Introduzione alla Fisica Nucleare e Subnucleare. Prova scritta _ 20, 02, 2020

Esercizio 1

Un nucleo di ^{6}He a riposo decade β^- nello stato fondamentale del ^{6}Li.
Le masse dei due nuclei sono rispettivamente: $M(^6\text{He}) = 5605.538$ MeV$/c^2$; $M(^6\text{Li}) = 5601.519$ MeV$/c^2$.
Si valuti l'energia cinetica massima ammissibile $E^{(k)}_{e,max}$ per l'elettrone di decadimento, giustificando il risultato.

Soluzione esercizio 1

Trascurando la massa dell'antineutrino l'energia totale rilasciata nel decadimento $^6\text{He} \longrightarrow \; ^6\text{Li} + e^- + \overline{\nu}_e$, è

$$Q = \Big[M(^6\text{He}) - \Big(M(^6\text{Li}) + m_e\Big)\Big]\, c^2 = 5605.538 - (5601.519 + 0.511) = 3.508\text{MeV} \tag{1}$$

Il decadimento è a tre corpi per cui le energie cinetiche dei prodotti di decadimento non sono univocamente determinate dalle masse presenti negli stati iniziale e finale.
Avendo assunto $m_{\overline{\nu}_e} \simeq 0$, l'elettrone raggiungerà l'energia massima consentita $E^{(k)}_{e,max}$ in concomitanza col nucleo figlio ^{6}Li $\Big(E^{(k)}_{^6\text{Li},max}\Big)$, e ciò avverrà quando al limite tende a zero l'energia dell'antineutrino. In tal caso

$$Q = E^{(k)}_{e,max} + E^{(k)}_{^6\text{Li},max} \tag{2}$$

In questa ben precisa condizione cinematica anche il modulo dell'impulso dell'antineutrino tente a zero e dalla conservazione dell'impulso si ha $p_{e,max} = p_{^6\text{Li},max}$, e poichè

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{E^2 - m^2c^4} = \frac{1}{c}\sqrt{E^{(k)}[E^{(k)} + 2mc^2]} \tag{3}$$

si ha

$$E^{(k)}_{e,max}\left(E^{(k)}_{e,max}+2m_ec^2\right)=E^{(k)}_{^6\mathrm{Li},max}\left[E^{(k)}_{^6\mathrm{Li},max}+2M(^6\mathrm{Li})c^2\right] \tag{4}$$

da cui si ottiene

$$\begin{aligned} E^{(k)}_{e,max} &= \tfrac{Q\left[M(^6\mathrm{He})+M(^6\mathrm{Li})-m_e\right]}{2M(^6\mathrm{He})]} \\ E^{(k)}_{^6\mathrm{Li},max} &= \tfrac{Q\left[M(^6\mathrm{He})+m_e-M(^6\mathrm{Li})\right]}{2M(^6\mathrm{He})} \end{aligned} \tag{5}$$

Essendo $M(^6\mathrm{Li}) >> m_e$, ne deriva che $E^{(k)}_{^6\mathrm{Li},max} << E^{(k)}_{e,max}$ infatti dalle (5) si ha

$$\frac{E^{(k)}_{e,max}-E^{(k)}_{^6\mathrm{Li},max}}{Q}=\frac{M(^6\mathrm{Li})-m_e}{M(^6\mathrm{He})} \tag{6}$$

quindi dall'essere $\frac{M(^6\mathrm{Li})}{M(^6\mathrm{He})} \simeq 1 >> \frac{m_e}{M(^6\mathrm{He})}$ segue

$$E^{(k)}_{e,max}-E^{(k)}_{^6\mathrm{Li},max} \simeq Q \tag{7}$$

Dovendo quindi valere contemporaneamente sia la (7) che la (2), si ha

$$E^{(k)}_{e,max} \;\simeq\; Q \;=\; 3.508 \;\; \mathrm{MeV}$$

Esercizio 2

Per ognuno dei seguenti decadimenti dire se sono permessi o proibiti, e se sono proibiti quali leggi di conservazione sono violate:

