SECONDA PROVA DI ANALISI NUMERICA APPELLO DEL 26/06/2018

NOME E COGNOME:

Rispondere nello spazio delimitato sottostante la domanda.

1) Si consideri la matrice

$$A = \begin{bmatrix} a & -2 \\ 1 & 2a \end{bmatrix},$$

dove $a \geq 0$. Determinare $\|A\|_1$, $\|A\|_2$ e $\|A\|_\infty$ in funzione di a. Infine, descrivere la funzione

$$f(a) = \min\{\|A\|_1, \|A\|_2, \|A\|_\infty\}, \ a \geq 0.$$

---

2) Si consideri la funzione

$$f(x) = e^x, x \in [0, 1],$$

e la si interpoli su $n+1$ nodi equidistanti. Determinare n in modo che il massimo errore di interpolazione sia minore o uguale a 10^{-4}, utilizzando una maggiorazione del massimo errore che sia sensata per questa situazione.

---

3) Dimostrare il Teorema di convergenza locale del metodo di Newton: se l'intorno I_ε di x^* soddisfa $I_\varepsilon \subseteq [a,b]$ e $d_\varepsilon \cdot \varepsilon < 1$, allora per ogni $x_0 \in I_\varepsilon$ si ha $x_n \in I_\varepsilon$ per $n \in \{0,1,2,\ldots\}$ e $\lim_{n\to\infty} x_n = x^*$.