## Capitolo 26

## Evoluzione stellare e sintesi degli elementi

La stretta trama che collega la fisica nucleare e l'astrofisica risale agli anni "30 quando Bethe, Weizsäcker e altri cercarono di tracciare un equilibrio quantitativo tra l'energia emessa dal Sole e l'energia che potrebbe essere liberata dalle reazioni nucleari allora conosciute, anche se era stato Eddington nel 1920 ad aver intuito che la fonte di produzione di energia nelle stelle fosse la fusione nucleare.

Le basi della moderna astrofisica furono tuttavia poste da Fred Hoyle<sup>1</sup> verso la fine degli anni "40 del 20° secolo. Il programma di ricerca da lui proposto richiese il trattamento di una rilevante quantità di osservazioni astronomiche, lo studio della dinamica dei plasmi nell'interno delle stelle e calcoli sulle sorgenti d'energia basate sulla conoscenza di sezioni d'urto per reazioni nucleari, misurate in laboratorio. L'evoluzione stellare e la formazione degli elementi sarebbero state affrontate assieme.

L'abbondanza osservata degli elementi deve essere spiegabile tramite un processo di sintesi degli stessi sia nella fase iniziale di creazione dell'universo che per effetto delle reazioni nucleari che hanno luogo all'interno delle stelle, costituendo quindi un test decisivo di consistenza per i modelli di evoluzione stellare.

Le stelle si originano dalla contrazione gravitazionale di polveri e gas presenti nel cosmo. Questa materia base è costituita pressochè soltanto da idrogeno ed elio primordiali. La contrazione determina un riscaldamento della parte centrale della stella nascente e quando temperatura e pressione sono sufficientemente alte da rendere possibile la fusione nucleare, comincia a prodursi radiazione la cui pressione associata contrasta l'ulteriore contrazione della stella.

Dal teorema del viriale per la forza gravitazionale si deduce che la tem-

 $<sup>^1{\</sup>rm F.}$  Hoyle. Mon. Not. R. Astro. Soc. 106 (1946) 343; F. Hoyle, Astrophys. J. Suppl. 1 (1954) 121.

peratura della stella diminuisce andando dal suo centro verso la superficie esterna e questo significa che a qualsiasi distanza dal centro della stella, ma sempre restando al suo interno, l'energia cinetica media di un atomo è pari alla metà della sua energia potenziale. L'energia prodotta all'interno della stella dalle reazioni nucleari è trasportata verso la superficie della stella stessa dalla radiazione prodotta, e la materia costituente la stella non è significativamente rimescolata da tale processo. La composizione chimica di una stella cambia significativamente, durante la sua esistenza, nella regione del suo "core", dove hanno luogo le reazioni nucleari che la alimentano.

Una stella in equilibrio produce, tramite reazioni nucleari, tanta energia quanta ne irradia. La condizione d'equilibrio è quindi fortemente dipendente dal rateo delle reazioni di fusione. L'energia può essere prodotta fondendo assieme nuclei leggeri e risulta particolarmente efficiente in un processo in cui fondendo isotopi dell'idrogeno si ottiene <sup>4</sup>He, dato che la differenza fra l'energia di legame per nucleone di quest'ultimo, pari a 7.07 MeV e quella degli isotopi dell'idrogeno è particolarmente grande, come si ricava dal grafico che riproduce l'andamento dell'energia media di legame per un nucleone in un nucleo, in figura 26.1.

Prima di riprendere il discorso sulla sintesi degli elementi è opportuno affrontare e capire come procede il processo di fusione nucleare.

## 26.1 Fusione nucleare

Il grafico in figura 26.1 mostra un massimo attorno al valore  $A\approx 56$ , il ferro, cui segue una decrescita lenta per i nuclei più pesanti. Per i nuclei più leggeri del ferro la decrescita è più ripida cosicchè, ad eccezione dei nuclei "magici", i nuclei più leggeri risultano meno fortemente legati dei nuclei di taglia intermedia.

In base a ciò quindi, fondendo due nuclei leggeri per produrne uno più pesante si produce energia e il nucleo più pesante ottenuto è di conseguenza più fortemente legato. Si tratta di un processo opposto a quello di fissione e come per quest'ultimo l'energia rilasciata coincide con la differenza fra le energie di legame degli stati iniziale e finale. Il processo è detto fusione nucleare.

