13.4 Effetti nucleari nella diffusione profondamente anelastica

Le energie tipiche della fisica nucleare, ovvero quelle di legame, sono dell'ordine di alcuni MeV, e gli impulsi tipici, ovvero l'impulso di Fermi, sono dell'ordine di 250 MeV/c. Si tratta di valori molti ordini di grandezza al di sotto di quelli degli impulsi Q tipicamente trasferiti negli esperimenti di diffusione utilizzati per studiare le funzioni di struttura dei nucleoni. Ci si può dunque attendere che le funzioni di struttura siano sostanzialmente le stesse sia per la diffusione su nucleoni liberi che su nucleoni legati nei nuclei, tranne naturalmente che per gli effetti cinematici dovuti al moto di Fermi dei nucleoni nel nucleo. In pratica, sperimentalmente, si osserva però una certa influenza del mezzo nucleare circostante sulle distribuzioni in impulso osservate per i quark. Il fenomeno è stato chiamato *effetto EMC*, dal nome della collaborazione che lo scoprì nel 1983[1].
In figura 13.9 sono mostrati i dati dell'esperimento NMC con muoni al CERN

[1] J.J. Aubert et al., Phys. Lett. B123 (1983) 275

e di un esperimento a SLAC, per quanto concerne il rapporto fra le funzioni di struttura per nucleone di ^{4}He, carbonio e calcio rispetto al deuterio. Quest'ultimo è solo debolmente legato e i suoi protone e neutrone possono

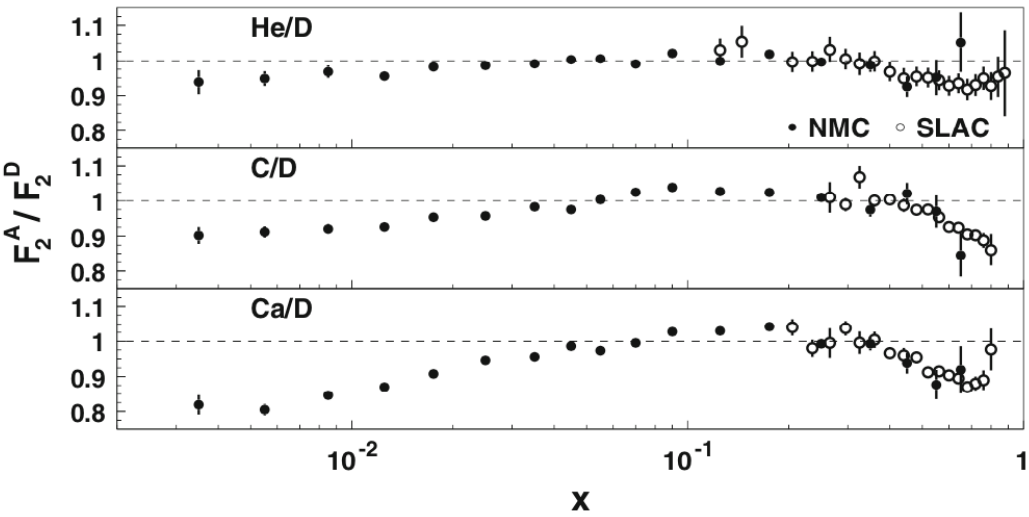


Figura 13.9: Rapporti tra la funzione di struttura F_2 di ^{4}He, carbonio e calcio, rispetto a quella del deuterio, al variare di x.

essere considerati come nucleoni quasi liberi. ^{4}He e deuterio sono anche nuclidi "isoscalari", ovvero ognuno di essi ha ugual numero di protoni e neutroni.
Questo è approssimativamente vero anche per carbonio e calcio: il carbonio naturale è costituito al 99 % dall'isotopo $^{12}_{6}$C, e il calcio al 97 % dall'isotopo $^{40}_{6}$Ca che è il più pesante fra gli isotopi isoscalari stabili. Il vantaggio nel confrontare nuclidi isoscalari è dato dal fatto che si può studiare l'influenza del legame nucleare su F_2 senza doversi preoccupare delle differenze tra F_2^p ed F_2^n.
In figura 13.9 è evidente una chiara deviazione del valore del rapporto dall'unità, per ogni valore di x.
Per $x \lesssim 0.06$, dove le funzione di struttura sono dominate dai quark del mare, il rapporto è inferiore all'unità e decresce al decrescere di x, con un effetto maggiore al crescere del numero di massa A.
Per $0.06 \lesssim x \lesssim 0.3$ il rapporto è leggermente superiore ad 1.
Nell'intervallo $0.3 \lesssim x \lesssim 0.8$, dove prevalgono i quark di valenza, il rapporto ridiventa minore di 1 con un minimo in prossimità di $x \simeq 0.65$.
Le distribuzioni in impulso dei quark sono quindi maggiormente modificate, in corrispondenza dei piccoli valori di x, quando i nucleoni sono legati in un nucleo. Ciò si osserva anche nella zona dove dominano i quark di valenza, e in entrambi i casi l'effetto cresce al crescere della massa del nucleo.

13.5 I risultati della diffusione profondamente anelastica

Ricapitolando i principali risultati degli studi sulla diffusione leptoni-nucleoni:

- Con l'urto elastico $e^- - nucleo$ a medio-basse energie si sono evidenziate la distribuzione della carica elettrica nei nuclei e i dettagli della struttura nucleare.
- L'osservazione dei picchi quasi elastici nelle sezioni d'urto per l'interazione anelastica $e^- - nucleo$, ha rivelato la presenza dei nucleoni quali componenti dei nuclei.
- La diffusione profondamente anelastica ad alte energie fra elettroni, muoni e neutrini su nucleoni ha messo in evidenza che protone e neutrone sono costituiti da quark e che questi ultimi posseggono carica frazionaria. L'analisi dettagliata ha mostrato che protone e neutrone contengono quark del mare, quindi coppie quark-antiquark.
- Si è messo in evidenza che i nucleoni devono contenere anche costituenti neutri con spin intero, i gluoni, che trasportano circa la metà dell'impulso di ogni nucleone.
- Si è constatato che la densità dei partoni in un nucleone cresce al decrescere della variabile x di Bjorken, come mostrato qualitativamente in figura 13.10

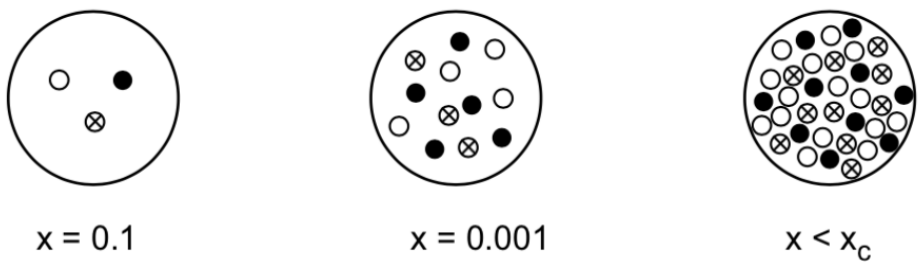


Figura 13.10: Visione qualitativa della densità di partoni osservabile in un protone al variare di x.

Capitolo 17

Stati adronici legati: quarkonia

Gli stati adronici legati piu' semplici sono costituiti da coppie di quark e antiquark pesanti, quali $c\bar{c}$ e $b\bar{b}$ che dato l'elevato valore della loro massa, possono essere trattati con approccio non relativistico. Essi vengono denominati *quarkonia*.
Il modo di trattare questi stati prende spunto da stati legati quali l'atomo di idrogeno e il positronio, in cui pero' l'interazione che determina l'esistenza dello stato legato e' quella elettromagnetica. A questo proposito si rammentano ora alcune caratteristiche di tali strutture.

