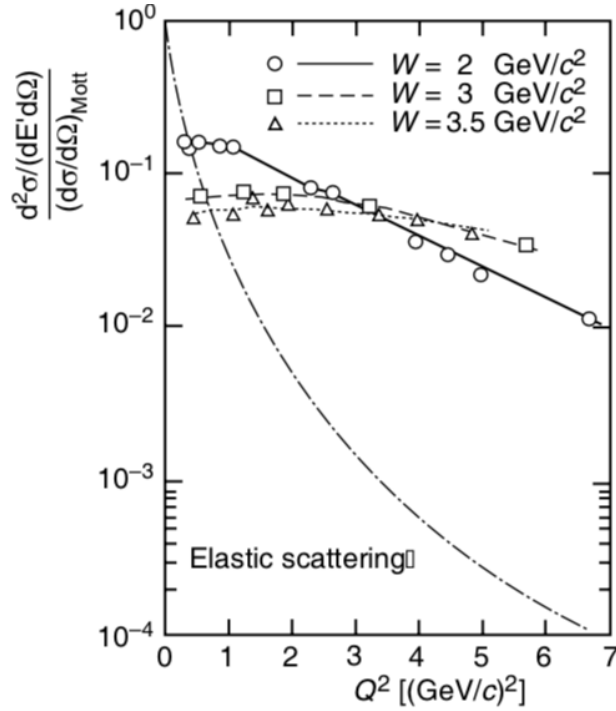


Figura 12.6: Sezione d'urto misurata, normalizzata a quella di Mott, per la diffusione $e - p$ in funzione di Q^2 per diversi valori di massa invariante W .

la seconda delle quali, la x , è detta *variabile di scala di Bjorken*. Un'analisi approfondita di cosa effettivamente questa variabile rappresenti sarà effettuata più oltre, parlando del *modello a partoni*, qui basti osservare che rappresenta una misura dell'entità del carattere *anelastico* del processo considerato.

Come si è visto, la massa invariante W per una diffusione elastica coincide con la massa M del nucleone e quindi

$$2M\nu - Q^2 = 0 \implies x = 1 \quad (12.11)$$

mentre invece per processi anelastici in cui $W > M$ si ha

$$2M\nu - Q^2 > 0 \implies 0 < x < 1 \quad (12.12)$$

La notazione utilizzata nella 12.8 per la sezione d'urto differenziale ha più che altro valore storico e didattico e usualmente, al posto delle due funzioni di struttura $W_1(Q^2, \nu)$ e $W_2(Q^2, \nu)$, si utilizzano le due corrispondenti funzioni di struttura adimensionali

$$\begin{aligned} F_1(x, Q^2) &= Mc^2 W_1(Q^2, \nu) \\ F_2(x, Q^2) &= \nu W_2(Q^2, \nu) \end{aligned} \quad (12.13)$$

Riesprimendo la sezione d'urto 12.8 in termini di x , y , Q^2 , F_1 ed F_2 si ha

$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2 dx} = \frac{4\pi\alpha^2\hbar^2}{Q^4} \left[\left(\frac{1-y}{x} - \frac{My}{2E} \right) F_2(x, Q^2) + y^2 F_1(x, Q^2) \right] \quad (12.14)$$

La determinazione delle due funzioni di struttura $F_1(x, Q^2)$ ed $F_2(x, Q^2)$ richiede misure di sezioni d'urto profondamente anelastiche per valori fissati di x e Q^2 al variare di y , ovvero dell'energia E dei fasci incidenti.

In figura 12.7 è mostrata, sempre relativamente agli esperimenti di SLAC, la funzione di struttura F_2 del protone in funzione dello *scaling* x di Bjorken, per valori di Q^2 compresi fra $2 \text{ GeV}/c^2$ e $18 \text{ GeV}/c^2$. Si riosservi qui come,

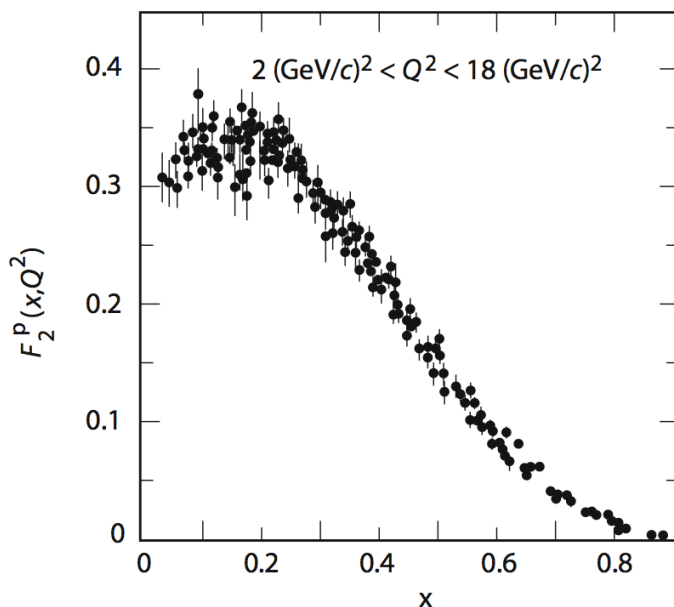


Figura 12.7: Funzione di struttura F_2 del protone in funzione di x . Si ha $\int_0^1 F_2(x) dx \simeq 0.14$.

una volta fissato il valore di x , F_2 dipende solo debolmente, da Q^2 .

Sulla base di quanto discusso in precedenza nel paragrafo 7.8 (si veda quanto riportato in figura 7.21), l'indipendenza delle funzioni di struttura da Q^2 implica che gli elettroni siano stati diffusi da cariche *puntiformi*, e siccome i nucleoni sono strutture estese, dal risultato ora illustrato segue che essi *posseggono una sotto-struttura formata da costituenti puntiformi*.

