Esercizio 1

In un acceleratore circolare di lunghezza $L = 300$ m scorre un fascio di antiprotoni di impulso $|\vec{p}| = 6$ GeV che produce una corrente di intensità pari ad $I = 0.16$ mA.
A ogni rivoluzione il fascio incontra un bersaglio di idrogeno gassoso di densità superficiale $\delta = 10^{14}$ cm^{-2}.
Si valuti la luminosità integrata in un intervallo di tempo $\Delta t = 10$ min.
Si valuti l'energia di fascio che sarebbe stata necessaria per ottenere la stessa energia nel sistema del centro di massa all'interno di un collisore protoni-antiprotoni.

Soluzione Es. 1

Per la velocità degli antiprotoni del fascio si ha

$$|\vec{v}| = \frac{|\vec{p}|c}{\sqrt{|\vec{p}|^2c^2 + m_p^2c^4}} \simeq 0.988\ c$$

che è inferiore a c dell' 1% circa. Si ha quindi, per la frequenza di rivoluzione degli antiprotoni nell'anello dell'acceleratore:

$$\nu_r = \frac{|\vec{v}|}{L} \approx \frac{3 \times 10^8}{300}\ [\mathrm{s}^{-1}] = 1.0\ \mathrm{MHz}$$

da cui si ottiene il numero $n_{\overline{p}}$ di antiprotoni circolanti col fascio

$$n_{\overline{p}} = \frac{I}{e \cdot \nu_r} = \frac{0.16 \times 10^{-3}}{1.6 \times 10^{-19} \times 10^6} = 1.0 \times 10^9$$

Gli atomi di idrogeno del bersaglio gassoso possono essere considerati praticamente in quiete, a confronto delle velocità degli antiprotoni incidenti, per cui la luminosità sarà data dall'espressione

$$L = \Phi_{\overline{p}} \cdot \delta = \frac{I}{e} \cdot \delta = \frac{0.16 \times 10^{-3} \times 10^{14}}{1.6 \times 10^{-19}}\ \mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1} = 10^{29}\ \mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$$

La luminosità integrata dopo un tempo $\Delta t = 10$ min è quindi

$$L_{int} = L \cdot \Delta t = 10^{29} \times (10 \times 60)\ \mathrm{cm}^{-2} = 60\ \mu\mathrm{b}^{-1}$$

ricordando che 1 cm$^2 = 10^{24}$ b.
Per quanto concerne l'energia di fascio necessaria nel caso di un collider con fasci di protoni e antiprotoni, per disporre nel centro di massa della stessa energia ottenibile nel caso di bersaglio gassoso sopra citato, si ricordi che

la quantità s è un invariante relativistico che nel caso di bersaglio fisso si scrive:

$$\sqrt{s} \ = \ \sqrt{m_p^2 c^4 + m_{\overline{p}}^2 c^4 + 2E_p m_p c^2} = \sqrt{2m^2 c^4 + 2E_p m c^2}$$

essendo E_p l'energia cinetica dei protoni nel Laboratorio ed $m = m_p = m_{\overline{p}}$. Nel caso di collider si trova che $\sqrt{s} \ = 2E^*$, essendo E^* l'energia sia delle particelle del fascio di p che di quello di $\overline{p}$. Si ha quindi:

$$\sqrt{s} \ = \ 2E^* \ = \ \sqrt{2m^2 c^4 + 2E_p m c^2} \ = \ \sqrt{2m^2 c^4 + 2mc^2 \left(|\vec{p}|^2 + m^2 c^4\right)^{1/2}}$$

e sostituendo i valori per mc^2 e per $|\vec{p}|$ si ottiene $E^* \simeq 1.81$ GeV.

Esercizio 2

Un apparato sperimentale costituito da uno spettrometro per la misura dell'impulso, e da un sottile rivelatore di scintillatore plastico (0.5 cm), posto subito fuori dallo spettrometro allo scopo di misurare il rilascio di energia delle particelle cariche, viene utilizzato per identificare in massa frammenti nucleari costituiti da nuclei di deuterio, trizio ed ^{3}He.
Si è interessati in particolare a identificare tali nuclei leggeri nella regione di impulso vicina a $p = 4$ GeV/c.
A 4 GeV/c la perdita media di energia dei tritoni nello scintillatore è pari a $\langle \Delta E_t \rangle = 1$ MeV.

Si chiede se sarà possibile discriminare la massa dei deutoni e dei nuclei di ^{3}He da quella dei tritoni, richiedendo come criterio di discriminazione che la differenza delle energie medie rilasciate sia maggiore della somma delle FWHM (larghezze a metà altezza).
Si consideri che la risposta dello scintillatore fluttua all'incirca del 20% (cioè la risoluzione $R = \text{FWHM}/\langle \Delta E \rangle = 20\%$).
Per semplicità si assuma che le masse dei nuclei in oggetto siano: $m_t = m_{^3He} = 3/2(m_d)$, essendo $m_d = 1.88$ GeV/c^2 e si trascurino le dipendenze logaritmiche.