L'atomo di idrogeno, costituito da un protone e un elettrone, è il più semplice stato legato su scala atomica e in prima approssimazione i suoi stati legati e i livelli energetici possono essere dedotti risolvendo l'equazione di Schrödinger non relativistica utilizzando un potenziale statico coulombiano $V_C \propto 1/r$ essendo sostanzialmente r la distanza dal baricentro del sistema atomico

$$\left(-\frac{\hbar}{2m}\Delta - \frac{\alpha\hbar c}{r}\right)\psi\left(\vec{r}\right) \;=\; E\psi\left(\vec{r}\right) \tag{17.1}$$

con α la costante di struttura fine che rappresenta l'accoppiamento elettromagnetico ed m la massa ridotta del sistema

$$m \;=\; \frac{m_e M_p}{m_e + M_p} \;\simeq\; 0.511 \text{ MeV}/c^2 \tag{17.2}$$

I suoi autostati sono caratterizzati da N nodi nelle funzioni d'onda radiali e dal valore del momento angolare ℓ. Per il potenziale coulombiano si ha che gli stati con i medesimi valori di $n = N + l + 1$ sono degeneri, per cui n viene detto *numero quantico principale*. I livelli energetici permessi E_n

risultano da

$$E_n \;=\; -\frac{\alpha^2 mc^2}{2n^2} \tag{17.3}$$

L'energia di legame dello stato fondamentale ($n = 1$) dell'atomo di idrogeno è pari ad $E_1 = -13.6$ eV. Il raggio di Bohr r_b è dato da

$$r_b \;=\; \frac{\hbar c}{\alpha mc^2} \;\simeq 0.53 \times 10^5 \text{ fm} \tag{17.4}$$

Le interazioni spin-orbita e spin-spin, che determinano rispettivamente le cosiddette *struttura fine* e *iperfine* rimuovono la degenerazione dei livelli energetici principali (figura 17.1). Le correzioni di struttura fine all'andamento del tipo $1/n^2$ dei livelli energetici principali sono dell'ordine di α^2 e quelle iperfini dell'ordine di $\alpha^2(\mu_p/\mu_e)$, essendo μ_i il momento di dipolo magnetico della particella "i". La notazione nl_j indica gli stati per i quali si

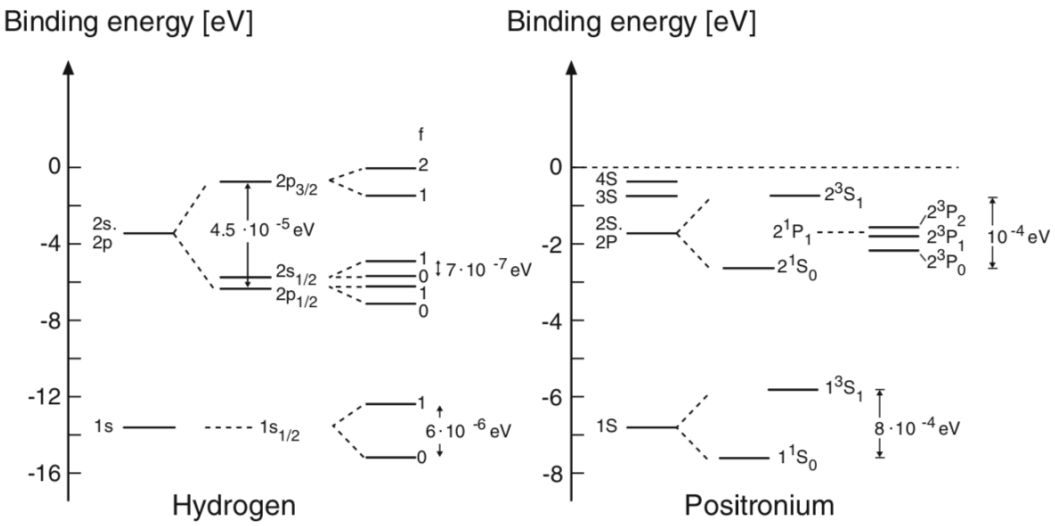


Figura 17.1: Livelli energetici dell'atomo di idrogeno e del positronio.

tiene conto degli effetti di struttura fine. I numeri quantici del momento angolare orbitale, $\ell = 0, 1, 2, 3$ vengono anche denominati s, p, d, f. Il numero quantico j è il momento angolare totale dell'elettrone $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$. Gli effetti di struttura iperfine vengono descritti tramite un ulteriore numero quantico f che descrive il momento angolare totale dell'atomo incluso il contributo $\vec{i}$ dello spin del protone: $\vec{f} = \vec{j} + \vec{i}$.

Come successivo sistema legato più semplice si considera quello costituito da una coppia elettrone-positrone (e^+e^-), detto *positronio*, per il quale la massa ridotta $m = m_e/2$ è praticamente la metà di quella dell'atomo di

idrogeno, mentre l'accoppimento spin-spin è molto maggiore, essendo il momento magnetico μ_e dell'elettrone circa 650 volte superiore a quello μ_p del protone.
La massa ridotta del positronio fa sì che le energie di legame valgano circa la metà di quelle corispondenti dell'idrogeno mentre il raggio di Bohr vale circa il doppio. La maggior intensità dell'accoppiamento spin-spin fa sì che per il positronio sia meno evidente, nello spettro energetico, la gerarchia fra gli effetti di struttura fine e iperfine che invece appare per l'atomo di idrogeno (figura 17.1), in quanto le interazioni spin-orbita e spin-spin hanno per il positronio intensità simili.
Per il positronio i numeri quantici rilevanti sono quindi quello quantico principale n, il momento angolare orbitale L, lo spin totale S e il momento angolare totale J.
S può assumere valore 0 (singoletto) o 1 (tripletto), con J che ubbidisce alla disuguaglianza triangolare $|L - S| \leq J \leq L + S$.
La notazione utilizzata per indicare gli stati del positronio è $n^{2S+1}L_J$ ed il momento angolare orbitale viene rappresentato dalle maiuscole S, P, D, F.
Elettrone e positrone possono annichilirsi e di conseguenza il positronio ha una vita media finita con decadimento prevalente in 2 o 3 fotoni, in funzione dello spin 0 o 1.
L'ampiezza di decadimento in 2 fotoni dello stato 1^1S_0 è data da

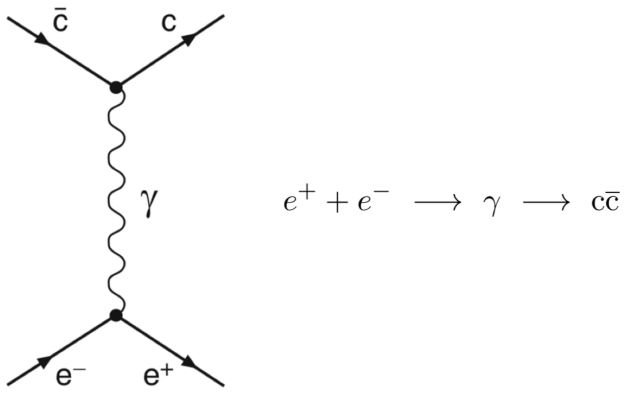
$$\Gamma\left(1^1S_0 \to 2\gamma\right) = \frac{4\pi\alpha^2\hbar^3}{m_2^2 c}|\psi(0)|^2 \tag{17.5}$$

$|\psi(0)|^2$ è calcolata nell'origine e rappresenta quindi la probabilità che e^+ ed e^- si annichilino in un punto. Dalla 17.5 si ottiene per il positronio una vita media pari a circa 10^{-10} s, in ottimo accordo con le misure sperimentali.