La funzione di struttura F_1 trae origine dalle interazioni magnetiche e tende a scomparire nel caso di diffusione su particelle con spin nullo. Per particelle di Dirac con spin $1/2$ le relazioni 11.6 e 12.8 implicano la validità della

$$2xF_1(x) = F_2(x) \quad (12.15)$$

detta relazione di Callan-Gross², e in figura 12.8 è mostrato il rapporto $2xF_1/F_2$ in funzione di x . Entro le incertezze sperimentali il rapporto è pra-

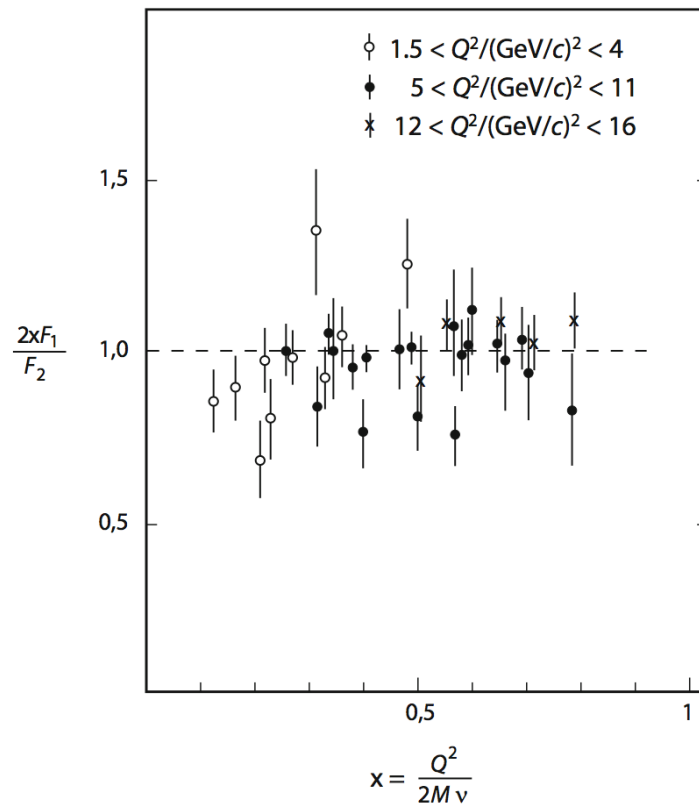


Figura 12.8: Rapporto tra le funzioni di struttura $2xF_1(x)$ ed $F_2(x)$ in funzione di x . Dati ripresi da esperimenti effettuati a SLAC.

ticamente pari ad 1 e ciò permette di concludere che *i costituenti puntiformi dei nucleoni hanno spin pari a 1/2*.

12.3 Il modello a partoni

Un'opportuna scelta del sistema di riferimento può aiutare a semplificare di molto l'interpretazione della diffusione profondamente anelastica di elettroni su protoni, anche se ovviamente la fisica del processo è assolutamente indipendente da tale scelta.

Considerando il protone in un sistema in moto a velocità sufficientemente alta, si possono con opportuna approssimazione trascurare impulso trasverso e masse dei suoi costituenti; questo è il punto di partenza del cosiddetto *modello a partoni* di Feynman e Bjorken, in cui i costituenti dei nucleoni

²C.G. Callan Jr., D.J. Gross, Phys. Rev. Lett. 22 (1969) 156.

sono appunto detti *partoni*. Oggi i partoni carichi sono identificati con i quark e quelli elettricamente neutri con i gluoni, ovvero i quanti di campo dell'interazione forte.

Immaginare il protone come un insieme, ovvero un fiotto, di "partoni" indipendenti, ognuno in movimento grosso modo nella stessa direzione del protone nella sua interezza, equivale a considerare il tri-impulso dell'adrone ripartito fra i partoni che lo compongono, e permette di descrivere l'interazione fra elettrone e protone ad alta energia come la somma incoerente delle interazioni fra l'elettrone e i singoli partoni del protone, intesi come liberi; queste interazioni possono oltretutto essere considerate alla stregua di diffusioni elastiche. Queste approssimazioni sono ragionevoli se la durata di ogni interazione fotone-partone³ è sufficientemente breve da poter trascurare le mutue interazioni fra i partoni stessi. Quella ora descritta è sostanzial-

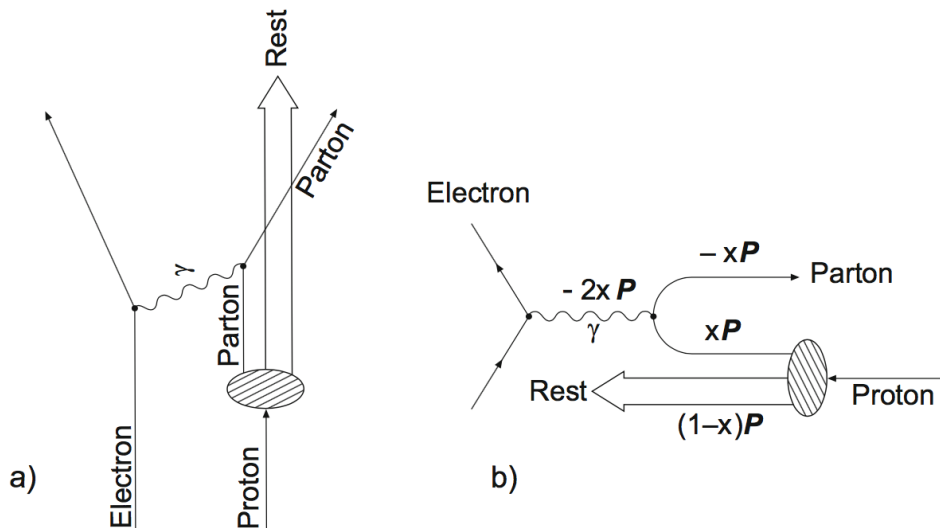


Figura 12.9: Visione schematica del processo di diffusione profondamente anelastica fra elettrone e protone: a) nel sistema del laboratorio (SL); b) nel riferimento di Breit, in moto ad alta velocità rispetto all'osservatore in modo che l'energia trasferita dal fotone virtuale sia praticamente nulla. Le frecce indicano le direzioni degli impulsi.

mente l'approssimazione impulsiva, già introdotta nel paragrafo 11.2 dove si parlava di diffusione quasi-elastica, e nel caso di diffusione profondamente anelastica può considerarsi valida in quanto, come si vedrà più avanti, l'interazione fra partoni a brevi distanze non è molto intensa (deconfinamento asintotico).

