

APPUNTI DI ESTENSIMETRIA

F. Cosmi – M. Hoglevina

ESTENSIMETRIA

ESTENSIMETRI A RESISTENZA ELETTRICA

Gli estensimetri a resistenza elettrica (in inglese “strain gages”) sono sensori meccanici utilizzati per misurare le deformazioni di un corpo. Nella sua forma più semplice un estensimetro è costituito da una resistenza (filamento di costantana) di piccole dimensioni che si sviluppa prevalentemente lungo la direzione di misura. In direzione trasversale a quella di interesse il filamento presenta sezioni maggiori per evitare variazioni di resistenza R (Figura E.1).

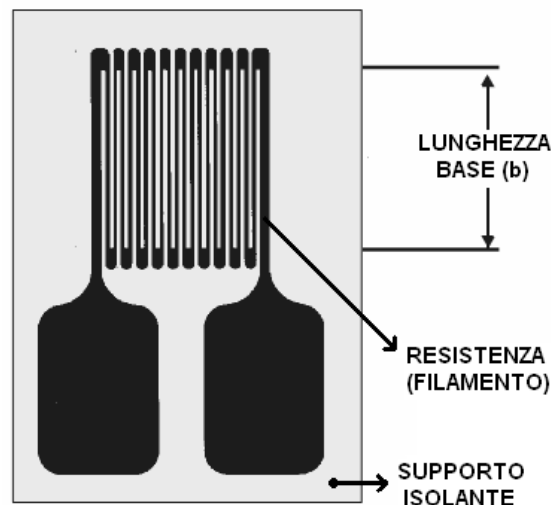


Figura E.1: Estensimetro a resistenza elettrica.

Figura tratta da Data Book di VISHAY INTERTECHNOLOGY, Inc. 2003

b : lunghezza base dell'estensimetro, al diminuire di b si ottengono misure sempre più locali della deformazione

Il supporto del filamento è un sottile foglio ($20 \div 30 \mu\text{m}$) di resina isolante (resina poliammidica, fenolica, acrilica o epossidica) che viene poi incollato alla superficie del pezzo con un adesivo mono o bicomponente (cianoacrilati, resine epossidiche o fenoliche).

PROPRIETÀ E PRINCIPI DI FUNZIONAMENTO

La legge che lega deformazioni e variazioni di resistenza della griglia può essere ricavata sulla base delle seguenti considerazioni:

1. La resistenza di un filo conduttore è $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$. (1)

ρ = resistività

l = lunghezza del conduttore

S = area della sezione trasversale del conduttore (se circolare è πr^2)

2. In un conduttore sottoposto a trazione la variazione di resistenza è direttamente proporzionale

$$\text{alla variazione di lunghezza del conduttore stesso: } \frac{dR}{R} = K \cdot \frac{dl}{l} \quad (2)$$

K = gauge factor (fattore di taratura)

3. L'allungamento longitudinale è $\varepsilon_a = \frac{dl}{l}$ e la strizione trasversale è $\varepsilon_t = -\nu \cdot \varepsilon_a$

Per valutare il legame tra variazioni di lunghezza e conseguenti variazioni di resistenza dell'estensimetro è necessario differenziare la (1); passando per comodità prima ai logaritmi si ottiene:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \rightarrow \ln R = \ln \rho + \ln l - \ln S \quad (3)$$

e differenziando la (3):

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - \frac{dS}{S} \quad (4)$$

che, supponendo $\rho = \text{cost}$ si semplifica in:

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} - \frac{dS}{S} \quad (5)$$

Se il filamento è a sezione circolare risulta $S = \pi \cdot r^2$ da cui per differenziazione $\frac{dS}{S} = 2 \cdot \frac{dr}{r}$.

Ora, poiché $\frac{dr}{r} = \varepsilon_t$ risulta $\frac{dS}{S} = -2 \cdot \nu \cdot \frac{dl}{l}$ che sostituita nella (5) dà:

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} - \frac{dl}{l} \cdot (-2 \cdot \nu) = \frac{dl}{l} (1 + 2 \cdot \nu) \quad (6)$$

da cui, considerando per materiali metallici $\nu = 0,3$ risulta:

$$\frac{dR}{R} = 1,6 \cdot \frac{dl}{l} \quad (7)$$

In realtà ρ varia e per filamenti in costantana o leghe Ni-Cr si assume $K \approx 2$; per estensimetri a semiconduttore si può arrivare a $K = 200$.

