

Corso di Laurea in Matematica, Corso di Laurea in Fisica
Esame di Analisi 3, modulo B
A.a. 2017-2018, sessione estiva, II appello

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di Studi: **Matematica** **Fisica**

ESERCIZIO N. 1. Si calcoli il volume del solido

$$E = \left\{ (x, y, z) : z^2 \leq x^2 + 4y^2 \leq 1 + z^2 \leq 2 \right\}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2. Si stabilisca per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ esiste finito

$$\iint_E y(x^2 + y^2)^\alpha dx dy dz,$$

con $E = \{(x, y) : 0 < 2x < x^2 + y^2 < 4, y > 0\}$.

RISULTATO

SVOLGIMENTO

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si considerino il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (x, y, z^4)$$

e la superficie Σ del cilindro di equazione $x^2 + y^2 = 4$ delimitato dai piani $z = -1$ e $z = 1$.

(i) Si calcoli direttamente il flusso uscente di F attraverso Σ .

(ii) Si calcoli il flusso del punto (i) utilizzando il teorema della divergenza.

ESERCIZIO 4. Sia A un dominio regolare di \mathbb{R}^2 avente come frontiera il sostegno della curva in forma polare

$$\gamma(\theta) = (\rho(\theta) \cos(\theta), \rho(\theta) \sin(\theta)) \quad \theta \in [0, 2\pi].$$

(i) Dimostrare che l'area $m(A)$ di A può venir espressa dalla formula $m(A) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \rho(\theta)^2 d\theta$

(ii) Si calcoli l'area racchiusa dalla cardioide di equazione

$$\gamma(t) = ((1 + \cos(t)) \cos(t), (1 + \cos(t)) \sin(t)) \quad , \quad t \in [0, 2\pi].$$