- $p + p \to p + \bar{p} + \bar{p} + p$
- $\mu^+ \to e^+ + \tau^+ + \bar{\nu_e} + \bar{\nu_\mu} + \bar{\nu_\tau}$
- $e^+ + e^- \to \nu_e + \bar{\nu_e}$
- ${}^{60}_{27}Co \to {}^{60}_{28}Ni + e^- + \nu_e + 2\gamma$
- $p \to \gamma\gamma$
- $K^0 \to \pi^+\pi^-$
- $\eta \to \gamma\gamma$
- $\Omega^- \to \Lambda^0 K^-$
- $\Omega^- \to K^0 \bar{K^0}$
- $J/\psi \to p\bar{p}\pi^+\pi^-\pi^0$
- $J/\psi \to \tau^+\tau^-$
- $\nu_e \to e^+e^-$
- $\pi^0 \to \gamma\gamma\gamma$
- $\mu^- \to e^-\gamma$

Soluzione esercizio 2

- $\not{B}$
- $\not{L}\not{M}\not{Q}$
- interazione debole
- $\not{L}$
- $\not{B}\not{Q}\not{I}$
- interazione debole
- $\not{M}$
- interazione elettromagnetica
- interazione forte

- $\not S$
- interazione forte
- $\not M$
- $\not M \not L$
- $\not C$
- $\not L$

Esercizio 3

Protoni e pioni di impulso compreso nell'intervallo 700-1000 MeV/c dopo essere stati tracciati da uno spettrometro che ne determina l'impulso vengono fatti passare attraverso due rivelatori T1 e T2, posti subito fuori dallo spettrometro, costituiti ciascuno di un sottile spessore di lucite. Questi vengono utilizzati come rivelatori Cherenkov per misurare il tempo di volo ($tof = t_{T2} - t_{T1}$) delle particelle tra i due rivelatori.
Ciascun rivelatore è caratterizzato da un potere risolutivo temporale pari a $\sigma_t = 700ps$ e i due rivelatori sono posti ad una distanza di 2 m.
Si valuti se il sistema sarà capace di distinguere tra pioni e protoni all'impulso massimo di 1000 MeV/c.
Si consideri significativa una differenza in tempo di volo $> 3\sigma_{tof}$.
Si risponda alla stessa domanda qualora venissero utilizzati due rivelatori costituiti d'acqua al posto della lucite.
Dati utili:
Indice di rifrazione della lucite: n=1.49
Indice di rifrazione dell'acqua: n=1.33
$m_\pi = 140MeV/c^2, m_p = 938MeV/c^2$
Velocità della luce: $c = 3\ 10^8 m/s$

Soluzione esercizio 3

La soglia Cherenkov risulta essere $\beta_{Th} = 1/1.49 = 0.671$ In primo luogo si deve calcolare la velocità delle particelle per verificare se sono sopra soglia Cherenkov all'impulso di 1000 MeV/c

$$E_\pi = \sqrt{140^2 + 1000^2} MeV = 1010 MeV$$
$$E_K = \sqrt{938^2 + 1000^2} MeV = 1371 MeV$$

Siccome $\beta = cp/E$ ne viene

$$\beta_\pi = 0.99$$

$$\beta_p = 0.73$$

entrambi sopra soglia. Per cui

$$tof_\pi = L/\beta_\pi c = 6.7ns$$

$$tof_p = L/\beta_p c = 9.1ns$$

e quindi la differenza di tempo di volo è $\Delta_{tof} = 2.4ns$
Siccome i due rivelatori hanno le stesse caratteristiche, $\sigma_{tof} = \sqrt{2}\sigma_t = 0.99ns$ e per distinguere i due tempi di volo questi devono differire di almeno $3\sigma_{tof}$ dev'essere

$$\Delta_{tof} \geq 3\sigma_{tof} = 3\sqrt{2}\sigma_t = 2.97ns$$

La condizione non è verificata, essendo

$$\Delta_{tof} = 2.4ns$$

e quindi non è possibile discriminare pioni da protoni all'impulso di 1000 MeV/c.
Qualora il rivelatore fosse composto d'acqua la soglia Cherenkov sarebbe

$$\beta_{Th}^{H2O} = 1/1.33 = 0.75$$

e i protoni non sarebbero sopra soglia, al contrario dei pioni e sarebbe pertanto possibile discriminare i pioni dai protoni.