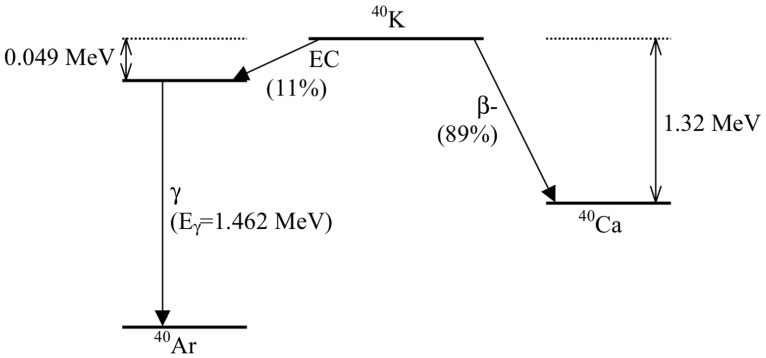
Introduzione alla Fisica Nucleare e Subnucleare. Prova scritta _ 01, 07, 2019

Esercizio 1

Un importante nucleo radioattivo non appartenente a catene di decadimenti in cascata è l'isotopo ^{40}K del potassio, presente in molti minerali utilizzati come materiali per costruzioni, oltre che in alcuni frutti come le banane. Esso decade β^- e per cattura elettronica K secondo lo schema



Sapendo che il tempo di dimezzamento del ^{40}K è $T^{1/2} = 1.27 \times 10^9$ anni, che l'abbondanza naturale di tale isotopo del potassio è pari allo 0.0118 %, e che la composizione isotopica del potassio naturale è $\sim 93\%$ di ^{39}K e $\sim 7\%$ di ^{41}K, si calcoli l'attività specifica del potassio naturale.

Soluzione Es. 1

Il tempo di dimezzamento del ^{40}K, pari a $T^{1/2} = 1.27 \times 10^9$ anni $\simeq 4.01 \times 10^{16}$ s è così lungo a confronto delle scale temporali direttamente accessibili sperimentalmente che l'attività $\mathcal{A}$ del ^{40}K può con buona approssimazione

essere considerata costante.
Detti $\lambda = \ln 2/T^{1/2}$ la costante di decadimento del ^{40}K ed N il numero di isotopi di ^{40}K in un campione naturale di potassio di massa m, l'attività specifica cercata a è

$$a \equiv \frac{\mathcal{A}}{m} = \frac{\lambda N}{m}$$

essendo

$$N = N_A \frac{m^*}{A} = N_A \frac{fm}{A}$$

con N_A il numero di Avogadro, m^* la massa di ^{40}K presente in un campione naturale di potassio di massa m, $f = 0.018$ % la frazione di ^{40}K presente nel campione considerato, essendo $A = (39 \times 0.93 + 41 \times 0.07)$ g mol^{-1} il peso atomico del potassio nella sua composizione naturale (~ 93 % di ^{39}K, ~ 7 % di ^{41}K).
Per l'attività specifica a del potassio naturale si ha quindi

$$\begin{aligned} a &= \frac{\ln 2\ N_A\ f\ m}{m\ A\ T^{1/2}} = \frac{\ln 2\ N_A\ f}{A\ T^{1/2}} \simeq \\ &\simeq \frac{(6.022 \times 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1})(1.18 \times 10^{-4})}{(39.14\ \mathrm{g\ mol}^{-1})(4.01 \times 10^{16}\ \mathrm{s})} \simeq \\ &\simeq 31.4\ \mathrm{s}^{-1}\ \mathrm{g}^{-1} = 31.4\ \mathrm{Bq\ g}^{-1} \end{aligned}$$

per cui l'attività specifica del potassio naturale è pari a circa 0.85 nCi g^{-1}.

Esercizio 2

Quali dei seguenti decadimenti non possono avvenire tramite interazione forte ? Perchè ?

- $K^- p \to K^0 n$
- $K^0 p \to K^+ n$
- $K^0 p \to K^+ \pi^0$
- $\Lambda^0 \to \pi^- p$

Stabilire quali di questi processi sono proibiti e quali sono permessi. Specificare la natura dell'interazione dei processi consentiti e le leggi di conservazione violate nel caso dei processi proibiti.

- $p \to n e^+ \nu_e$
- $\Sigma^0 \to \Lambda^0 \gamma$
- $\mu^- p \to \Lambda^0 \nu_\mu$
- $\Sigma^+ \to \Lambda^0 \mu^+ \nu_\mu$
- $\Sigma^+ d \to \pi^+ \Sigma^-$
- $\Delta^0 \to p \pi^-$

Soluzione Es. 2

- $K^- p \to K^0 n$: si tratta di un processo consentito perchè conserva sia la carica che il numero barionico, ma lo è per le interazioni deboli e non per le interazioni forti perchè è violata la stranezza.
- $K^0 p \to K^+ n$: il processo è consentito in quanto conserva sia la carica che il numero barionico, e poichè è conservata anche la stranezza, è un processo consentito per le interazioni forti.
- $K^0 p \to K^+ \pi^0$: il processo viola il numero barionico pertanto è un processo non consentito per nessun tipo di interazione.
- $\Lambda^0 \to \pi^- p$: la massa della Λ^0 è circa 1116 MeV, quella del protone circa 938 MeV e quella del pione circa 140 MeV, quindi il decadimento è cinematicamente permesso. È un processo debole perchè non conserva la stranezza.
- $p \to n e^+ \nu_e$: la massa del protone è minore di quella del neutrone, pertanto il processo non è permesso.