In maniera analoga si possono studiare i *quarkonia*, in cui però ad agire è l'interazione forte, e non quella elettromagnetica. Il potenziale efficace e l'intensità dell'accoppiamento forte possono in tal caso essere determinati sperimentalmente dall'analisi degli spettri energetici di questi sistemi e delle probabilità di transizione tra gli stati che li compongono.

17.1 Il charmonio

Il charmonio è uno stato legato $c\bar{c}$ e la nomenclatura con cui si indicano i suoi stati è simile a quella utilizzata per il positronio (le differenze sono dovute a motivi storici!). Il numero quantico principale è dato da $n_{q\bar{q}} = N + 1$, con N il numero di nodi della funzione d'onda radiale.
Un modo per produrre coppie $c\bar{c}$ è dalla conversione di un fotone virtuale generato da un urto e^+e^- a energie nel CM comprese nell'intervallo fra 3 GeV e 4.5 GeV. Variando nell'intervallo indicato le energie dei fasci di



elettroni collidenti si ottiene l'andamento sperimentale della sezione d'urto, mostrato in figura 17.3 in cui si evidenziano picchi associati a risonanze che rappresentano diversi stati del charmonio. Se il processo avviene con lo scambio di un fotone virtuale, come in questo caso, allora possono essere creati soltanto stati con numeri quantici $J^P = 1^-$ e quello a più bassa energia è lo stato 1^3S_1, chiamato J/ψ, con massa di 3.097 GeV/c^2; si sono rivelate risonanze con masse fino a 4.4 GeV/c^2. Gli stati del charmonio sono

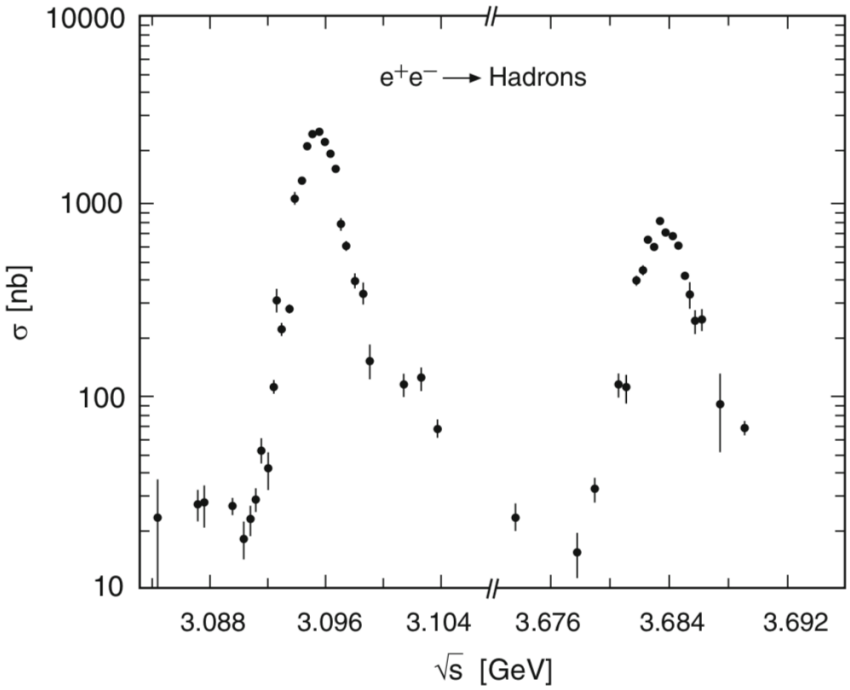


Figura 17.2: Sezione d'urto $e^+ + e^- \longrightarrow$ *adroni*.

instabili e decadono prevalentemente in adroni per il tramite dell'interazione forte. In analogia al caso atomico o al positronio, gli stati eccitati del charmonio possono emettere fotoni decadendo in stati a energie inferiori. I fotoni emessi possono essere rivelati con apparati costituiti ad esempio da cristalli di NaI(Tl)[1] che con opportuna tassellatura coprano l'intero angolo solido attorno al volume di reazione, detti anche rivelatori 4π. In figura 17.3

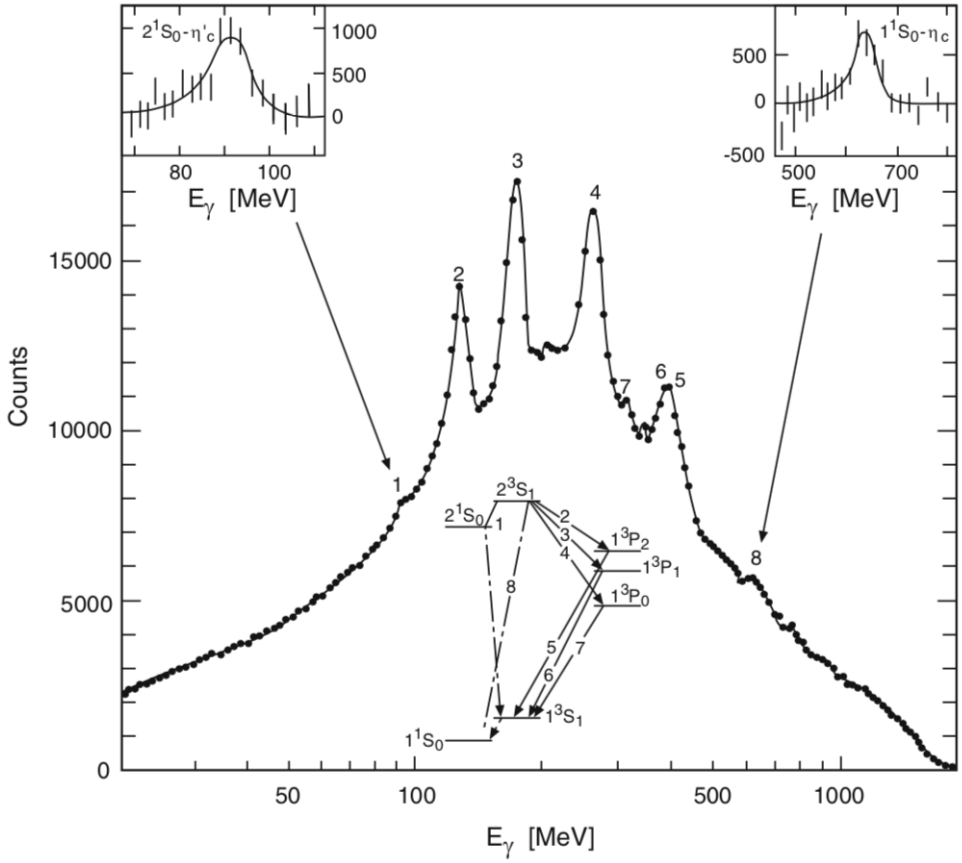


Figura 17.3: Spettro dei fotoni emessi dal decadimento di $\psi(2^3S_1)$, misurato dal rivelatore Crystal Ball. Nel diagramma le linee continue rappresentano transizioni di dipolo elettrico con cambio di parità, quelle tratteggiate transizioni di dipolo magnetico con conservazione della parità.

è mostrato cosa la Crystal Ball ha rivelato dello stato eccitato $\psi(2^3S_1)$ del charmonio: lo spettro di emissione γ è piuttosto ricco con evidenza di 8 righe fra 100 MeV e 700 MeV. Le righe più intense sono quelle associate alle

[1]Come ad esempio la "Crystal Ball" utilizzata presso lo Stanford Linear Accelerator Center con l'acceleratore SPEAR a partire dal 1979, e in seguito utilizzata a DESY per esperimenti sulla fisica del quark "b", per tornare infine nel 1996 negli USA, presso l'AGS del Brookhaven National Laboratory.

transizioni di dipolo elettrico che ubbidiscono alle regole di selezione $\Delta L = 1$ e $\Delta S = 0$. Si riescono ad osservare anche le transizioni di dipolo magnetico, benchè più deboli di quelle di dipolo elettrico, dato che per stati $c\bar{c}$ l'interazione spin-spin è significativamente più intensa che nel caso atomico, dove la distanza fra le due particelle interagenti è molto maggiore (circa di un fattore 10^5).