Per l'estensimetro nel suo complesso (griglia di conduttori):

l = somma delle lunghezze dei fili longitudinali

poiché si ritiene che gli spezzoni trasversali di unione tra i singoli elementi della griglia non

influenzino $\frac{dR}{R}$ in virtù della loro sezione, notevolmente maggiore di quella dei tratti longitudinali.

La resistenza nominale R più comune è pari a 120 Ω ma si possono trovare a catalogo anche estensimetri da 350 Ω e 600 Ω .

Un parametro molto importante nelle applicazioni estensimetriche è la sensibilità alla temperatura, cioè la deformazione termica apparente ε_{app} indicata da un estensimetro applicato su un provino libero di deformarsi non soggetto a tensioni e sottoposto a una variazione uniforme di temperatura:

$$\varepsilon_{app} = \frac{\beta_e}{K} \cdot \Delta T \quad (8)$$

β_e = coefficiente di dilatazione termica dell'insieme provino-estensimetro

Accoppiando opportunamente le caratteristiche di estensimetro e provino si può ottenere:

$\beta_e = 0$ (estensimetri autocompensati)

La compensazione non è mai completa perchè β_e varia con la temperatura e pertanto risulta soddisfacente solo per un certo range di T .

In qualità di conduttore elettrico un estensimetro presenta un limite massimo (I_{max}) alla corrente che può attraversarlo senza danneggiarlo.

Il problema in questione è legato alla dissipazione del calore prodotto per effetto Joule, che dipende da:

- materiale del filamento
- tipo di supporto e di strato protettivo
- materiale su cui è applicato l'estensimetro

Le materie plastiche ad esempio dissipano male il calore, essendo caratterizzate da bassi coefficienti di conduzione termica rispetto ai metalli, per cui risulta:

$$I_{max} \text{ su plastica} \ll I_{max} \text{ su metallo}$$

La massima deformazione sopportabile da un normale estensimetro è pari a circa 3000÷3500 $\mu\text{m/m}$ (talvolta indicata in termini di $\mu\epsilon$, unità di misura non riconosciuta) cioè circa lo 0,3%; esistono però estensimetri che con collanti particolari possono rilevare ε dell'ordine del 10%.

CIRCUITI DI MISURA PER ESTENSIMETRI

La variazione di resistenza per deformazione che si ha negli estensimetri ha due cause, una è legata al cambiamento di geometria del conduttore per la deformazione, l'altra a una variazione di resistività del materiale (questa causa è preponderante negli estensimetri a semiconduttore).

Per cogliere le variazioni di resistenza si utilizza il circuito a ponte (Wheatstone). Ogni resistenza costituisce un lato del ponte e i contatti tra due resistenze contigue sono i vertici del ponte. I collegamenti tra vertici opposti vengono detti diagonali; su una diagonale è posta l'alimentazione, sull'altra il galvanometro. Gli estensimetri costituiscono uno o più lati del ponte (per esempio R_1 in Figura E.2 sia un estensimetro).

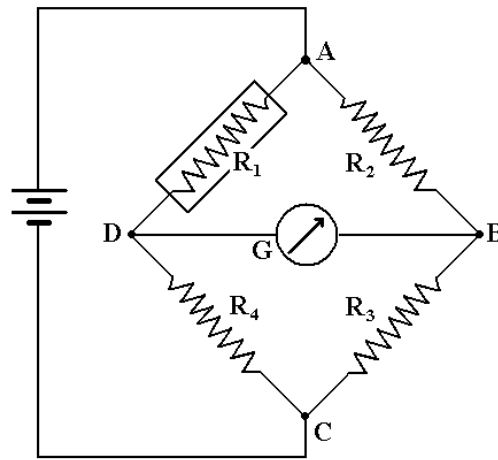


Figura E.2: Circuito di misura a ponte di Wheatstone.

La misura si effettua a partire dalla situazione di equilibrio o azzeramento del ponte. In questa condizione nella diagonale su cui è inserito il galvanometro non circola corrente. Si ottiene questa situazione variando le resistenze dei lati finché si soddisfa la condizione:

$$R_1 R_3 = R_2 R_4$$

È opportuno mettere la resistenza variabile (reostato) secondo lo schema di Figura E.3, in modo che la resistenza di contatto del cursore si ripartisca su due lati contigui del ponte e non influenzi la misura.

