

Corso di Laurea in Matematica, Corso di Laurea in Fisica
Esame di Analisi 3, modulo B
A.a. 2017-2018, sessione estiva, I appello

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di Studi: **Matematica** **Fisica**

ESERCIZIO N. 1. Si ponga

$$J = \left\{ (x, y, z) : \max\{|y|, |z|\} \leq \frac{1}{1+x^2} \right\}.$$

(i) Si provi che J è localmente misurabile in \mathbb{R}^3 .

(ii) Si stabilisca se J è misurabile in senso generalizzato in \mathbb{R}^3 e, in caso affermativo, se ne calcoli la misura.

ESERCIZIO N. 2. Si calcoli, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\iint_E |z|^\alpha dx dy dz,$$

con $E = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + (|z| - 1)^2 \leq 1\} \cup \{(x, y, z) : |x| \leq 1, |y| \leq 1, |z| \leq 1\}$.

RISULTATO

SVOLGIMENTO

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si consideri la funzione $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $f(t) = t^2 \cos(\pi/t^2)$ per $t > 0$ e $f(0) = 0$.

(i) Si stabilisca se la funzione è derivabile in $t = 0$.

(ii) Si stabilisca se la funzione è $BV([0, 1])$ (cioè a variazione limitata in $[0, 1]$).

ESERCIZIO 4. Si consideri il campo vettoriale $F(x, y, z) = (-y, 2yz, y^2)$ e sia Σ l'emisfero superiore della superficie sferica di raggio 1 e centro nell'origine.

(i) Si calcoli il flusso del rotore di F attraverso Σ nella direzione n , dove n è il versore normale esterno a Σ .

(ii) Si verifichi il risultato del punto (i) applicando il teorema di Stokes.