- $\Sigma^0 \to \Lambda^0\gamma$: la massa della Σ è 1193 MeV e quella della Λ è 116 MeV. Il processo è permesso dal punto di vista energetico, è permesso dalle leggi di conservazione ed è un processo elettromagnetico in quanto coinvolge un fotone.

- $\mu^- p \to \Lambda^0\nu_\mu$: il processo è permesso, non conserva la stranezza, è dunque possibile per interazione debole.

- $\Sigma^+ \to \Lambda^0\mu^+\nu_\mu$: la massa della Σ^+ è 1189 MeV, quella della Λ è circa 1116 MeV e quella del μ è circa 105 MeV. Pertanto il decadimento è energeticamente proibito. Il decadimento non è possibile anche se tutte le altre leggi di conservazione sarebbero rispettate.

- $\Sigma^+ d \to \pi^+\Sigma^-$: la reazione non è permeessa per nessun tipo di interazione perchè viola sia la carica che il numero barionico.

- $\Delta^0 \to p\pi^-$: la massa della Δ^0 è circa 1232 MeV, quella del protone circa 938 MeV e quella del pione circa 140 MeV, quindi il decadimento è cinematicamente permesso. È un processo forte.

Esercizio 3

Un fascio monocromatico e collimato di raggi gamma di 0.8 MeV viene utilizzato per ottenere degli elettroni di energia ben definita facendo incidere i fotoni su un sottile bersaglio di carbonio e utilizzando solo gli elettroni uscenti dalla sorgente in coincidenza ad un fotone diffuso e rivelato ad un angolo ben definito mediante un rivelatore di piccola accettanza.
Per validare il metodo gli sperimentatori mettono il rivelatore di fotoni a 30 cm dal bersaglio e ad un angolo di 60 gradi e misurano il tempo di volo degli elettroni emessi in coincidenza mediante uno scintillatore a grande copertura angolare posto a 90 cm dal bersaglio.
I due scintillatori, opportunamente calibrati, vengono utilizzati per fornire lo START (il rivelatore di fotoni) e lo STOP (lo scintillatore) e misurare quindi l'intervallo di tempo TOF = STOP − START.
Qual'è l'energia attesa dell'elettrone? Quale intervallo di tempo TOF ci si attende di misurare come valor medio?

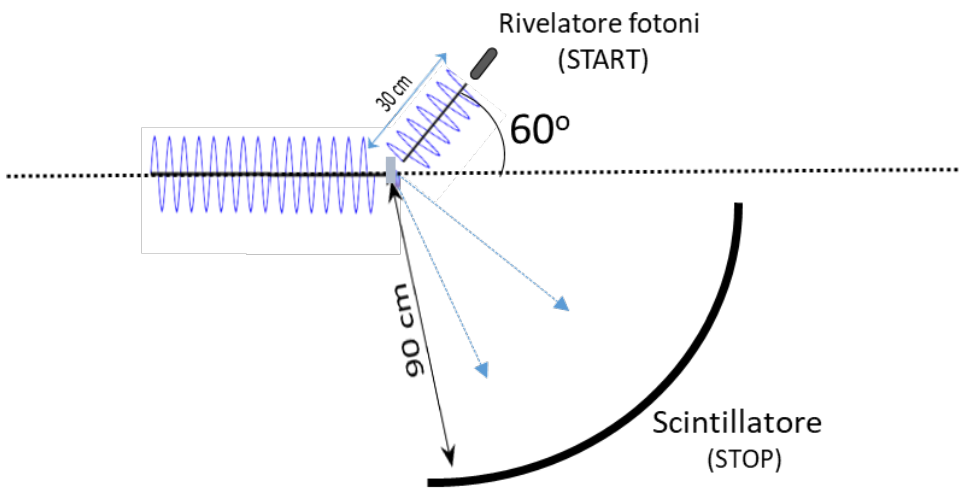


Figura 1: Schema dell'apparato sperimentale

Soluzione Es. 3

La formula (nota) dell'energia dell'elettrone diffuso in seguito a diffusione Compton di un fotone ad angolo θ è

$$E_e = E_\gamma \frac{(E_\gamma/mc^2)(1 - cos\theta)}{1 + (E_\gamma/mc^2)(1 - cos\theta)} \tag{1}$$

e quindi, essendo $\theta = 60^o$ e $E_\gamma = 0.8 MeV/c^2$ ne viene

$$E_e = 0.8 \frac{(0.8/0.51)0.5}{1 + (0.8/0.51)0.5} MeV = 0.351 MeV \tag{2}$$

Siccome

$$\beta = pc/E$$

calcoliamo

$$E = (20.351 + 0.511)MeV = 0.863MeV$$

$$p = \sqrt{0.863^2 - 0.511^2} MeV/c = 0.695 MeV/c$$

E quindi

$$\beta = pc/E = 0.695/0.863 = 0.805$$

Il TOF atteso dato dalla differenza tra il tempo impiegato dall'elettrone e quello impiegato dal fotone per raggiungere i rispettivi rivelatori, per cui

$$\mathrm{TOF} = 90cm/0.805c - 30cm/c = (3/0.805 - 1)ns = 2.73ns$$