Perchè la fusione tra due nuclei possa aver luogo bisogna riuscire a vincere la repulsione coulombiana fra le loro cariche protoniche; l'energia potenziale coulombiana fra i due nuclei vale

$$U_C = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 (R_1 + R_2)} \tag{26.1}$$

con  $Z_1$  e  $Z_2$  i numeri atomici dei due nuclei di raggi  $R_1$  ed  $R_2$ . La quantità  $(R_1 + R_2)$  rappresenta dunque la distanza classica di massimo avvicinamento possibile fra i due nuclei. Ricordando che si può porre  $R = R_0 A^{1/3}$  si

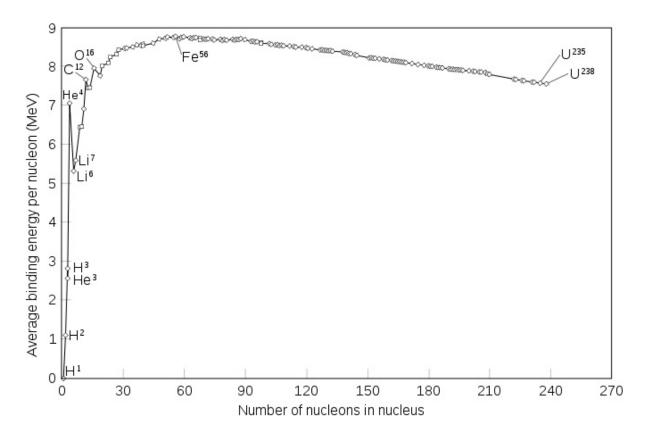


Figura 26.1: Energia media di legame per nucleone |B/A|, per la gran parte dei nuclei stabili.

ha

$$U_C = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi \epsilon_0 R_0 \left( A_1^{1/3} + A_2^{1/3} \right)}$$
 (26.2)

Se si considera ad esempio un caso per cui  $A_1 \approx A_2 \approx 2Z_1 \approx 2Z_2 = 8$ , si ottiene  $U_C \approx 4.8$  MeV, per l'ammontare di energia E che dovrebbe essere fornita ai due nuclei onde permettere loro di superare la barriera coulombiana. È una quantità d'energia relativamente ridotta che si può ottenere facilmente accelerando uno dei due nuclei con sistemi elettrostatici quali ad esempio acceleratori di Crockroft-Walton o Van de Graaff. Ciò che si ottiene però al momento dell'urto è che quasi tutti i nuclei interagiscono elasticamente; affinchè la fusione abbia luogo è infatti anche necessario che i due nuclei permangano vicini per un certo tempo che può eccedere quello in gioco durante l'urto indotto da fasci accelerati, tranne nei rari casi in cui l'urto che si produce è centrale, ovvero ha luogo con parametro d'urto  $b \simeq 0$ . Un modo che la natura ha trovato per ottenere le condizioni che favorisco-

Un modo che la natura ha trovato per ottenere le condizioni che favoriscono la fusione è di riscaldare a sufficienza una miscela "confinata" di nuclei onde fornire loro abbastanza energia termica da permettergli di superare la barriera coulombiana, e ciò ha luogo nella formazione di una stella grazie all'intervento dell'interazione gravitazionale che "confina" e favorisce il "riscaldamento". Si può stimare la temperatura necessaria affinchè la fusione possa aver luogo in una stella secondo quanto detto, ricordando il valore della costante  $k_B$  di Boltzmann ( $k_B = 8.61673324 \times 10^{-11}$  MeV K<sup>-1</sup>), da cui

 $T \simeq \frac{4.8}{k_B} \simeq 5.6 \times 10^{10} \text{ K}$  (26.3)

che è però un valore molto superiore a quello tipicamente presente all'interno della maggior parte delle stelle che è dell'ordine di  $10^7 \div 10^8$  K. Fu proprio questo semplice risultato che portò molti a rifiutare inizialmente l'idea di A. Eddington che l'energia delle stelle provenisse da reazioni di fusione nucleare al loro interno. Questo fatto rappresenta oltretutto anche uno degli ostacoli maggiori da superare per riuscire ad ottenere la fusione controllata in un reattore.

Le reazioni di fusione hanno in realtà luogo a temperature inferiori a quella stimata e ciò grazie alla combinazione di due fatti.