Si ricordi che l'apparente semplicità degli stati del quarkonio sono una diretta conseguenza dei grandi valori delle masse dei quark charm e bottom, per cui quark e antiquark si muovono prevalentemente nell'ambito del potenziale a breve range, con velocità ben al di sotto di valori relativistici.

Similmente al charmonio vi sono poi anche stati legati di coppie $b\bar{b}$ o $t\bar{t}$, dette *bottonomio* e *toponomio*.

17.2 Il potenziale quark - antiquark

Gli stati di charmonio e positronio hanno, per $n = 1$ ed $n = 2$, una struttura molto simile, a parte un fattore di scala dell'ordine di 10^8. Per valori superiori di n gli stati del charmonio invece non mostrano più l'andamento proporzionale a $1/n^2$ tipico del positronio (e dell'atomo di idrogeno). Sic-

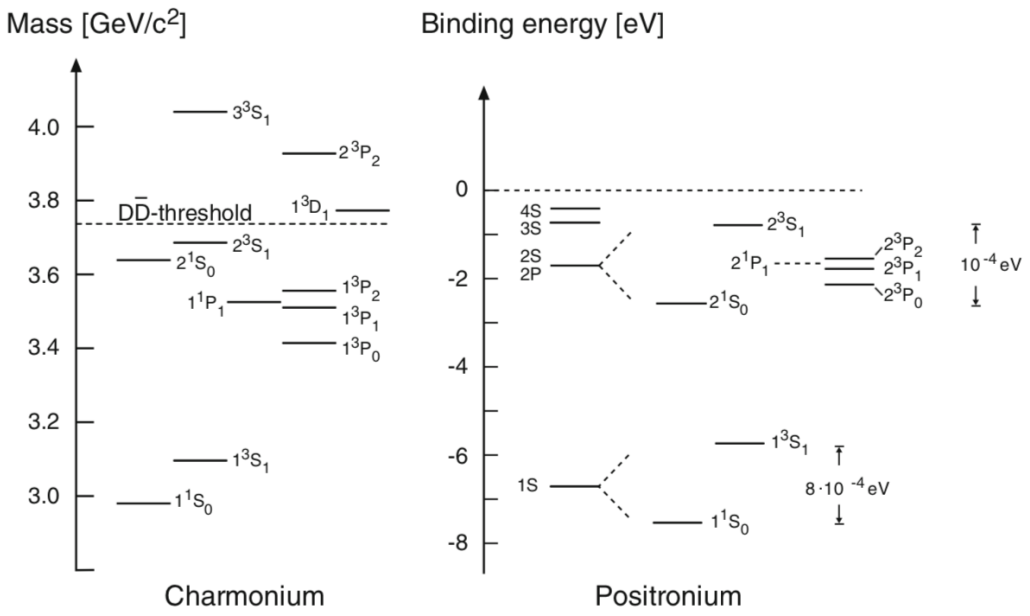


Figura 17.4: Livelli energetici del charmonio e del positronio.

come il potenziale d'interazione determina le posizioni relative dei livelli

energetici, questo risultato sperimentale suggerisce che anche il potenziale dell'interazione forte, come quello elettromagnetico, deve essere di tipo coulombiano alle distanze più piccole, ovvero per $n = 1, 2$.
Ciò è in accordo con quanto previsto dalla QCD che predice un potenziale fra quark che a corte distanze va come $1/r$.
Il fatto però che per il charmonio non vi sia degenerazione fra gli stati 2^3S e 1^3P, come invece nel positronio, evidenzia che il potenziale non può per l'interazione fra quark, considerarsi puramente coulombiano, anche alle distanze più piccole. Ricordando che i quark non sono sperimentalmente osservati come particelle libere, si può assumere il potenziale costituito da due componenti, una di tipo coulombiano dominante alle distanze minori, cui si somma un termine linearmente crescente con la distanza di separazione fra i quark che prevale alle distanze maggiori; questo giustifica anche il fatto che i quark siano confinati negli adroni. Si può dunque scrivere il potenziale fra quark come

$$V(r) \;=\; -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s(r)\hbar c}{r} + kr \tag{17.6}$$

con i comportamenti asintotici $V(r \to 0) \propto 1/r$ e $V(r \to \infty) \propto \infty$. Il fattore 4/3 deriva dal fatto che i quark possono esistere in tre stati di colore. Il termine d'accoppiamento forte $\alpha_s(r)$ non è costante, come invece quello analogo per il caso elettromagnetico, ma dipende dalla separazione r fra i partoni e diminuisce al diminuire della distanza fra essi. Questa risulta una conseguenza diretta della QCD e si manifesta con la cosiddetta proprietà di *libertà asintotica* per l'interazione forte, per cui si possono considerare i quark alla stregua di particelle semi-libere quando la separazione fra essi è molto piccola, come discusso nel caso della diffusione profondamente anelastica. In figura 17.5 sono illustrati l'andamento delle linee per un campo di

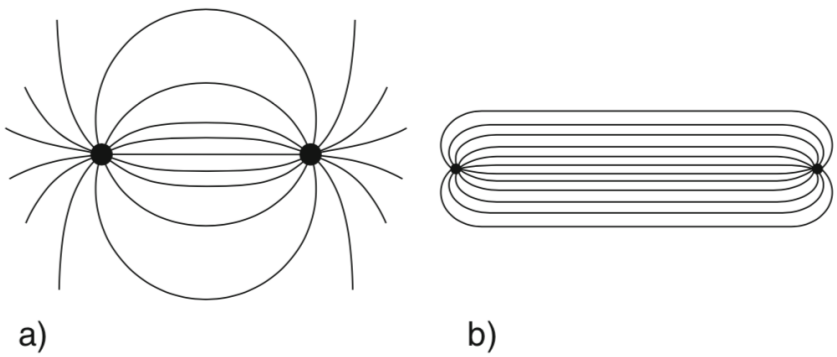


Figura 17.5: a) Linee di campo per un andamento dipolare ($V \propto 1/r$) fra due cariche elettriche, b) e per un andamento del tipo $V \propto r$, come fra due quark a significativa distanza l'uno dall'altro.

tipo dipolare e per uno derivante da un termine del tipo kr, che dá luogo a

una configurazione in cui le linee di campo si raggruppano in un "tubo di flusso". Le linee di forza tra i quark appaiono "stirate" e l'energia associata al campo cresce linearmente all'aumentare della distanza fra i quark. La quantità k, assunta costante, determina sostanzialmente l'energia del campo per unità di lunghezza e viene detta *tensione della stringa*. I livelli ener-

