

# Introduzione alla Fisica Nucleare e Subnucleare. Prova scritta \_ 01, 07, 2019

## Esercizio 1

Si determini l'energia di legame di una particella  $\alpha$  nel nucleo di  ${}^{20}_{10}\text{Ne}$  sapendo che l'energia media di legame di un nucleone nel nucleo di  ${}^4_2\text{He}$  è pari a  $-7.08$  MeV.

Cosa si può dire, in base al risultato ottenuto, in merito alla possibilità per il  ${}^{20}_{10}\text{Ne}$  di decadere  $\alpha$ ?

## Soluzione Es. 1

Il nucleo di  ${}^{20}_{10}\text{Ne}$  e quello di  ${}^{16}_8\text{O}$  che si ottiene dal precedente togliendogli due protoni e due neutroni, si trovano entrambi in quella zona dove l'energia di legame di un nucleo può essere ben rappresentata dalla formula di Weizsäcker:

$$\begin{aligned} B_0(A, Z) &= B_V(A) + B_S(A) + B_C(A, Z) + B_{sim}(A, Z) + B_{ac}(A, Z) = \\ &= b_V A + b_S A^{2/3} + b_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + b_{sim} \frac{(A-2Z)^2}{A} + b_{ac} \frac{\delta(A, Z)}{A} \end{aligned}$$

con,

$$\begin{cases} b_V = -15.56 & \text{MeV} \\ b_S = +17.23 & \text{MeV} \\ b_C = +0.697 & \text{MeV} \\ b_{sim} = +19.1 & \text{MeV} \\ b_{ac} = +135.0 & \text{MeV} \end{cases}$$

L'analisi fenomenologica delle sequenze isobariche suggerisce di porre  $\delta(A, Z) = -1$  se  $N$  e  $Z$  sono entrambi pari,  $\delta(A, Z) = 0$  se  $N$  e  $Z$  sono l'uno pari e l'altro dispari, o viceversa, e  $\delta(A, Z) = +1$  se  $N$  e  $Z$  sono entrambi dispari. L'energia di legame della particella  $\alpha$  è

$$B(\alpha) = 4 \times -7.08 = -28.32 \text{ MeV}$$

Le energie di legame dei nuclei di  ${}^{20}_{10}\text{Ne}$  e  ${}^{16}_8\text{O}$ , calcolate tramite la formula di Weizsäcker tenendo conto che sono entrambi nuclei pari-pari, risultano

$$B({}^{20}_{10}\text{Ne}) = -(161.14 + 6.75) = -167.89 \text{ MeV}$$

$$B({}^{16}_8\text{O}) = -(124.07 + 8.44) = -132.50 \text{ MeV}$$

L'energia di legame di un'ipotetica particella  $\alpha$  formatasi entro un nucleo di neon sarebbe quindi data da

$$B({}^{20}_{10}\text{Ne}) - B({}^{16}_8\text{O}) - B(\alpha) = -167.89 + 132.50 + 28.32 = -7.07 \text{ MeV}$$

Essendo negativa non vi è possibilità che la particella  $\alpha$  possa attraversare la barriera coulombiana per effetto tunnel ed essere emessa come radioattività  $\alpha$  dal neon.

## Esercizio 2

Si considerino i decadimenti del mesone  $K^0$  in due pioni carichi,  $K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ . Come indicato, i pioni hanno cariche uguali ed opposte, ed uguale massa a riposo,  $m_\pi = 140 \text{ MeV}/c^2$ .

Supponendo che nel decadimento a riposo di un  $K^0$  in due pioni in una camera a bolle immersa in un campo magnetico  $B = 2.0 \text{ T}$  il raggio di curvatura delle tracce prodotte dai pioni sia misurata essere pari a  $34.4 \text{ cm}$ , si determinino i momenti e le velocità dei pioni e la massa a riposo del  $K^0$ .

## Soluzione Es. 2

Il momento  $p$ , la carica elettrica  $e$ , ed il campo magnetico  $B$  sono legati al raggio di curvatura  $R$  dalla relazione:  $p = eBR$ .