• Il primo e più importante è l'effetto tunnel, grazie al quale per ottenere la fusione non si deve necessariamente mettere in gioco un'energia superiore a quella dell'intera barriera coulombiana. Ricordando quanto detto a proposito del decadimento α, si ha che la penetrazione della barriera dipende da un certo numero di fattori il più importante dei quali è il fattore G di Gamow che dipende dalle velocità relative e che per due nuclei interagenti con numeri atomici Z<sub>1</sub> e Z<sub>2</sub> e masse m<sub>1</sub> ed m<sub>2</sub>, può essere scritto in funzione dell'energia E come

$$G(E) = \sqrt{\frac{E_G}{E}}$$
 con  $E_G = 2m_r c^2 (\pi \alpha Z_1 Z_2)^2$  (26.4)

dove  $\alpha$  è la costante di struttura fine ed  $m_r = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ , cioè la massa ridotta del sistema dei due nuclei in procinto di fondersi. La probabilità di attraversamento della barriera, e quindi di fusione tra i due nuclei, è proporzionale ad  $e^{-G(E)}$ , e quindi aumenta all'aumentare di E. Se la si considera ad esempio per la fusione di due protoni all'interno di una stella tipica alla temperatura di  $10^7$  K, si ha  $E_G \simeq 490$  keV ed  $E \simeq 1$  keV, da cui si ottiene una probabilità di fusione estremamente bassa, proporzionale ad  $e^{-22} \simeq 10^{-9.55}$ .

• Il secondo fatto che unitamente al primo rende ragione dei ratei di processi di fusione all'interno delle stelle, dipende dalla forma maxwelliana delle distribuzioni di energia al loro interno, per cui anche alle temperature di  $10^7 \div 10^8$  K, vi sono comunque nuclei con energie cinetiche superiori a quella media della distribuzione, sulla coda alta della stessa e con valori quindi più adatti a favorire la fusione. È la

cooperazione tra questi due effetti che favorisce la fusione nucleare in una stella.

Si consideri la fusione fra due tipologie di nuclei a e b, presenti in equilibrio termico alla temperatura T, con densità  $n_a$  e  $n_b$  in un certo volume definito. Si supponga anche che T sia sufficientemente alta da far sì che i nuclei a e b costituiscano un plasma completamente ionizzato. Si assuma anche che le velocità delle due tipologie di nuclei siano distribuite secondo Maxwell-Boltzmann, per cui la probabilità che vi siano due nuclei con velocità relativa v compresa nell'intervallo (v+dv) è data da

$$P(v) dv = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{m_r}{kT}\right)^{3/2} e^{(-mv^2/2kT)} v^2 dv$$
 (26.5)

con  $m_r$  la massa ridotta del sistema dei due nuclei.

Detta  $\sigma_{ab}$  la sezione d'urto del processo di fusione si ha dunque, per il rateo  $R_{ab}$  delle reazioni di fusione per unità di volume

$$R_{ab} = n_a n_b \langle \sigma_{ab} v \rangle \tag{26.6}$$

con le parentesi  $\langle \rangle$  che indicano la media, ovvero

$$\langle \sigma_{ab} v \rangle \equiv \int_0^\infty \sigma_{ab} v P(v) \, \mathrm{d}v$$
 (26.7)

Tenendo conto che molte sezioni d'urto nucleari a bassa energia mostrano un andamento tipicamente proporzionale all'inverso dell'energia cinetica E del proiettile, e ricordando il ruolo dell'effetto tunnel, si può scrivere la sezione d'urto di fusione come

$$\sigma_{ab}(E) = S(E) \frac{1}{E} e^{-\left(\frac{E_G}{E}\right)^{1/2}}$$
(26.8)

dove  $S\left(E\right)$  è una funzione lentamente variabile di E che esprime i dettagli dei meccanismi nucleari dell'interazione.  $^2$ 

Sostituendo la 26.5 e la 26.8 nella 26.7 si ha, per il rateo delle reazioni di fusione per unità di volume

$$R_{ab} = n_a n_b \sqrt{\frac{8}{\pi m_r}} \left(\frac{1}{kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty S(E) e^{\left[-\frac{E}{kT} - \sqrt{\frac{E_G}{E}}\right]} dE \qquad (26.9)$$

Il fatto che S(E) sia lentamente variabile con E implica che il ruolo dominante nell'integrando sia svolto dal termine esponenziale e ne risulta che il

 $<sup>^2\</sup>mathrm{L}$ 'assunzione di lenta variabilità per  $S\left(E\right)$ implica ad esempio che si esclude la presenza di risonanze.

termine Maxwelliano, calante con E, si combina con quello crescente con E dovuto all'effetto tunnel, dando luogo ad un massimo nell'integrando, detto picco di Gamow, in corrispondenza al valore

$$E = E_0 = \left[\frac{1}{4}E_G(kT)^2\right]^{1/3}$$
 (26.10)

