

Corso di Laurea in Matematica, Corso di Laurea in Fisica
Esame di Analisi 3, modulo B
A.a. 2016-2017, sessione estiva, I appello

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di Studi: **Matematica** **Fisica**

ESERCIZIO N. 1. Si ponga $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : |x| \leq e^{-y^2}, |z| \leq y\}$.

(i) Si stabilisca, giustificando la risposta, se E è un insieme compatto.

(ii) Si stabilisca, giustificando la risposta, se E è un insieme localmente misurabile in \mathbb{R}^3 .

(iii) Si stabilisca, giustificando la risposta, se E è un insieme misurabile in \mathbb{R}^3 , almeno in senso generalizzato.

ESERCIZIO N. 2. Posto, per ogni $n \in \mathbb{N}^+$, $A_n = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{n^4} + \frac{y^2}{n^2} + \frac{z^2}{n} \leq 1 \leq nx^2 + n^2y^2 + n^4z^2\}$, si calcoli

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \iiint_{A_n} (x^2 + y^2 + z^2 + 1)^{-2} dz dy dx$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si consideri la forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{-y}{x^2 + 9y^2} dx + \frac{x}{x^2 + 9y^2} dy.$$

(i) Si stabilisca se ω è chiusa nell'insieme di definizione.

(ii) Si stabilisca se ω è esatta in tale insieme.

(iii) Si calcoli $\int_{\pi/8}^{\pi/4} \frac{-\cos(t) - t \sin(t)}{t^2 + 9 \cos^2(t)} dt$.

ESERCIZIO 4. Sia Ω il solido compreso tra il piano xy e il paraboloido di equazione $z = 4 - x^2 - y^2$. Si calcoli, usando il teorema della divergenza, il flusso del campo

$$F(x, y, z) = (xz \sin(yz) + x^3, \cos(yz), 3zy^2 - e^{x^2+y^2})$$

uscite dalla superficie Σ costituita dal bordo di Ω .

RISULTATO

SVOLGIMENTO