II^o PRINCIPIO

Esercizio 1

Ci si propone di utilizzare energia solare per produrre potenza meccanica. Si pensa di effettuare questa trasformazione raccogliendo l'energia solare per mezzo di un collettore a piastre che la trasferisce come calore al fluido operativo di una macchina termica.
Tale macchina opera ciclicamente e scambia calore con l'aria esterna.
Dall'esperienza, si ha che il flusso termico specifico, raccolto dal collettore, è pari a 190 Btu/h ft^2 quando questo opera a 190^{o}F.
Assumendo pari a 70^{o}F la temperatura dell'aria esterna, calcolare l'area minima del collettore per un impianto che fornisca la potenza di 1 kW.

L'area minima si ha quando, trattandosi di ciclo bitermico, la macchina opera secondo un ciclo reversibile:
P = q·h_c = 1kW

$$h_c = 1 - \frac{T_0}{T} = 1 - \frac{273.15 + \frac{5}{9}(70-32)}{273.15 + \frac{5}{9}(190-32)} = 0.185$$

Da cui il flusso termico totale necessario è:

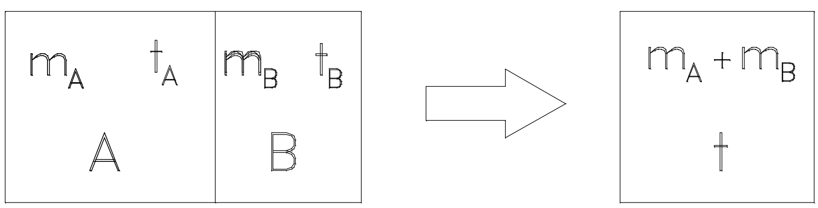
$$q = \frac{P}{h_c} = \frac{1 \times 10^3}{0.185} = 5405 \text{ W} = 5.405 \text{ kW}$$

Essendo q" = q/A , l'area minima è pari a:

$$A = \frac{q}{q''} = \frac{5405}{190 \dfrac{1055}{3600(03048)^2}} = 9.02 \text{ m}^2$$

Esercizio 2

Un recipiente a pareti rigide, termicamente isolato, è diviso in due parti da un setto.
Nella parte A sono contenuti m_A = 15 kg di acqua a t_A = 10^{o}C, mentre nella parte B si hanno m_B = 5 kg d'acqua a t_B = 27^{o}C.
Calcolare la variazione di entalpia del sistema quando, tolto il setto, le due masse d'acqua si mescolano.
Si assuma il calore specifico dell'acqua costante, pari a c = 1 kcal/kg K.



Si tratta di un processo senza scambi energetici con l'esterno, per cui:

$$\Delta U_{if} = 0 = \Delta U_A + \Delta U_B$$

$\Delta U_A = m_A \cdot c \cdot (t - t_A)$
$\Delta U_B = m_B \cdot c \cdot (t – t_B)$
$m_A \cdot c\ (t – t_A) + m_B \cdot c\ (t – t_B) = 0$

$$t = \frac{m_A t_A + m_B t_B}{m_A + m_b} = \frac{15 \cdot 10 + 5 \cdot 27}{15 + 5} = 14.25\ ^oC$$

Per valutare la variazione di entalpia del sistema:

$$\Delta S_{if} = \int_i^f \frac{d\,Q^{rev}}{T} + \Delta S_{irr} = \Delta S_{irr}$$

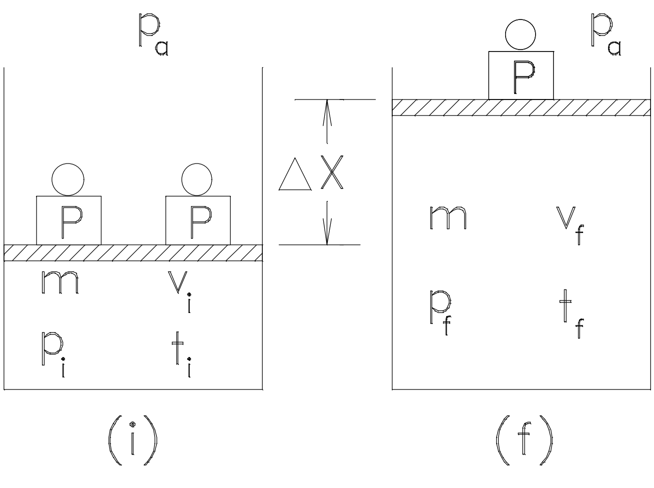
essendo il sistema termicamente isolato,
$\Delta S_{irr} = \Delta S_A + \Delta S_B$
Ricordando l'espressione esplicita delle variazioni di entalpia di una sostanza incomprimibile:

$$\Delta S = \ln (T_f/T_i)$$

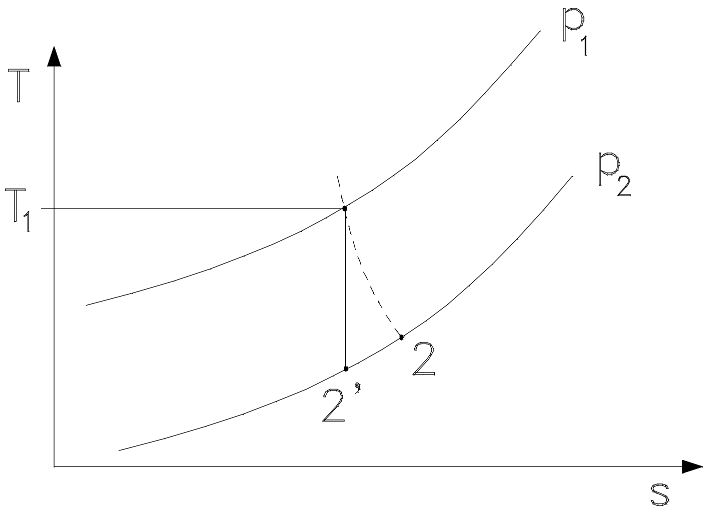
si ha:
$\Delta S_{irr} = c\ (m_A \ln (T/T_A) + m_B \ln (T/T_B))$
$= 4187\ (15 \ln [(273.15+14.25)/(273.15+10)] + 5 \ln [(273.15+14.25)/(273.15+27)])$
$\Delta S_{irr} = 4187\ (0224 – 0.217) = 29.3$ J

Esercizio 3

Si abbia un sistema chiuso costituito da un cilindro contenente aria compressa, chiuso da un pistone supposto di massa trascurabile, caricato con un peso opportuno.
Il sistema contenga inizialmente 10 kg d'aria a 27°C e 10 ata, e la p ambiente esterna vale p_a = 1 bar.
Ad un certo punto di dimezza improvvisamente il peso gravante sul pistone, il quale si solleva fino a raggiungere una nuova posizione di equilibrio.
Calcolare, considerando il processo adiabatico e l'aria gas ideale
(k = 1.4, $R = \overline{R}/M_a = 8.314/28.9 = 0.287$ kJ/kg)
a) la temperatura finale dell'aria;
b) il lavoro scambiato con l'esterno;
c) l'aumento di entropia dell'aria;
d) il rendimento isoentropico dell'espansione.
Aria: M = 28.97 kg/kmol ; h = 1.4



Sul diagramma T-s :



Il lavoro totale è costituito da due contributi:

- Il lavoro fatto sulle forze di pressione esterne $\hat{L}_{pe}$.
- Il lavoro dovuto all'aumento dell'energia potenziale del peso ΔEP.

$$\hat{L}_{if} = \hat{L}_{pe} + \Delta EP$$

si ha

$$\hat{L}_{pe} = p_a A \cdot \Delta X = p_a \Delta V = p_a (V_f - V_i)$$

Dall'equilibrio delle forze, detto P il peso che viene sollevato:

$$P = (p_f - p_a) A \quad (*)$$

E quindi:

$$\Delta EP = (p_f - p_a) A \Delta X = (p_f - p_a)(V_f - V_i)$$

Risulta quindi:

$$\hat{L}_{if} = p_a (V_f - V_i) + (p_f - p_a)(V_f - V_i) = p_f (V_f - V_i)$$

Si ha inoltre nello stato iniziale:

$$2P = A (p_i - p_a)$$

Da cui

$$P = \frac{A}{2}(p_i - p_a)$$

Che sostituita nella $(*)$:

$$\frac{A}{2}(p_i - p_a) = (p_f - p_a) A$$

$$p_i - p_a = 2p_f - 2p_a \rightarrow p_f = \frac{p_i + p_a}{2} = \frac{10 \times 0.98 + 1}{2} = 5.4 \text{ bar} = 0.54 \text{ MPa}$$

Il I° principio (S. C.) porge:

$$\hat{L}_{if} = U_i - U_f$$

$$p_f (V_f - V_i) = m \cdot c_v (T_i - T_f) = m p_f (v_f - v_i)$$

$$c_v\left(T_i - T_f\right) = p_f R\left(\frac{T_f}{p_f} - \frac{T_i}{p_i}\right)$$

da cui:

a) $$T_f = T_i\left(\frac{1}{k} + \frac{k-1}{k}\frac{p_f}{p_i}\right)$$

$$T_f = 300\left(\frac{1}{1.4} + \frac{0.4}{1.4}\cdot 0.54\right) = 260.1 \text{ K}$$

b) $$\hat{L}_{if} = m \cdot c_v\left(T_i - T_f\right) = m\frac{1}{k-1} R\left(T_i - T_f\right)$$

$$= 10\frac{1}{0.4}0.287\left(300 - 260.1\right) = 286.3 \text{ kJ}$$

Trattandosi di gas ideale:

c) $$\Delta S = m \cdot c_p \cdot \ln\left[\frac{T_f}{T_i}\left(\frac{p_f}{p_i}\right)^{\frac{1-k}{k}}\right]:$$

$$c_p = \frac{k}{k-1} R$$

da cui

$$\Delta S = 10 \cdot \frac{1.4}{0.4} \cdot 0.287 \cdot \ln\left[\frac{260.1}{300} \cdot 0.54^{\frac{-0.4}{1.4}}\right] = 0.335 \text{ kJ/K}$$

d) Se l'aria si fosse espansa isoentropicamente dallo stato iniziale alla stessa pressione finale p_f si ha:

$$T'_f = T_i\left(\frac{p_f}{p_i}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 300 \cdot 0.54^{\frac{0.4}{1.4}} = 251.6 \text{ K}$$

ed il lavoro scambiato, $\hat{L}_{if'} > \hat{L}_{if}$

risulta:

$$h_{ie} = \frac{\hat{L}_{if}}{\hat{L}_{if'}} = \frac{c_v\left(T_i - T_f\right)}{c_v\left(T_i - T_{f'}\right)} = \frac{300 - 260.1}{300 - 251.6} = 0.824$$