³Il fotone in questione è naturalmente quello virtuale responsabile dell'interazione fra elettrone e partone.

Con quest'approssimazione e assumendo sia di poter trascurare la massa del partone sia che valga $Q^2 \gg M^2c^2$, si ha un'interpretazione diretta del significato della variabile di scala di Bjorken prima definita, $x = Q^2/2M\nu$. Essa corrisponde alla frazione di quadri-impulso del protone trasportata dal partone colpito. Il processo di diffusione profondamente anelastica $e^- - p$ può quindi essere visto come l'interazione tra un fotone virtuale che nel "SL" ha quadri-impulso $q = (\nu/c, \vec{q})$ e un partone di quadri-impulso xP .

Si ribadisce che questa interpretazione del significato di x vale soltanto nell'ambito dell'approssimazione impulsiva e quindi esclusivamente se si trascurano l'impulso trasverso e le masse dei partoni, dunque in un sistema di riferimento "molto veloce" rispetto all'osservatore.

Spesso, come sistema di riferimento che soddisfi queste condizioni, si sceglie il cosiddetto *referimento di Breit*⁴ (figura 12.9 b), nel quale il fotone non trasferisce alcuna energia ($q_0 = 0$) e rispetto al quale x costituisce la frazione di tri-impulso del partone.

La risoluzione spaziale associata a una diffusione profondamente anelastica è quella associata alla lunghezza d'onda ridotta λ del fotone virtuale scambiato. Si tratta di una quantità non Lorentz-invariante e che dipende quindi dal sistema di riferimento. Nel sistema del laboratorio, per il quale è $q_0 = \nu/c$, si ha

$$\lambda = \frac{\hbar}{|\vec{q}|} = \frac{\hbar c}{\sqrt{\nu^2 + Q^2 c^2}} \approx \frac{\hbar c}{\nu} = \frac{2Mx\hbar c}{Q^2} \quad (12.16)$$

Nel caso in cui ad esempio si abbia $x = 0.1$ e $Q^2 = 4 \text{ GeV}/c^2$, si ottiene nel SL: $\lambda \simeq 10^{-17} \text{ m}$.

Nel referimento di Breit la relazione si semplifica in

$$\lambda = \frac{\hbar}{|\vec{q}|} = \frac{\hbar}{\sqrt{Q^2}} \quad (12.17)$$

e in tal caso il significato assunto da Q^2 è quello di rappresentare una misura della risoluzione spaziale con cui si può studiare la struttura coinvolta nella diffusione profondamente anelastica.

12.4 La struttura a quark dei nucleoni

Il modello a quark è stato concepito verso la metà degli anni '60 del 20° secolo, con lo scopo principale di dare una sistemazione organica alla gran diversità di particelle fortemente interagenti (adroni) fino ad allora scoperte. Grazie ai risultati degli studi sulla diffusione profondamente anelastica si è trovato che i nucleoni sono costituiti da particelle cariche praticamente puntiformi che sono ora identificate con i quark. Dovrebbe dunque essere possibile ricostruire e spiegare le proprietà dei nucleoni (carica, massa,

⁴Il sistema di riferimento di Breit è definito come quello in cui l'impulso della particella incidente dopo l'urto risulta l'opposto di quello prima dell'urto.

momento magnetico, isospin, ecc.) a partire dai numeri quantici di tali costituenti. A questo proposito servono per cominciare almeno due tipi di quark che sono stati chiamati "u" (*up*) e "d" (*down*). I quark sono fermioni di spin 1/2 e in un modello a quark ingenuo si può immaginare che i loro spin si combinino per fornire lo spin 1/2 del nucleone. In base a questo modello un nucleone è composto da almeno 3 quark. Un protone contiene due quark "up" e un quark "down", un neutrone due quark "down" e un quark "up", secondo lo schema indicato in tabella.

		u	d	p (uud)	n (udd)
Numero di carica	z_q	+2/3	-1/3	1	0
Isospin	I	1/2		1/2	
	I_3	+1/2	-1/2	+1/2	-1/2
Spin	s	1/2	1/2	1/2	1/2

Da un punto di vista formale un protone e un neutrone possono trasformarsi uno nell'altro scambiandosi un quark u con un quark d. Si dice per questo che essi formano assieme un doppietto di isospin con $I = 1/2$. Ciò dipende dal fatto che anche i quark u e d formano un doppietto di isospin. Le cariche del protone e del neutrone sono ottenute assegnando ai quark cariche che siano multipli del valore $e/3$ e precisamente

$$q_u = z_u \cdot e = \frac{2}{3} e \quad , \quad q_d = z_d \cdot e = -\frac{1}{3} e \quad (12.18)$$

Questi valori per le cariche dei quark non sono univocamente fissati dai valori delle cariche del protone e del neutrone e l'assegnazione è collegata anche ad altri indizi, quali ad esempio il fatto che la massima carica sperimentalmente individuata per gli adroni è pari a $+2e$ (ad esempio Δ^{++}), e che la carica negativa di maggior valore assoluto individuata per gli adroni è invece $-e$ (ad esempio Δ^-). Le cariche di tali adroni sono quindi attribuite rispettivamente a 3 quark u per il valore $+2e$, e a 3 quark d per il valore $-e$.