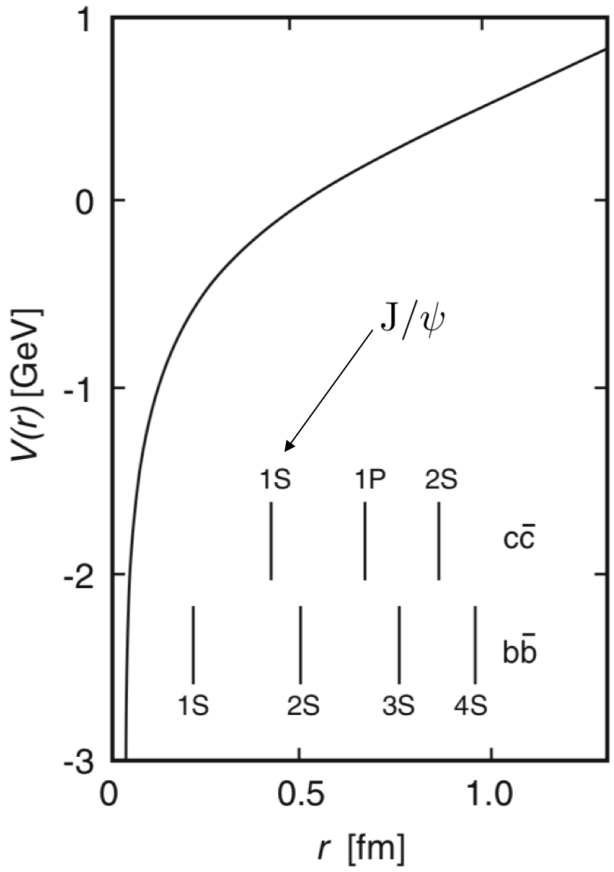


Figura 17.6: Potenziale di interazione forte verso la distanza fra i quark interagenti. I segmenti verticali indicano le "dimensioni radiali" degli stati $c\bar{c}$ e $b\bar{b}$ calcolate tramite un potenziale del tipo 17.6.

getici del charmonio non dipendono però soltanto dal potenziale ma anche dai termini cinetici dell'Hamiltoniana che contengono la massa incognita m_c del quark charm. Una stima grezza delle quantità incognite α_s, k ed m_c può essere ottenuta dal fit sui livelli energetici principali degli stati $c\bar{c}$ con l'equazione di Schrödinger non-relativistica contenente un potenziale della forma 17.6. Valori tipici per questi fit danno
$\alpha_s \approx 0.15 \div 0.25$
$k \approx 1$ GeV/fm
$m_c \approx 1.5$ GeV/c^2

Si noti che m_c è la massa del quark costituente c, ovvero la massa efficace del quark nello stato legato[2], e che la costante d'accoppiamento nel charmonio è da 20 a 30 volte superiore a quella elettromagnetica di struttura fine, $\alpha \simeq 1/137$. Dalla figura 19.3 si desume che le dimensioni lineari r della J/ψ, lo stato 1^3S_1 del charmonio, sono circa pari a 0.4 fm, ovvero cinque ordini di grandezza inferiori a quelle del positronio.
Per una descrizione più completa dei livelli energetici bisogna tener conto anche dei contributi al potenziale derivanti dagli accoppiamenti spin-orbita e spin-spin.

Così come il potenziale coulombiano descrive una forza decrescente con la distanza, il cui integrale di linea rappresenta l'energia di ionizzazione, il potenziale d'interazione forte descrive una forza tra quark che si mantiene costante al crescere della distanza fra essi. Quindi togliere una particella

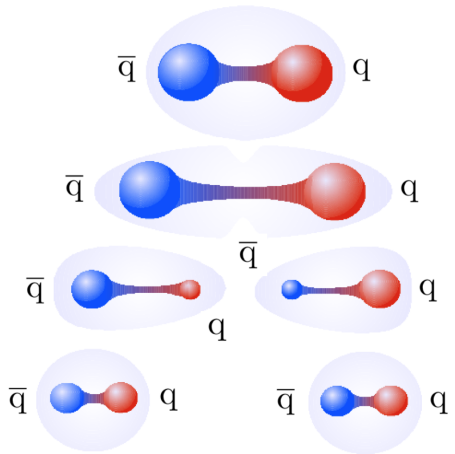


Figura 17.7: Schema del meccanismo di adronizzazione.

dotata di colore, come un quark, da un adrone, richiederebbe un'energia infinitamente grande. L'impossibilità di isolare particelle "colorate" fa quindi sì che in natura si trovino solo particelle cromaticamente neutre, anche se ciò non significa però che non si possa staccare un quark da un altro. In questo caso il risultato non sarà però la produzione di quark liberi ma quella di nuovi adroni, e ciò avverrà quando l'energia nel tubo di flusso, ovvero nella "stringa" congiungente i due quark in allontanamento, avrà superato una

[2]La massa efficace consta di due contributi, la massa del quark "nudo" e una parte "dinamica" dovuta alla "nuvola" di quark e gluoni del mare che circondano il quark costituente. Gli adroni charmati sono da 4 a 10 volte più pesanti degli adroni immediatamente più leggeri, e dato che il contributo dinamico alla massa è circa equivalente per ogni adrone, ciò significa che la massa del quark costituente c è quasi tutta dovuta al contributo di "massa nuda".

specifica soglia che permetta la formazione di due nuovi quark che separandosi contribuiranno a costituire il nuovo adrone.
Se ad esempio in un processo di diffusione profondamente anelastica si ha l'espulsione di un quark da un adrone, come schematizzato in figura 17.7, dove l'adrone è un generico mesone, il tubo di flusso di colore (stringa) che si forma fra questo quark e il sistema adronico residuo si rompe quando raggiunge una lunghezza dell'ordine di $1 \div 2$ fm, convertendo nel punto di rottura l'energia della tensione della stringa in una coppia quark-antiquark che separatamente si attaccano alle estremità rotte della stringa, generando due adroni cromaticamente neutri. Questo è il processo detto di *adronizzazione*.

Capitolo 22

La forza nucleare

Si riassume quanto visto e discusso sulle forze nucleari. L'esistenza di nuclei stabili implica che l'interazione nucleone-nucleone è attrattiva e più intensa di quella coulombiana, anche se non può mantenersi attrattiva a qualunque distanza, altrimenti i nuclei collasserebbero su loro stessi; ciò suggerisce la presenza di un "core" repulsivo a brevi distanze. Questo "core" può essere ignorato considerando la struttura nucleare a basse energie, dato il modo in cui la capacità che una particella incidente ha di sondare una struttura bersaglio a brevi distanze, dipende dall'energia.
All'ordine più basso il potenziale può essere rappresentato da un termine centrale dominante, dipendente esclusivamente dalla separazione radiale fra le particelle coinvolte, assieme a un piccolo contributo di tipo non-centrale.
Dagli esperimenti sull'interazione nucleone-nucleone si sa che essa è a range breve, dello stesso ordine di grandezza delle dimensioni nucleari, e quindi non può essere imputata allo scambio diretto di gluoni, come avviene per la forza forte fondamentale fra quark.
Il confronto fra i dati della diffusione n-n e p-p, tenuto conto dell'interazione coulombiana, mostra che la forza nucleare gode della *simmetria di carica* ed è quindi sostanzialmente indipendente dalla carica elettrica (p-p = n-n = p-n), come visto nel paragrafo 4.3.11.
Gli studi effettuati sul deutone hanno evidenziato che le forze nucleari hanno una dipendenza dallo spin: la forza fra protone e neutrone in uno stato di spin totale 1 (spin paralleli), è infatti abbastanza intensa da permettere il debole legame che garantisce l'esistenza del deutone, mentre il potenziale per lo stato con spin totale 0 (spin anti-paralleli) non contempla stati legati.
Si ricorda infine che le forze nucleari mostrano *saturazione*, per cui ogni nucleone di un nucleo ha praticamente interazioni attrattive solo con un numero limitato di altri nucleoni del nucleo a lui vicini, e questo discende dal breve raggio d'azione delle forze nucleari e si evidenzia nella forma dell'andamento dell'energia media di legame mostrato in figura 4.5.

