

ESERCIZI DI GEOMETRIA 2 - FOGLIO 10

(1) Si consideri il cono affine $Q \subset \mathbb{A}_{\mathbb{R}}^3$ di equazione

$$x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0.$$

Si determini:

- (a) un piano π_1 tale che $Q \cap \pi_1$ sia un'iperbole;
- (b) un piano π_2 tale che $Q \cap \pi_2$ sia una parabola;
- (c) un piano π_3 tale che $Q \cap \pi_3$ sia un'ellisse;
- (d) un piano π_4 tale che $Q \cap \pi_4$ siano due rette incidenti;
- (e) un piano π_5 tale che $Q \cap \pi_5$ sia una retta (doppia).

(2) Si consideri la circonferenza affine C di equazione

$$x^2 + y^2 - 1 = 0,$$

e si consideri il fascio di rette di centro il punto $(1, 0)$, di equazione

$$x + ty - 1 = 0.$$

- (a) Si determinino le intersezioni di una generica retta del fascio e di C ;
- (b) se ne deduca che esistono infinite terne pitagoriche non proporzionali, cioè terne di numeri naturali

$$(p, q, r) \in \mathbb{N}^3$$

tali che

$$p^2 + q^2 = r^2.$$