I tre quark che determinano i numeri quantici di un nucleone sono detti *quark di valenza*. Oltre a questi sono inoltre presenti in ogni nucleone anche coppie quark-antiquark, che come verrà più dettagliatamente descritto nel prossimo paragrafo si generano e annichilano continuamente come particelle virtuali nel campo dell'interazione forte, e detta m_q la massa di un componente della coppia, sussistono per tempi Δt dell'ordine di $\Delta t \lesssim \hbar/(2m_q c^2)$.

Il processo descritto è analogo a quello di produzione di coppie virtuali elettrone-positrone nel campo coulombiano e le coppie di quark e antiquark coinvolte sono dette *quark del mare*. I loro numeri quantici si bilanciano con valore medio nullo per ogni coppia e non alterano pertanto quelli del nucleone derivanti dai quark di valenza. Data la loro carica elettrica essi risultano però in qualche modo *visibili* nel corso dei processi di diffusione profondamente anelastica. Le frazioni x di impulso di ogni nucleone da essi trasportate sono comunque molto piccole.

Oltre ai quark u e d , nelle coppie che costituiscono il "mare" si trovano anche altri tipi di quark, e corrispondenti anti-quark, e se ne tratterà con maggior dettaglio in seguito. Qui li si indica soltanto, ricordando che i diversi tipi di quark sono individuati da quelli che vengono chiamati *sapori*; i sapori individuati comprendono, oltre ai citati u (*up*) e d (*down*), anche s (*strange*), c (*charm*), b (*bottom*) e t (*top*). Questi quark possono essere raggruppati in doppietti, detti *famiglie* o *generazioni*, secondo i valori crescenti delle loro rispettive masse ⁵

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} .$$

I quark della riga superiore hanno numero di carica $z_q = +2/3$, quelli della riga inferiore hanno numero di carica $z_q = -1/3$. Le masse dei quark c , b e t hanno valori così grandi che essi giocano un ruolo minore o trascurabile negli esperimenti a bersaglio fisso, dati i relativamente bassi valori di Q^2 in tali casi ottenibili.

12.5 Le funzioni di struttura nell'ambito del modello a partoni

Le funzioni di struttura descrivono dunque com'è composto al suo interno un nucleone. Si assume che ogni nucleone sia costituito da diversi tipi di quark q che trasportano una carica $z_q \cdot e$, e che la sezione d'urto per diffusione elettromagnetica da un quark sia proporzionale al quadrato della sua carica, quindi a z_q^2 .

Indicata con $q(x)$ la funzione di distribuzione dell'impulso x trasportato da un quark, $q(x)dx$ è il valore d'aspettazione del numero di quark di tipo $q = u, d, s$ (si trascura per quanto detto, il ruolo dei tre quark più pesanti), presenti nel nucleone, con impulso compreso nell'intervallo $[x, x + dx]$.

Si indichino con $q_v(x)$ e corrispondentemente con $\bar{q}_s(x)$, le distribuzioni in impulso dei quark di valenza e rispettivamente degli anti-quark del "mare" in un nucleone. Il protone consiste di due quark di valenza "u" e un quark

⁵Si vedrà più oltre come si possano assegnare delle masse ai quark.

di valenza "d", quindi

$$\int_0^1 u_v(x) dx = 2 \quad , \quad \int_0^1 d_v(x) dx = 1 \quad (12.19)$$

La funzione di struttura F_2 è data dalla somma delle distribuzioni in impulso pesate su x e su z_q^2 , estesa a tutti i tipi di quark e anti-quark

$$F_2(x) = x \cdot \sum_{q=u,d,s} z_q^2 [q(x) + \bar{q}_s(x)] \quad (12.20)$$

con $q(x) = q_v(x) + q_s(x)$ per i quark "u" e "d", e $q(x) = q_s(x)$, per i quark "s" (strani) del mare. In un nucleone gli anti-quark sono invece presenti solo fra i quark del mare.

Lo studio delle combinazioni delle funzioni di struttura F_2^p e F_2^n del protone e del neutrone fornisce dettagliate e utili informazioni sulle funzioni di distribuzione dei quark. Non potendo disporre di bersagli di neutroni liberi, le informazioni su F_2^n si ottengono tramite diffusione profondamente anelastica su bersagli di deuterio. Per convenzione, la funzione di struttura nel caso di diffusione su nuclei è sempre data "per nucleone". A parte piccole correzioni dovute al moto di Fermi dei nucleoni, la funzione di struttura F_2^D del deutone è data dalla media F_2^N delle funzioni di struttura di protone e neutrone

$$F_2^D \approx \frac{F_2^p + F_2^n}{2} \equiv F_2^N \quad (12.21)$$

per cui si ha

$$F_2^n \approx 2F_2^D - F_2^p \quad (12.22)$$

In base alla 12.20 si ha quindi, per le funzioni di struttura F_2 del protone e del neutrone

$$\begin{aligned} F_2^p(x) &= x \cdot \left[\frac{4}{9} (u_v^p + u_s^p + \bar{u}_s^p) + \frac{1}{9} (d_v^p + d_s^p + \bar{d}_s^p) + \frac{1}{9} (s_s^p + \bar{s}_s^p) \right] \\ F_2^n(x) &= x \cdot \left[\frac{4}{9} (u_v^n + u_s^n + \bar{u}_s^n) + \frac{1}{9} (d_v^n + d_s^n + \bar{d}_s^n) + \frac{1}{9} (s_s^n + \bar{s}_s^n) \right] \end{aligned} \quad (12.23)$$

con $u_v^{p,n}(x)$ la distribuzione dei quark "u" di valenza rispettivamente nel protone e nel neutrone, $u_s^{p,n}(x)$ la distribuzione dei quark "u" del mare, ecc. Dalla validità della *simmetria di isospin* per le interazioni forti si ottiene per le distribuzioni dei quark

$$\begin{aligned} u_{v,s}^p(x) &= d_{v,s}^n(x) \equiv u_{v,s}(x) \\ d_{v,s}^p(x) &= u_{v,s}^n(x) \equiv d_{v,s}(x) \end{aligned} \quad (12.24)$$