22.2 Analogia atomico-molecolare

Idealmente si vorrebbe poter interpretare il potenziale nucleone-nucleone in termini della dinamica delle interazioni fondamentali fra quark. Non si è ancora in grado di farlo ma si può ragionare per analogia. In figura 22.5 è schematicamente illustrato l'andamento radiale del potenziale nucleone-nucleone così come dedotto dalla gran messe di dati forniti dallo studio di interazioni elastiche p-p e n-p. È evidente la somiglianza col potenziale agen-

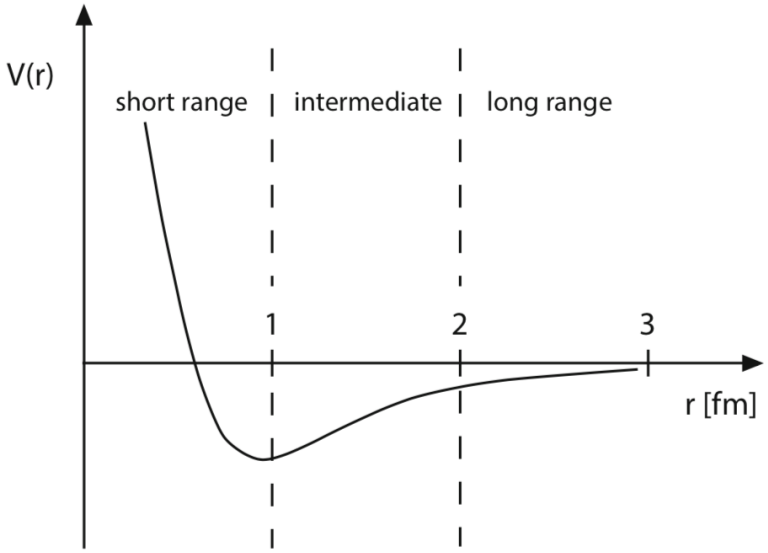


Figura 22.5: Andamento radiale del potenziale nucleone-nucleone in un nucleo.

te fra due atomi, con una componente repulsiva a distanze compatibili con la sovrapposizione spaziale delle due strutture e una attrattiva a distanze maggiori che poi diminuisce al crescere di queste.
Ragionando dunque per analogia col caso delle strutture atomiche e molecolari, si immagina che i quark giochino il ruolo degli elettroni. Vi sono in tal caso alcune possibilità quali interazioni di tipo "ionico", di tipo "van der Waals" o di tipo "covalente".
La prima tipologia può essere subito scartata per il caso nucleare, in quanto richiederebbe il "prestito a lungo termine" di un quark da un nucleone ad un altro nucleone e ciò non è compatibile con le intense forze di confinamento che caratterizzano l'interazione fra quark in un nucleone.

Anche la seconda tipologia va scartata in quanto lo scambio di una coppia di gluoni che ne conseguirebbe da luogo a un contributo troppo debole per giustificare l'effettiva interazione nucleare a distanze intermedie.
Rimane dunque la forma di legame covalente che nel caso nucleare dovrebbe corrispondere a una forma di compartecipazione di un singolo quark tra due diversi nucleoni. Questi devono tuttavia restare cromaticamente neutri durante la forma di interazione descritta, per cui il quark compartecipato da un nucleone deve essere dello stesso colore di quello compartecipato dall'altro nucleone. L'effetto di ciò, essendoci tre possibili diversi stati di colore, è di ridurre la forza che ne consegue al punto che questo solo meccanismo non è in grado di giustificare la profondità osservata per il potenziale nucleare. Si tenga però presente che in aggiunta ai tre quark di valenza, in un nucleone vi sono anche fluttuazioni di coppie quark-antiquark del mare, e nel caso in cui tali coppie siano cromaticamente neutre potranno anch'esse essere compartecipate fra due nucleoni, contribuendo all'interazione. Risulta anzi che il loro contributo è maggiore rispetto a quello di singoli quark. I più leggeri fra questi di-quark sono i pioni π, il cui scambio fra nucleoni costituisce il grosso della parte attrattiva della forza nucleare.
In linea di principio la repulsione a breve range potrebbe essere imputata allo scambio di di-quark (mesoni) più pesanti eventualmente in differenti stati di spin totale. Dai dati sperimentali emergono molti candidati mesonici possibili, in accordo con le predizioni del modello a quark, e ogni scambio risulta responsabile di uno specifico contributo al potenziale totale nucleone-nucleone. Modelli che tengono conto di alcuni di questi possibili scambi sono in grado di fornire eccellenti fit dei dati ottenuti da esperimenti di diffusione nucleone-nucleone. Questi modelli di scambio bosonico sono però di tipo "semi-fenomenologico", non in grado quindi di fornire una spiegazione fondamentale della parte repulsiva.

Nel caso di due atomi legati in una stessa molecola, la parte repulsiva a brevi distanze è dovuta al principio d'esclusione di Pauli. Considerando infatti che normalmente gli elettroni dei due atomi occupano i livelli energetici più bassi possibili, si ha che se i due atomi si avvicinano, come nel caso di un urto, e quindi le due nuvole elettroniche iniziano a sovrapporsi spazialmente, allora alcuni degli elettroni che le popolano, dovendo ubbidire al principio d'esclusione, vengono forzatamente eccitati a livelli energetici superiori e ciò non può che avvenire a carico di una frazione dell'energia cinetica disponibile nel canale d'ingresso; è questo che genera l'effetto repulsivo a distanze ridotte.
Anche i quark di un sistema di due nucleoni ubbidiscono al principio d'esclusione, per cui la funzione d'onda che descrive quei 6 quark deve necessariamente essere anti-simmetrica. Il numero di quark che possono occupare lo stato a più bassa energia, con $\ell = 0$, senza violare il principio di Pauli è però pari a 12, in quanto i quark coinvolti si differenziano su tre possibili diversi

stati di colore, su due diversi possibili stati di spin e su due diversi possibili stati di isospin (quark *up* e quark *down*). La parte di spin-isospin della funzione d'onda completa deve dunque essere simmetrica in quanto la parte legata al colore è antisimmetrica e quella spaziale, per $\ell = 0$, è simmetrica. Si ha perciò che il principio d'esclusione non limita, per quanto concerne la funzione d'onda spaziale, la possibilità che i 6 quark costituenti due nucleoni possano occupare il livello energetico più basso ($\ell = 0$); di conseguenza la ragione della presenza del "core" repulsivo va cercata altrove.
Si osservi che l'energia potenziale cresce se tutti i 6 quark restano nello stato con $\ell = 0$ mantenendo gli spin allineati; si confronti ad esempio la massa della risonanza $\Delta(1232)$, i cui tre quark componenti hanno gli spin allineati, con quella del generico nucleone, più leggero di circa 295 MeV$/c^2$, in cui una coppia di quark componenti si trova nella condizione di spin antiparalleli. Nel caso dei 6 quark, se quando i due nucleoni si "sovrappongono" restano tutti nello stato con $\ell = 0$, è chiaro che il numero di coppie di quark con spin paralleli è maggiore rispetto al considerare i nucleoni singolarmente, e quindi l'energia potenziale del sistema aumenta; si trova che l'aumento, per ogni coppia in più di quark con spin paralleli, equivale a metà della differenza in energia fra la massa della Δ e quella del nucleone.
È d'altronde ragionevole che il sistema di due nucleoni cerchi spontaneamente di minimizzare questo contributo alla propria energia massimizzando il numero di coppie di quark con spin anti-paralleli, ma ciò entra in competizione con l'esigenza che la parte di spin-sapore della funzione d'onda sia completamente simmetrica, se tutti i 6 quark restano nello stato con $\ell = 0$. Si trova che il contributo energetico può essere ridotto se almeno una coppia di quark si pone nello stato con $\ell = 1$. L'energia d'eccitazione necessaria a questo è però confrontabile con la diminuzione dell'energia di appaiamento di spin che si ottiene, quindi in ogni caso l'energia potenziale del sistema di due nucleoni aumenta se essi tendono verso una grande sovrapposizione spaziale mutua.
La repulsione che si osserva a brevi distanze è dunque conseguenza sia dell'aumento dell'energia dovuta agli appaiamenti di spin che dell'eccitazione di coppie di quark a stati con $\ell = 1$.
La forza nucleare viene anche detta "interazione forte *residua*", intendendo come "interazione forte" tout court quella che interviene fra i quark all'interno di ogni nucleone.