Il processo di fusione può quindi aver luogo in corrispondenza del ristretto intervallo di energie  $E_0 \pm \Delta E_0$ , con

$$\Delta E_0 = \frac{4}{2^{1/3}\sqrt{3}} E_G^{1/6} (kT)^{5/6}$$
 (26.11)

come mostrato in figura 26.2. Nel caso di due protoni che si fondono alla

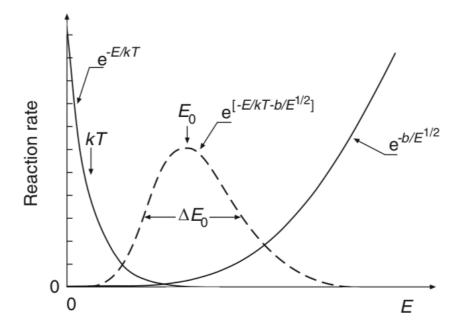


Figura 26.2: Picco di Gamow. In figura  $b \equiv E_G$ .

temperatura  $T=2\times 10^7$  K (la temperatura interna del Sole è stimata essere  $T_\odot\simeq 1.57\times 10^7$  K), si ha  $E_G=493$  keV, kT=1.7 keV,  $E_0=7.2$  keV e  $\Delta E_0=8.2$  keV.

Per tornare quindi all'energia prodotta in una stella, e considerando più precisamente il Sole, si ha che la quasi totalità dell'energia prodotta in esso proviene dal cosiddetto ciclo *protone-protone*, che ha più di un canale possibile, il principale dei quali, detto catena PP-I e illustrato in figura 26.3, inizia con la fusione di nuclei di idrogeno e la conseguente produzione di nuclei di deuterio

$${}_{1}^{1}H + {}_{1}^{1}H \rightarrow {}_{1}^{2}H + e^{+} + \nu_{e} + 0.42 \text{ MeV}$$
 (26.12)

Il deuterio si fonde quindi con altro idrogeno e produce <sup>3</sup><sub>2</sub>He

$${}^{1}_{1}H + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{3}_{2}He + \gamma + 5.49 \text{ MeV}$$
 (26.13)

Infine due nuclei di <sup>3</sup><sub>2</sub>He si fondono e formano <sup>4</sup><sub>2</sub>He

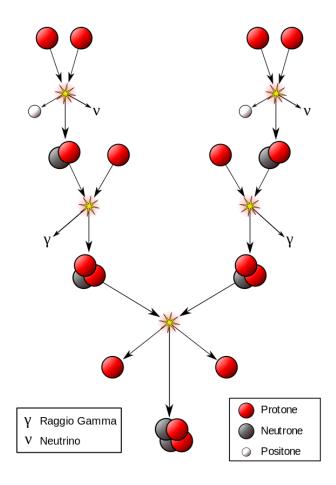


Figura 26.3: Catena PP-I

$${}_{2}^{3}\text{He} + {}_{2}^{3}\text{He} \rightarrow {}_{2}^{4}\text{He} + 2\left({}_{1}^{1}\text{H}\right) + 12.86 \text{ MeV}$$
 (26.14)

La notevole quantità d'energia rilasciata nel corso dell'ultima reazione di fusione è dovuta alla grande energia di legame dell'  $^4_2$ He.

La prima delle reazioni indicate, la 26.12, essendo dovuta all'interazione debole, procede con un rateo estremamente basso ed è questo il motivo della lunga *vita media* del Sole!

Il ciclo nella sua completezza può quindi essere descritto come

$$4 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow {}^{4}_{2} \text{He} + 2e^{+} + 2\nu_{e} + 2\gamma + 24.68 \text{ MeV}$$
 (26.15)

Dato il valore di  $T_{\odot}$  tutta la materia all'interno del Sole è ionizzata e costituisce un plasma. I positroni prodotti annichilano nel plasma con gli elettroni presenti rilasciando un'ulteriore energia di 1.02 MeV, per cui l'energia totale prodotta in ogni ciclo del tipo 26.15 ammonta a 26.72 MeV. Bisogna anche tener però conto che ogni neutrino che sfugge nello spazio porta via mediamente un'energia pari a 0.26 MeV. Ne risulta quindi che per ogni protone coinvolto nella catena PP-I vengono mediamente irraggiati 6.55 MeV. La catena PP-I non è però la sola, vi sono altri cicli di fusione che contribuiscono all'energia prodotta in una stella e di cui si tratterà più oltre, accennando alla nucleosistesi degli elementi nelle stelle.