Si consideri ora il rapporto tra le funzioni di struttura del neutrone e del protone. I valori efficaci dei numeri quantici dei quark del mare valgono

mediamente "zero" e quindi si ha $q_s(x) = \bar{q}_s(x)$. Si supponga che le distribuzioni dei quark "s" nel protone e nel neutrone siano identiche, e quindi $\bar{s}_s^p(x) = \bar{s}_s^n(x)$, e anche che siano uguali i contributi al "mare" dei due quark leggeri "u" e "d", per cui $\bar{u}_s(x) = \bar{d}_s(x)$ (ma ciò vale solo approssimativamente). Dato il relativamente grande valore della massa del quark "s", fluttuazioni in coppie quark/anti-quark per questo sapore hanno una minor probabilità di presentarsi e si ha quindi $\bar{u}_s(x) > \bar{s}_s(x)$.

Sommando i contributi pesati su z_q^2 di tutti i quark del mare si può definire la quantità

$$S(z) = 10 \bar{u}_s(x) + 2 \bar{s}_s(x) \quad (12.25)$$

Si ha dunque, per il rapporto tra le funzioni di struttura del neutrone e del protone

$$\frac{F_2^n(x)}{F_2^p(x)} = \frac{[u_v(x) + 4d_v(x) + S(x)]}{[4u_v(x) + d_v(x) + S(x)]} \quad (12.26)$$

In figura 12.10 è riportato il rapporto F_2^n/F_2^p in funzione di x e sono mostrati i dati raccolti durante un esperimento di seconda generazione con fasci di muoni⁶. Gli alti valori delle energie in gioco per i fasci di muoni utilizzati, hanno permesso di esplorare intervalli sino a valori molto bassi di x . Essendo

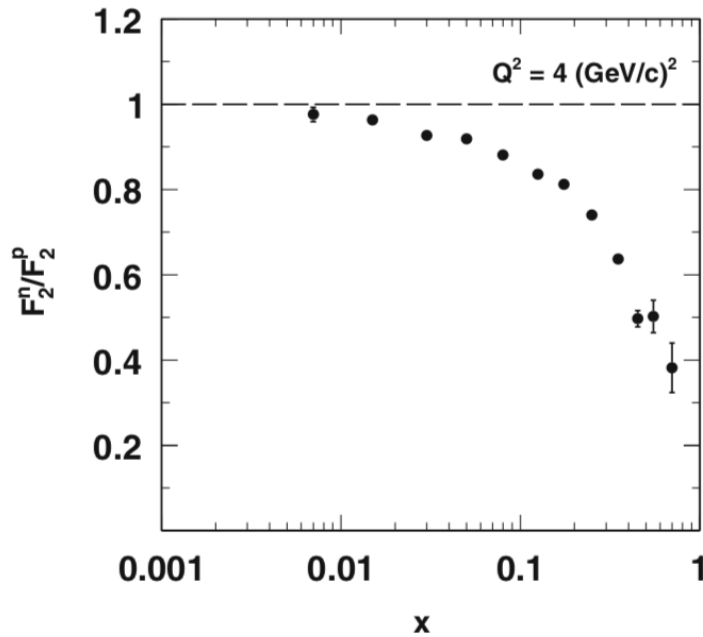


Figura 12.10: Rapporto tra F_2^n ed F_2^p in funzione di x per misure con fasci di muoni da 90 e da 280 GeV.

⁶P.Amaudruz et al., Nucl. Phys. B371 (1992) 3, M. Arneodo et al., Phys. Rev. D50 (1994) 1

il protone composto da due quark di valenza "u" e un quark di valenza "d", si può assumere che le loro distribuzioni siano legate dalla relazione $u_v(x) = 2 d_v(x)$.

Se il contributo dei quark del mare diviene trascurabile, ovvero $S(x) = 0$, allora il rapporto F_2^n/F_2^p dovrebbe valere 2/3, indipendentemente da x . Si vede però che in realtà il rapporto tende ad 1 per $x \rightarrow 0$ e decresce con x fino a valori prossimi a 1/4 per $x \rightarrow 1$. L'interpretazione di questo comportamento è che per piccoli valori di x la distribuzione $S(x)$ dei quark del mare ha valori maggiori di quelle dei due quark di valenza e quindi il valore del rapporto è prevalentemente dovuto all'ultimo termine, sia del numeratore che del denominatore della 12.26.

Al tendere di x ad 1 la situazione si rovescia, in quanto i quark del mare non giocano più un ruolo rilevante e trascurando nella 12.26 sia $S(x)$ che $d_v(x)$, rispetto a $u_v(x)$, si ottiene il valore 1/4. La distribuzione dei quark "d" diminuisce il proprio valore con x più rapidamente di quanto non faccia quella dei quark "u", e questo implica che rilevanti contributi dell'impulso totale di un protone siano trasportati dai quark "u", e viceversa lo siano dai quark "d" in un neutrone.