22.3 Il potenziale di Yukawa (* Non fatto)

Si veda ora quello che è stato storicamente il primo approccio al problema della forza nucleare in termini di scambio di bosoni, formulato da Yukawa. Egli considerò la questione del raggio d'azione della forza nucleare da una prospettiva nuova, mutuandola dall'approccio che ha condotto a interpretare

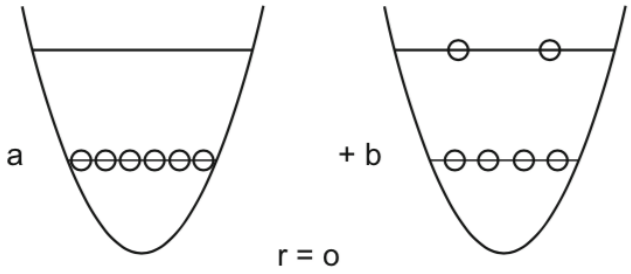


Figura 22.6: Lo stato dei quark per due nucleoni fortemente sovrapposti. In un'approssimazione non adiabatica si trova che domina la configurazione b che diviene però sempre meno importante all'allontanarsi reciproco dei due nucleoni.

e spiegare le interazioni elettromgnetiche fra sorgenti del campo elettromagnetico, cioè le cariche elettriche, in termini di scambio, ovvero emissione e assorbimento, di fotoni γ, i quanti mediatori dell'interazione elettromagnetica, che sono bosoni.
La propagazione dei fotoni è descritta dalle equazioni di Maxwell e avviene alla velocità della luce, pari a c nel vuoto. Questo porta, come diretta conseguenza della Relatività Ristretta, a definire il fotone *privo di massa*, $m_\gamma = 0$. Inoltre il potenziale coulombiano è proporzionale all'inverso della distanza dalla sorgente del campo:

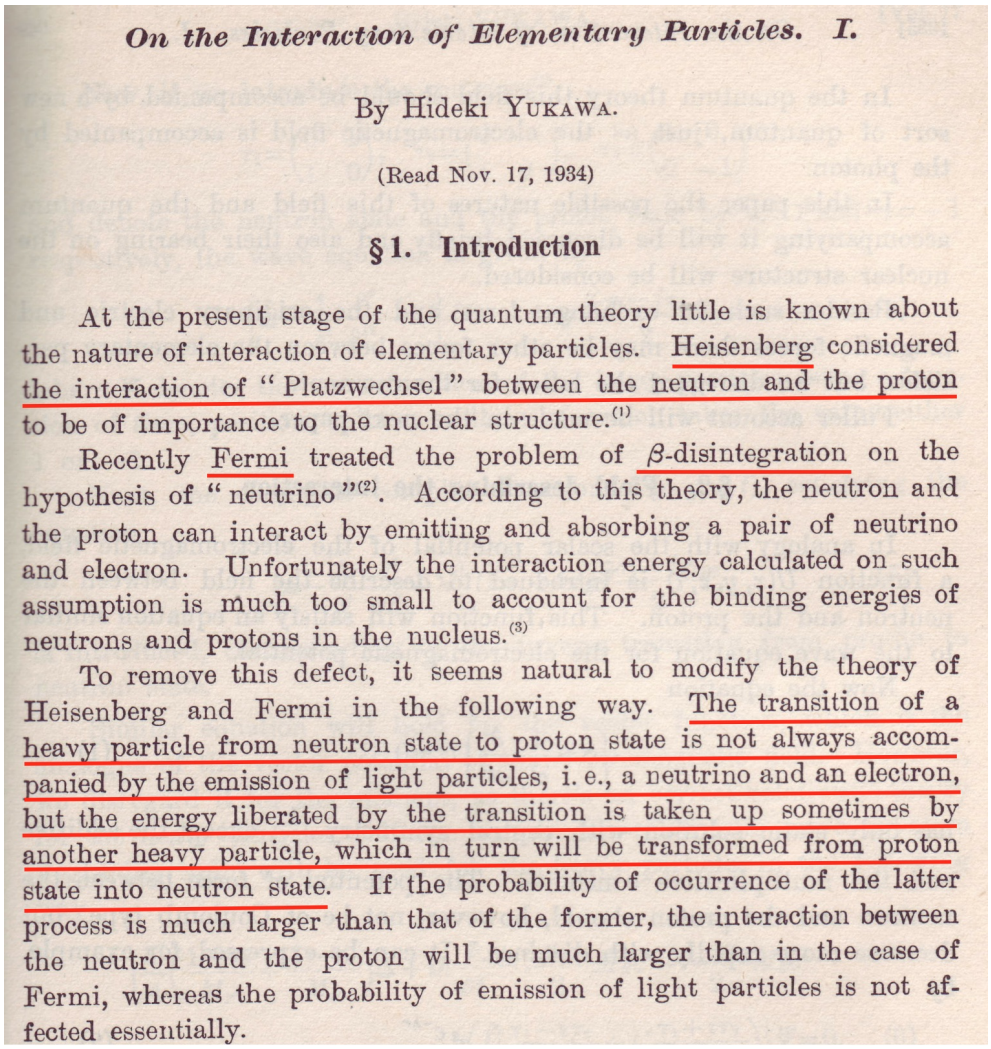
$$V_C(r) \propto \frac{1}{r} \tag{22.10}$$

il che determina il lungo raggio d'azione della forza associata.
Immaginando anche la forza nucleare come un tipo di interazione in cui vi sia una particella mediatrice scambiata, sempre un bosone, che possegga però una massa non nulla, Hideki Yukawa[4], nel 1934, individuò per la forza nuclare un potenziale corrispondente della forma

$$V_Y(r) \propto \frac{e^{-\frac{mc}{\hbar}\ r}}{r} \tag{22.11}$$

dove m rappresenta la massa della particella mediatrice dell'interazione. Il potenziale di Yukawa, nel limite in cui $m \to 0$, tende alla forma coulombiana.
È interessante e utile leggere, in figura 22.7, le prime righe dell'articolo in cui Yukawa descriveva l'origine della sua idea, per poi svilupparla. Trascurando la dipendenza dallo spin, il che non pregiudica la comprensione di alcune fondamentali caratteristiche dell'interazione fra nucleoni, il ragionamento di

[4]Hideki Yukawa, "On the interaction of elementary particles I" _ Proc. Phys. Math. Soc. Jap. 17 (1935) 48-57



On the Interaction of Elementary Particles. I.

By Hideki YUKAWA.

(Read Nov. 17, 1934)

§ 1. Introduction

At the present stage of the quantum theory little is known about the nature of interaction of elementary particles. Heisenberg considered the interaction of "Platzwechsel" between the neutron and the proton to be of importance to the nuclear structure.[1]

Recently Fermi treated the problem of β-disintegration on the hypothesis of "neutrino"[2]. According to this theory, the neutron and the proton can interact by emitting and absorbing a pair of neutrino and electron. Unfortunately the interaction energy calculated on such assumption is much too small to account for the binding energies of neutrons and protons in the nucleus.[3]

To remove this defect, it seems natural to modify the theory of Heisenberg and Fermi in the following way. The transition of a heavy particle from neutron state to proton state is not always accompanied by the emission of light particles, i. e., a neutrino and an electron, but the energy liberated by the transition is taken up sometimes by another heavy particle, which in turn will be transformed from proton state into neutron state. If the probability of occurrence of the latter process is much larger than that of the former, the interaction between the neutron and the proton will be much larger than in the case of Fermi, whereas the probability of emission of light particles is not affected essentially.