Usando  $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $1 \text{ MeV} = 1.602 \times 10^{-13} \text{ J}$  e  $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$ , si ottiene  $p = 300BR$ , con  $p$  in  $\text{MeV}/c$ ,  $B$  in Tesla, ed  $R$  in metri, da cui il momento di ciascun pione risulta essere  $p = 206 \text{ MeV}/c$ .

Dalla relazione:  $v = \frac{c}{\sqrt{1+(mc/p)^2}}$ , la velocità di ciascun pione è  $v = 0.827c$ .

Dalla relazione:  $E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$ , l'energia di ciascun pione è  $E = 249 \text{ MeV}$ . Usando la conservazione dell'energia,  $m_Kc^2 = 2E$ , si ottiene  $m_K = 498 \text{ MeV}/c^2$ .

### Esercizio 3

Un fascio di kaoni positivi di 5 MeV viene fatto incidere su di uno scintillatore di 1 mm di spessore, all'interno del quale i  $K^+$  si fermano. Il  $K^+$  decade nel 63.6 % dei casi nella coppia  $\mu^+\nu_\mu$ .

Si vuole misurare la vita media dei kaoni andando a porre un rivelatore a luce Cherenkov subito di fronte allo scintillatore misurando l'intervallo di tempo intercorso tra l'arrivo del  $K^+$  sullo scintillatore (START) e quello del muone di decadimento (STOP).

Il rivelatore Cherenkov è composto da uno spessore di 2 cm di perspex ( $n=1.49$ ,  $\rho = 1.2 \text{ g/cm}^3$ ) accoppiato ad un fotomoltiplicatore.

1) Il muone sarà in grado di dare un segnale Cherenkov? In che modo si potrebbe determinare la vita media del kaone?

2) Siccome il fotomoltiplicatore fornisce molti segnali di STOP dovuti al rumore elettronico si decide di mettere in coincidenza un secondo rivelatore Cherenkov identico al primo e subito adiacente ad esso. Il secondo rivelatore darà un segnale Cherenkov al passaggio del muone? Si assuma che il muone abbia una  $dE/dX = 2.5 \text{ MeV/g} * \text{cm}^2$  e si considerino per semplicità solo muoni incidenti perpendicolarmente ai rivelatori.

3) Si sarebbe potuto utilizzare un rivelatore Cherenkov anche per la rivelazione dei  $K^+$  e la determinazione dello START?

Si trascuri l'energia persa dal muone all'interno dello scintillatore.

Si usino i seguenti valori per le particelle in gioco:  $m_K = 494 \text{ MeV}$ ,  $m_\nu = 0 \text{ MeV}$ ,  $m_\mu = 106 \text{ MeV}$ .

### Soluzione Es. 3

1) Il decadimento in due corpi comporta che le due particelle siano emesse al medesimo impulso calcolabile tramite la relazione

$$|\vec{p}| = \frac{\sqrt{[M^2c - (m_1 - m_2)^2c][M^2c - (m_1 + m_2)^2c]}}{2M} \quad (1)$$

Utilizzando i valori indicati si ottiene

$$p = 236 \text{ MeV}/c$$

Siccome vogliamo calcolarci  $\beta = p/E$  calcoliamo  $E_\mu = \sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2} = \sqrt{236^2 + 106^2} = 259 \text{ MeV}$

ed infine

$\beta_\mu = 236/259 = 0.91$  Siccome la soglia Cherenkov per il rivelatore è a  $\beta = 1/n = 0.67$  il muone fornirà sicuramente un segnale Cherenkov.

2) La perdita di energia nel primo rivelatore è pari a  $\Delta E = dE/dX \times 2 \text{ cm} \times 1.2 \text{ g/cm}^3 = 2.5 \text{ MeV/g} * \text{cm}^2 \times 2 \text{ cm} \times 1.2 \text{ g/cm}^3 = 6 \text{ MeV}$  e quindi il

muone entra nel secondo rivelatore con un'energia pari a  $259-6=253$  MeV e un impulso pari a  $p_{\mu 2} = \sqrt{253^2 - 106^2} = 230 \text{ MeV}/c$ .  
Ne viene che la velocità  $\beta_{\mu 2} = 230/253 \sim 0.91$  è ancora largamente sopra soglia.

3) Un K di 6 MeV ha una velocità  $\beta \sim 0.02$  che è largamente sotto soglia e quindi non può fornire alcun segnale Cherenkov.