Si consideri ora invece la differenza tra le funzioni di struttura del protone e del neutrone

$$F_2^p(x) - F_2^n(x) = x \cdot \left[\frac{1}{3} (u_v(x) - d_v(x)) + \frac{2}{3} (\bar{u}_s(x) - \bar{d}_s(x)) \right] \quad (12.27)$$

Tale differenza è una distribuzione pura di quark di sola valenza se e soltanto se il "mare" è simmetrico rispetto ai due sapori leggeri di quark, ovvero se $\bar{u}_s(x) = \bar{d}_s(x)$ e quindi il contributo dei quark del mare si riduce. I risultati mostrati in figura 12.11 provengono sempre dai dati ottenuti con i fasci di muoni che hanno fornito i dati della figura precedente, e mostrano l'andamento di $F_2^p - F_2^n$ in funzione di x (cerchi vuoti riferiti alla scala in ordinate sulla destra). La distribuzione mostra un massimo in prossimità di $x \approx 1/3$, e va a zero sia per $x \rightarrow 0$ che per $x \rightarrow 1$. Questo comportamento suffragga l'assunzione precedente secondo cui, per piccoli valori di x , il contributo principale alle funzioni di struttura viene dai quark del mare, ma appare azzardato dedurre, dal fatto che anche per valori alti di x la distribuzione si riduce a valori molto piccoli, che possa essere un solo quark a trasportare la maggior parte dell'impulso del nucleone.

L'andamento osservato è stato spesso interpretato come il risultato di tre quark di valenza ognuno dei quali trasporta in media 1/3 dell'impulso del nucleone, unitamente al fatto che la distribuzione netta che ne risulterebbe verrebbe poi "addolcita" dall'effetto del moto di Fermi dei quark nel nucleone. Questa interpretazione è però scorretta! Come si mostrerà più oltre i quark trasportano soltanto il 50% circa dell'impulso di un nucleone; le distribuzioni $u_v(x)$ e $d_v(x)$ presentano entrambi un massimo circa in corrispondenza del valore $x \simeq 0.17$, e il massimo di $(F_2^p - F_2^n)$ in prossimità di

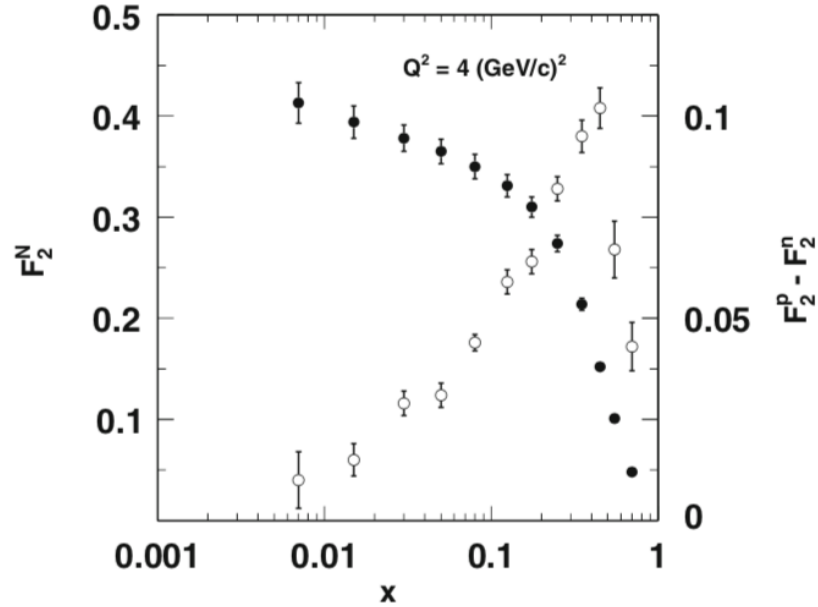


Figura 12.11: I cerchi pieni, riferiti alla scala in ordinate a sinistra, rappresentano la funzione di struttura F_2^N per un "nucleone medio"; i cerchi vuoti riferiti alla scala in ordinate a destra rappresentano la differenza tra funzione di struttura di "p" e "n", in funzione dello scaling x di Bjorken.

$x = 1/3$ deriva accidentalmente dai diversi modi in cui queste due distribuzioni dipendono da x .

Dividendo per x entrambi i membri della 12.27 e poi integrando sempre rispetto ad x , si ha

$$S_G = \int_0^1 \frac{1}{x} [F_2^p(x) - F_2^n(x)] dx = \frac{1}{3} (2 - 1) + \frac{2}{3} \int_0^1 [\bar{u}_s(x) - \bar{d}_s(x)] dx \quad (12.28)$$

Quando $\bar{u}_s(x) = \bar{d}_s(x)$, l'ultimo termine va a zero e si ha $S_G = 1/3$. Questa rappresenta la *regola di somma di Gottfried*. La determinazione sperimentale del valore dell'integrale fornisce tuttavia

$$S_G = 0.235 \pm 0.026 \quad (12.29)$$

Da ciò si conclude che $\bar{d}_s(x) > \bar{u}_s(x)$ e che quindi il "mare" di quark/anti-quark non è simmetrico rispetto ai sapori dei due quark più leggeri.

Si veda ora cosa si deduce per la funzione di struttura di quello che può essere definito una sorta di "nucleone medio". Esso è rappresentativo dei casi in cui si analizzano urti su bersagli isoscalari, come ad esempio il deuterio, in cui il numero di quark "u" coincide con quello dei quark "d". La funzione di

struttura del "nucleone medio" come definita dalla relazione 12.21, risulta

$$\begin{aligned}
 F_2^N(x) &= \frac{F_2^p + F_2^n}{2} = \frac{5}{18} x \sum_{q=d,u} [q(x) + \bar{q}_s(x)] + \frac{1}{9} x [s_s(x) + \bar{s}_s(x)] \\
 &= \frac{5}{18} x \sum_{q=d,u,s} [q(x) + \bar{q}_s(x)] - \frac{1}{3} x \cdot \bar{s}_s(x)
 \end{aligned}
 \tag{12.30}$$

Dato che i quark "s" compaiono in questo caso soltanto nel mare, ne consegue che l'ultimo termine della 12.30 è piccolo e quindi, con buona approssimazione, F_2^N è dato dal primo termine, corrispondente al prodotto di x con la somma sulle distribuzioni di tutti i quark e il termine $5/18$ che corrisponde approssimativamente alla media quadratica della carica dei quark "u" e "d" in unità di e^2 .