Soluzione Es. 2

Siccome la perdita di energia per collisione, descritta dalla curva di B-B, dipende da z^2/β^2 della particella incidente, trascurando la dipendenza logaritmica, e' possibile valutare, a partire dalla perdita di energia del tritone, $\langle E_t \rangle = 1MeV$, quella degli altri nuclei.

$$\langle \Delta E_d \rangle = \langle \Delta E_t \rangle \frac{z_d^2}{z_t^2} \times \frac{\beta_t^2}{\beta_d^2}$$

Si tratta pertanto di valutare la velocita' dei 3 nuclei, ad esempio tramite la relazione $\beta = P/E$

$m_t = m_{^3He} = m_d * 3/2 = 2.82$ GeV$/c^2$
$E_d = \sqrt{P^2 + m_d^2} = \sqrt{16 + 1.88^2}$ GeV $= 4.42$ GeV
$E_t = E_{^3He} = \sqrt{P^2 + m_t^2} = \sqrt{16 + 2.82^2} \sim$ GeV $= 4.89$ GeV
$\beta_d = 0.90$
$\beta_t = \beta_{^3He} = 0.82$

Pertanto,
$\langle \Delta E_d \rangle = \langle \Delta E_t \rangle \frac{z_d^2}{z_t^2} \times \frac{\beta_t^2}{\beta_d^2} = 1$ MeV $\times (0.82/0.9)^2 = 0.83$ MeV

e
$\langle\Delta E_{^3He}\rangle = \langle\Delta E_t\rangle \frac{z^2_{^3He}}{z^2_t} \times \frac{\beta^2_t}{\beta^2_{^3He}} = 1\ \mathrm{MeV} \times 4 = 4\ \mathrm{MeV}$

Ne viene che
$\mathrm{FWHM}_d = 0.2 \times 0.86\ \mathrm{MeV} = 0.172 MeV$
$\mathrm{FWHM}_t = 0.2 \times 1\ \mathrm{MeV} = 0.2 MeV$
$\mathrm{FWHM}^3 He = 0.2 \times 4\ \mathrm{MeV} = 0.8 MeV$

e
$\mathrm{FWHM}_d + \mathrm{FWHM} t = 0.372\ \mathrm{MeV}$
$\mathrm{FWHM}_{^3He} + \mathrm{FWHM}_t = 1\ \mathrm{MeV}$

$\langle\Delta E_{^3He}\rangle - \langle\Delta E_t\rangle = 3 MeV > 1\ \mathrm{MeV}$

$\langle\Delta E_t\rangle - \langle\Delta E_d\rangle = 0.17 MeV < 0.372\ \mathrm{MeV}$

È pertanto possibile discriminare il tritone dal nucleo di ^3He ma non dal deutone.

Esercizio 3

Quali dei seguenti decadimenti non possono avvenire perchè la legge di conservazione del numero leptonico è violata ?

- $n \to pe^-$
- $\mu^+ \to e^+\bar{\nu}_e$
- $\pi^+ \to e^+\nu_e\bar{\nu}_\mu$
- $p \to ne^+\nu_e$
- $\pi^- \to e^-\bar{\nu}_e$
- $\mu^- \to e^-\bar{\nu}_e\nu_m u$
- $\Lambda^0 \to \pi^-p$
- $K^+ \to \mu^+\nu_\mu$

Quali delle seguenti reazioni non possono avvenire perchla legge di conservazione della stranezza è violata ?

- $pn \to pp\pi^-$
- $pn \to ppK^-$
- $K^-p \to K^-\Sigma^+$
- $\pi^-p \to K^+\Sigma^-$
- $K^-p \to \Xi^0K^+\pi^-$
- $K^-p \to \Xi^0\pi^-\pi^-$
- $\pi^+p \to \Sigma^+K^+$
- $\pi^-n \to K^-\Lambda^0$

Identificare possibili canali di decadimento per le seguenti antiparticelle:

- $\bar{n}$
- $\bar{\Lambda}^0$
- Ω^-
- K^-
- Σ^-

Le seguenti reazioni nuclearti forti sono vietate. Identificare una legge di conservazione violata in ciascun caso.

- $p\bar{p} \to pn\bar{p}$
- $pn \to p\bar{p}n\pi^+$
- $\pi^-p \to \Sigma^+K^+$
- $K^-p \to \Lambda^0 n$

In ciascuna delle seguenti reazioni manca una particella X. Identificare quale.

- $p\bar{p} \to nX$
- $pp \to p\Lambda^0 X$
- $\pi^-p \to \Sigma^- X$
- $K^-n \to \Lambda^0 X$
- $\tau^+ \to e^+\nu_e X$
- $\bar{\nu}_e p \to nX$

Soluzione Es. 3

Lasciata al lettore.