

SECONDA PROVA DI ANALISI NUMERICA APPELLO DEL 12/06/2018

NOME E COGNOME:

Rispondere nello spazio delimitato sottostante la domanda.

1) Si consideri la funzione

$$f(x) = x - \sin x, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Per  $|x| \ll 1$ , studiare il condizionamento di  $f$  e la stabilità dell'algoritmo per calcolare i valori di  $f$  basato sull'espressione di  $f(x)$  data sopra.

---

---

2) Si consideri la funzione

$$f(x) = x^3 - (1 - x^2), \quad x \in [0, 1].$$

Provare, anche graficamente, che  $f$  ha un unico zero  $x^*$  e determinare un intervallo di localizzazione per esso, che soddisfi anche la proprietà iv) richiesta per poter utilizzare il metodo di Newton al fine di approssimare  $x^*$ . Determinare un idoneo punto di partenza per la successione  $\{x_n\}$  del metodo di Newton che garantisca la convergenza a  $x^*$ . Determinare poi il criterio d'arresto del metodo, se viene richiesta un'approssimazione  $x_n$  di  $x^*$  tale che  $|x_n - x^*| \leq \text{TOL}$ .

---

---

3) Utilizzando la proprietà di invarianza ortogonale della norma 2 di matrice e la SVD, mostrare che, per una matrice  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ , risulta  $\|A\|_2 = \sigma_1$ , dove  $\sigma_1$  è il primo valore singolare di  $A$ .

---