L'integrale di F_2^N è esteso su tutti i valori d'impulso dei quark, pesati con le loro funzioni di distribuzione e i valori quadratici medi delle cariche dei quark. Ne consegue che l'integrale dovrebbe fornire il valore di $5/18$, tenendo conto che l'impulso del nucleone sia praticamente trasportato per la sua totalità dai costituenti carichi, ovvero i quark. Quando tuttavia si effettua l'integrazione, ad esempio sui dati mostrati in figura 12.11, si ottiene soltanto

$$\int_0^1 F_2^N(x) dx \approx 0.55 \cdot \frac{5}{18}
 \tag{12.31}$$

Questo risultato, approssimativamente indipendente dai valori di Q^2 e ν , mostra che i quark trasportano in realtà soltanto il 55% circa dell'impulso di ogni nucleone.

Un'ipotesi che spiega questo risultato, assieme a quelli dell'interazione fra neutrini e nucleoni, è che non tutti i partoni del nucleone si accoppiano col campo elettromagnetico e/o con quello debole e che quindi in un nucleone ci siano anche oggetti diversi dai quark, elettricamente neutri, sensibili solo all'interazione forte e che trasportano il restante 45% circa dell'impulso totale del nucleone. Questo ha rappresentato l'inizio della Cromodinamica Quantistica (QCD), la teoria di campo che descrive l'interazione forte e le particelle neutre coinvolte sono identificate con i quanti del campo, i *gluoni*.

12.5.1 Carica dei quark e diffusione anelastica $\nu + N$

Ulteriore sostegno all'individuazione dei valori di carica frazionaria dei quark viene dal confronto tra le funzioni di struttura per diffusione di proiettili carichi, elettroni o muoni, con quelle per diffusione, sempre profondamente anelastica, di proiettili neutri e potenzialmente elementari, ovvero neutrini.

Se si considera la diffusione profondamente anelastica di neutrini su nucleoni, la sola interazione presente è quella debole, e i fattori z_f^2 non compaiono, o meglio coincidono tutti con l'unità in quanto la "carica debole" è la medesima per tutti i quark.

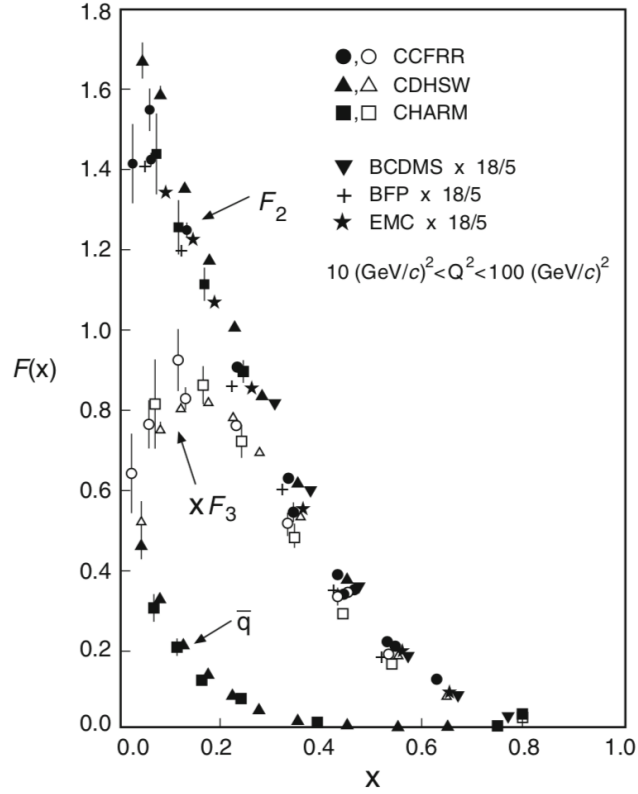


Figura 12.12: Confronto tra le funzioni di struttura F_2^N del nucleone medio misurate per diffusione anelastica di μ e di ν . Sono mostrate anche le distribuzioni dei quark di valenza, $x F_3(x)$, e degli anti-quark $\bar{q}(x)$ del mare.

Dalla conservazione della carica e dell'elicit  che valgono entrambi per l'interazione debole, ne consegue che neutrini e antineutrini si accoppiano diversamente con i diversi tipi di quark e anti-quark. Queste differenze per  si cancellano non appena si considera la funzione di struttura 12.30 del nucleone medio.

Si ha quindi, per la funzione di struttura F_2 nel caso di neutrini incidenti

$$F_2^{\nu,N}(x) = x \cdot \sum_f [q_f(x) + \bar{q}_f(x)] \quad (12.32)$$

Sperimentalmente, come mostrato in figura 12.12, si trova che a parte il fattore $5/18$, dovuto proprio all'ipotesi fatta di ripartizione frazionaria della carica elettrica fra i quark che interagiscono elettromagneticamente con gli elettroni incidenti, $F_2^{\nu,N}$ ed $F_2^{e,N}$ sono praticamente identiche

$$F_2^{\nu,N}(x) \simeq \frac{18}{5} F_2^{e,N}(x) \quad (12.33)$$

Se ne conclude che le assegnazioni delle frazioni di carica $z_u = +2/3$ per il quark "u", e $z_d = -1/3$ per il quark "d", sono corrette.

12.6 Un certo livello di insoddisfazione

Nonostante le sue caratteristiche di semplicità e versatilità, di cui se ne sono appena viste alcune conseguenze, il modello a quark presenta però un lato alquanto imbarazzante, legato al fatto che non si è mai stati in grado di osservare un quark isolato ovvero libero, nonostante gli innumerevoli e raffinatissimi tentativi sperimentali messi in opera.