Figura 22.7: Introduzione dell'articolo di Yukawa.

Yukawa può essere così schematizzato.
Si considerino due nucleoni di massa M in quiete nel sistema del laboratorio, per cui l'energia totale del sistema fisico da loro rappresentato è pari a $2Mc^2$. Si supponga che uno dei due nucleoni emetta un bosone di massa m prendendo in qualche modo "a prestito" l'energia di massa mc^2 necessaria e conseguentemente la variazione dell'energia totale del sistema risulta non inferiore a $\Delta E = mc^2$. Questa *fluttuazione energetica* ΔE, che di per sè, da un punto di vista classico, violerebbe il principio di conservazione dell'energia, può aver luogo purchè la sua durata temporale sia vincolata dalla relazione di indeterminazione $\Delta E \Delta t \geq \hbar$. Quindi, come limite superiore conseguente per Δt si ottiene: $\Delta t = \hbar/(mc^2)$.

Supponendo come caso limite che il bosone sia emesso a velocità c, nell'intervallo di tempo Δt concessogli dal principio di indeterminazione può percorrere la distanza

$$a_0 = c\Delta t = \frac{\hbar}{mc} \tag{22.12}$$

che coincide con la cosiddetta *lunghezza d'onda Compton* $\lambda\!\!\!^{-}$ del bosone di massa m e che tende ad ∞ per $m \to 0$, coerentemente col fatto che il raggio d'azione dell'interazione elettromagnetica risulti infinito. Ne consegue che i due nucleoni possono interagire se la loro distanza mutua r è inferiore ad a_0, e non interagiscono o interagiscono debolmente se $r > a_0$, che definisce quindi il *raggio d'azione* delle forze nucleari.
Assumendo, per quanto visto in precedenza e noto dai dati sperimentali, ragionevolmente pari a circa $1.4 \cdot 10^{-15}$ m il valore di $\lambda\!\!\!^{-}$ e quindi del raggio d'azione a_0 della forza nucleare, si ottiene per m:

$$\begin{aligned} m = \frac{\hbar}{\lambda\!\!\!^{-}\, c} &\approx \frac{6.583 \times 10^{-22} \times 2.998 \times 10^{8}}{c \times 1.4 \times 10^{-15}} \; \frac{\text{MeV s}}{\text{m}} \approx \\ &\approx \frac{1.9736 \times 10^{-13}}{c^2 \cdot 1.410^{-15}} \text{ MeV} \approx 141 \; \frac{\text{MeV}}{c^2} \end{aligned} \tag{22.13}$$

Nota quindi la massa della particella mediatrice si può predire il raggio d'azione dell'interazione, e viceversa. Si noti che si è anche implicitamente fatta l'ipotesi che l'intensità dell'*accoppiamento* considerato sia la medesima fra la particella mediatrice e qualunque dei due nucleoni considerati.
Nel 1936, studiando i raggi cosmici, fu scoperto il muone μ che avendo una massa di 105.66 MeV/c^2, si pensò potesse essere la particella ipotizzata da Yukawa. Analizzandone il comportamento si osservò però che il muone non era sensibile all'interazione nucleare, e quindi non poteva essere la particella mediatrice cercata.
Questa, chiamata pione π, fu poi effettivamente scoperta nel 1947 da C. Lattes, G. Occhialini e C. Powell analizzando, presso l'Università di Bristol, le tracce lasciate in emulsioni fotografiche dai prodotti di reazioni causate sempre da raggi cosmici[5].
Il pione era effettivamente la particella mediatrice cercata[6]: esistono tre tipi di pioni, due carichi e uno neutro di masse rispettive

$$m_{\pi^+} = m_{\pi^-} = 139.57 \text{ MeV}/c^2$$

$$m_{\pi^0} = 134.98 \text{ MeV}/c^2$$

Si prosegue ora sulla scia di Yukawa per individuare la forma del potenziale cercato. Nel caso dell'interazione elettromagnetica fra due cariche uguali q, l'energia potenziale del campo nelle zone di spazio non occupate dalle

[5] Si veda l'immagine in figura 9.2
[6] Si veda il paragrafo 9.3

cariche elettriche, espressa da $U_C(r) = q^2/4\pi\epsilon_0 r$, è soluzione dell'equazione differenziale di Laplace nel caso statico

$$\nabla^2 U_C(r) = 0 \tag{22.14}$$

Ci si può quindi chiedere come modificare la 22.14 quando le forze fra due sorgenti del campo sono caratterizzate da un raggio d'azione finito. La modifica più intuitiva consiste nell'aggiungere una costante che tenda a zero quando il raggio d'azione dell'interazione tende all'infinito, che per motivi dimensionali sia inversamente proporzionale al quadrato di una lunghezza e di segno tale da generare un potenziale che si annulli all'infinito. L'ultima condizione, come si vedrà, richiede una costante definita negativa, per cui è opportuno scriverla come l'opposto del quadrato di qualcosa. La conseguente modifica dell'equazione di Laplace porta alla

$$(\nabla^2 - \mu^2)U(r) = 0 \tag{22.15}$$

detta *equazione di Klein-Gordon* statica, in cui $\mu = 1/a_0$. Si osservi che al limite $\mu \to 0$ che equivale ad $a_0 \to \infty$, e quindi $m \to 0$, la 22.15 si riconduce alla 22.14.
Data la simmetria sferica del problema impostato, si consideri la parte radiale del Laplaciano

$$\left(\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}r^2} + \frac{2}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} - \mu^2\right) U(r) = 0 \tag{22.16}$$

che cercando una soluzione del tipo $U(r) = y(r)/r$, diventa

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}r^2}\, y(r) - \mu^2\, y(r) = 0 \tag{22.17}$$

che ha come integrale generale

$$y(r) = c_0 e^{-r/a_0} + c_1 e^{r/a_0} \tag{22.18}$$

Per evitare che $y(r)$ diverga, per $r \to \infty$ bisogna porre $c_1 = 0$. Posto poi $c_0 = -g^2/4\pi$ si ottiene l'espressione dell'energia potenziale di Yukawa

$$U_Y(r) = -\frac{g^2}{4\pi}\,\frac{e^{-r/a_0}}{r} \tag{22.19}$$

che come il potenziale coulombiano diverge per $r \to 0$, ma tende asintoticamente a zero molto più rapidamente al crescere della distanza fra i due nucleoni, oltre il valore della lunghezza d'onda Compton a_0 del pione π.
La quantità g, omogenea a una carica elettrica, è detta carica mesonica e $\alpha_X = g^2/4\pi\hbar c$ rappresenta la *costante d'accoppiamento*[7] tra i nucleoni e il

[7] Si trova che g ha in generale una dipendenza dall'impulso del mesone scambiato.

cosiddetto *campo mesonico*, similmente a come $\alpha = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$ rappresenta la costante d'accoppiamento tra gli elettroni e il *campo elettromagnetico* o *fotonico*.
Espressioni più raffinate del potenziale nucleone-nucleone, ottenibili nell'ambito della *teoria mesonica* delle interazioni nucleari, tengono conto dell'esistenza dei tre tipi di pioni (π^+, π^0, π^-) e come accennato nel paragrafo precedente, di altri mesoni più pesanti e delle loro proprietà di simmetria, che determinano la scelta del termine di *sorgente* del campo mesonico, assente nell'equazione di Klein-Gordon qui dedotta e risolta, oltre che dell'indipendenza delle forze nucleari dalla carica elettrica.
Si ricordi comunque che l'interazione nucleare è in realtà il complicato effetto risultante di come agiscono le interazioni forti fondamentali fre le distribuzioni di quark, costituenti e del mare, all'interno dei due nucleoni.