

Fisica della Materia Condensata II
e Proprietà elettroniche e magnetiche di materiali
A.A. 2010-2011, 23 febbraio 2011

(tempo 3 ore)

Si risolvano i due esercizi ciascuno dei quali ha una valutazione massima di 18 per un totale sui due esercizi di 36. Ogni domanda facoltativa vale 3 punti addizionali. Il voto superiore o uguale a 33 viene considerato 30 e lode, tra 30 e 32 viene considerato 30.

NOTA BENE:

- Si diano tutti i passaggi necessari a capire in dettaglio il procedimento di soluzione. Risposte con il solo risultato o dettagli insufficienti non saranno considerate;
- se richieste, si diano le valutazioni (numeriche) con 3 cifre significative, né più né meno.

Esercizio 1: *Elettroni nel grafene in approssimazione di densità locale*

Motivati dalla dispersione di energia degli elettroni nel grafene, consideriamo Fermioni di spin $1/2$ in 2 dimensioni, non interagenti, con livelli energetici per gli stati di singola particella $\epsilon_{\mathbf{p}} = \alpha p$ e condizioni periodiche al contorno. Considereremo nel seguito lo stato nel quale metà degli elettroni hanno proiezione di spin lungo z uguale a $\hbar/2$ e metà $-\hbar/2$. Considereremo i Fermioni prima liberi e poi in presenza di un campo esterno.

1. Si calcoli il vettore d'onda di Fermi.
2. Si esprima l'energia di Fermi in termini della densità areale di elettroni $n = N/A$.
3. Si calcoli l'energia totale e da questa l'energia per Fermione, come funzione della densità.
4. Utilizzando la risposta al punto precedente, si consideri ora il sistema di Fermioni in presenza di un campo esterno $v(\mathbf{r})$ e si scriva l'energia totale (cinetica + d'interazione con il campo esterno) utilizzando l'approssimazione di densità locale per l'energia cinetica.
5. Si ottenga la densità d'equilibrio dal principio di minimo dell'energia quando il moltiplicatore di Lagrange μ che entra nella condizione di minimo sia nullo .
6. Ci si specializzi ora al caso nel quale $v(\mathbf{r}) = -v_0[\sin(qr)/qr]^{1/2}$ per $r \leq \pi/q$ e $v(\mathbf{r}) = 0$ per $r > \pi/q$: si calcoli il numero totale di Fermioni corrispondente al profilo di densità ottenuto, quando $v_0 = [M/2]^{1/2}\alpha\hbar q$.

Esercizio 2: *Conducibilità in un semiconduttore drogato: transizione metallo-isolante*

Si consideri il semiconduttore cristallino InSb (antimoniuro di Indio). Si tratta di un semiconduttore a gap diretta ($E_g \approx 0.2eV$). La banda di conduzione ha una massa efficace misurata di $m_c = 0.015m_e$. Ci sono due bande di valenza con $m_v = 0.2m_e$ e $m_v = 0.015m_e$. Nel seguito si considerino solo buche *pesanti* (sia ha un'idea del perché?). La costante dielettrica misurata è $\epsilon = 17.88$.

Si assuma di drogare il semiconduttore con dei donori e si supponga di poter descrivere lo stato degli elettroni in eccesso così introdotti usando il modello *idrogenoide*.

1. Si calcoli l'energia di legame E_d (in eV) degli elettroni di eccesso rispetto al fondo della banda di conduzione.
2. Si calcoli il raggio di Bohr efficace a_B^* (in Å) di tali elettroni, assumendo che ciascuno sia nel livello fondamentale *idrogenoide* centrato su un donore e si dica se il valore ottenuto per a_B^* è compatibile con il modello idrogenoide utilizzato?
3. Si assuma che quando la distanza media tra i centri donori diventa paragonabile ad a_B^* lo *schermo* tra gli elettroni legati ai donori diventi così efficace che gli elettroni stessi smettano di essere legati e finiscano in banda di conduzione. Per quale valore critico della densità n_{cr} di donori (elettroni) questo avviene? Si dia n_{cr} in cm^{-3} .
[Si suggerisce di scrivere la densità media di donori/elettroni come $n_d = [(4\pi/3)a^3]^{-1}$ e di prendere a come misura della distanza media tra donori. Altri possibili modi di stimare n_{cr} non sono peraltro scoraggiati.]
4. Si stimi la densità intrinseca di portatori (n_i , in cm^{-3}) a $T = 100K^\circ$ nel semiconduttore puro (**senza drogaggio**) utilizzando i dati forniti nel preambolo.
5. Confrontando le densità di portatori ottenute al punto 4 e al punto 5, si dica se a $T = 100K^\circ$ e per $n_d > n_{cr}$ il semiconduttore drogato è in regime estrinseco (dominato dal drogaggio) o intrinseco.
6. Per $T = 0$ e $n_d > n_{cr}$, il semiconduttore drogato è un isolante o un metallo e perché?