Se un protone è effettivamente costituito da quark viene naturale pensare che urtandone uno con sufficiente energia si dovrebbe riuscire a estrarlo dal protone; inoltre, se come supposto la sua carica è una frazione pari a $1/3$ o $2/3$ di quella del protone, dovrebbe essere relativamente facile individuarne la presenza; oltretutto almeno quello di carica minore in valore assoluto dovrebbe essere stabile, non essendoci particelle più leggere e di carica frazionaria allo stato libero. In linea di principio quindi i quark dovrebbero essere facili da produrre, rivelare e conservare, ma nonostante ciò non ne sono mai stati osservati, ad esempio con esperimenti del tipo di Millikan. Il fallimento della ricerca di quark liberi produsse un certo scetticismo in merito alla loro effettiva esistenza, nel periodo compreso tra la fine degli anni '60 e l'inizio dei '70 del ventesimo secolo.

Chi continuava comunque a credere nel modello a quark cercò di conciliare questo e la non osservabilità dei quark introducendo il concetto di *confinamento dei quark*, consistente nel fatto che per ragioni non chiare o individuabili, i quark risultano assolutamente confinati nei barioni e nei mesoni di cui sono costituenti e non possono esserne singolarmente estratti in alcun modo. Chiaramente questa ipotesi non spiega nulla e si limita a dare un nome, "confinamento", ad una condizione frustrante. Inoltre pone immediatamente una questione critica alla quale non si è ancora data una risposta completa ed esauriente, ovvero quale sia l'esatto meccanismo responsabile del confinamento dei quark negli adroni e nei mesoni⁷.

Se anche i quark sono bloccati all'interno di adroni e mesoni, ciò non significa però che siano inaccessibili a un'analisi sperimentale in un certo qual modo "diretta", oltre che indiretta come in parte visto nei paragrafi precedenti. Si può infatti indagare la struttura interna di un adrone in modo sostanzialmente equivalente a quanto fatto da Rutherford per sondare l'interno di un atomo, estraendone informazioni sulla struttura.

Dopo i citati esperimenti presso lo Stanford Linear Accelerator Center (SLAC), altri furono ripetuti al CERN all'inizio degli anni '70, utilizzando fasci secondari di neutrini e successivamente anche urti tra protoni. I risultati di tutti questi esperimenti di "diffusione profondamente anelastica" ricordano

⁷Si veda anche il successivo paragrafo 13.2.

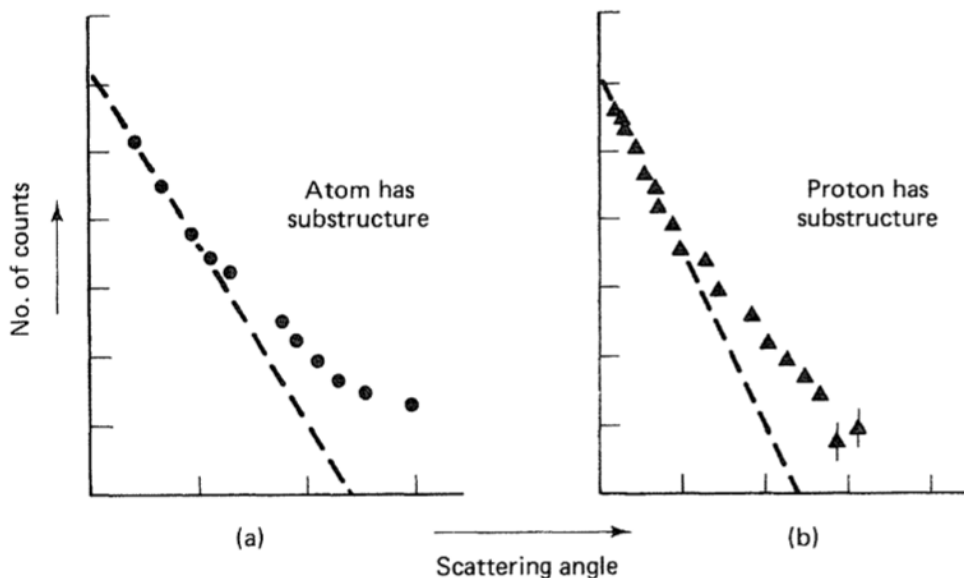


Figura 12.13: Confronto fra risultati di diffusione alla Rutherford su nucleo (a), e su protone (b). Le linee tratteggiate mostrano cosa ci si attenderebbe se la carica positiva fosse uniformemente distribuita sull'intero volume dell'atomo (a), o del protone (b).

in modo straordinariamente simile quelli ottenuti da Rutherford, in quanto la gran parte delle particelle incidenti sembra attraversare quasi indenne o con trascurabili deviazioni il bersaglio, mentre una piccola quantità di esse viene diffusa nettamente all'indietro. Questo testimonia del fatto che la carica del protone risulta essere concentrata entro il protone stesso in piccoli *gruppi* particolarmente "duri", similmente a quanto i risultati di Rutherford indicavano per la carica positiva di un atomo, concentrata nel suo nucleo, come si desume dai risultati riportati in figura 12.13 che riproduce qui per comodità la figura 9.15, dove la scala in ordinate è logaritmica e la linea tratteggiate mostra cosa ci si attenderebbe da una distribuzione uniforme di carica nel nucleo (a) o nel protone (b)⁸.

Lo scostamento raggiunge i tre ordini di grandezza per gli angoli maggiori. I dati nel caso del protone risultano compatibili con la presenza di tre "gruppi" distinti di carica, e questo era un forte, seppur non conclusivo, risultato a supporto dell'ipotesi che ogni protone, e di conseguenza anche gli altri barioni e i mesoni, siano costituiti da quark, tre per i primi e due per i secondi.

⁸Per i dati del grafico (a) di figura 12.13 si veda Phil. Mag. XXI (1911) 669; per quelli del grafico (b) si veda Phys. Lett. B46 (1973) 471.