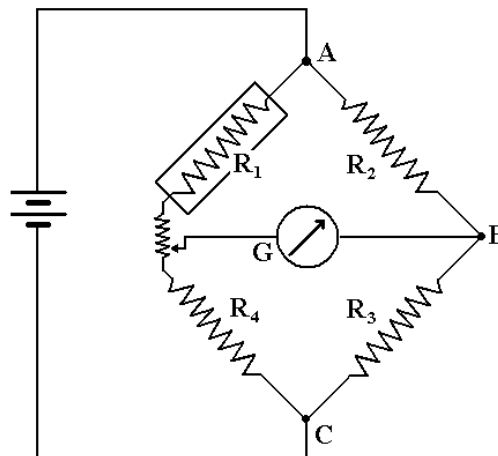


Figura E.3: Circuito di misura a ponte di Wheatstone con reostato di bilanciamento.

CONSIDERAZIONI SUGLI SBILANCIAMENTI

- 2 estensimetri uguali messi su 2 lati OPPOSTI del ponte e sopportanti una deformazione uguale in modulo ma di segno diverso → NON SBILANCIANO IL PONTE
- 2 estensimetri uguali messi su 2 lati ADIACENTI del ponte e sopportanti una deformazione di uguale modulo e segno → NON SBILANCIANO IL PONTE

Da queste osservazioni si possono trarre le seguenti importanti conclusioni:

- Le variazioni sui lati opposti del ponte si sommano algebricamente
- Le variazioni sui lati adiacenti del ponte si sottraggono

Queste proprietà vengono sfruttate usando più estensimetri nel ponte di Wheatstone per amplificare o compensare il segnale in uscita.

ESEMPIO

Problema: durante la prova sono previste variazioni di temperatura non trascurabili.

Soluzione: l'utilizzo di un estensimetro autocompensato non sempre garantisce la completa eliminazione delle ε_{app} per cui si preferisce montare un estensimetro "di compensazione" uguale a quello di misura "attivo" su di un pezzo scarico di materiale (o struttura) nelle stesse condizioni ambientali. In queste condizioni i due estensimetri rilevano la medesima ε_{app} , ragion per cui montandoli su due lati adiacenti del ponte non si avranno sbilanciamenti di origine termica.

ESEMPIO

Problema: misurare in modo accurato le deformazioni durante una prova di trazione semplice.

Soluzioni possibili:

- [1] La metodologia più semplice prevede l'utilizzo di un solo estensimetro attivo applicato sulla superficie del provino (Figura E.4); il segnale in uscita registra una deformazione composta da:

- ε_a = deformazione assiale (il risultato cercato)
- ε_{app} = deformazione termica apparente
- ε_f = deformazione di flessione dovuta all'eccentricità del carico

Questa soluzione di misura è molto imprecisa!

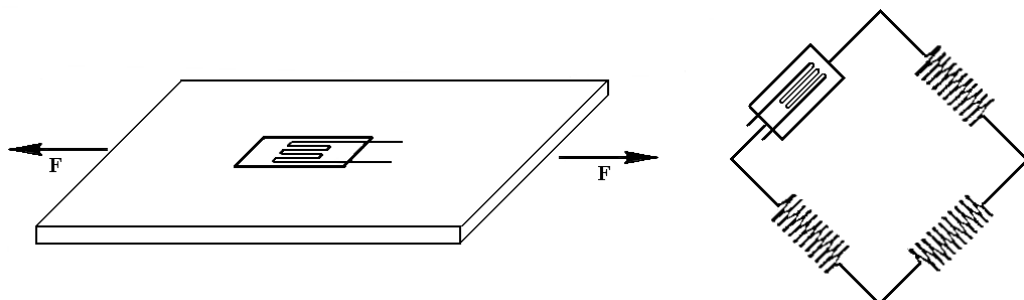


Figura E.4: Prova di trazione con un solo estensimetro attivo.

- [2] Circuito a MEZZO PONTE: prevede l'utilizzo di due estensimetri attivi applicati su facce opposte del provino e collegati a lati opposti del ponte di misura (Figura E.5). Il segnale in uscita registra:

- $2 \cdot \epsilon_a$
- $2 \cdot \epsilon_{app}$

Questa soluzione elimina dalla lettura la ϵ_f e offre un segnale doppio per ϵ_a (la sensibilità dello strumento è quindi aumentata), però è ancora presente l'effetto termico.

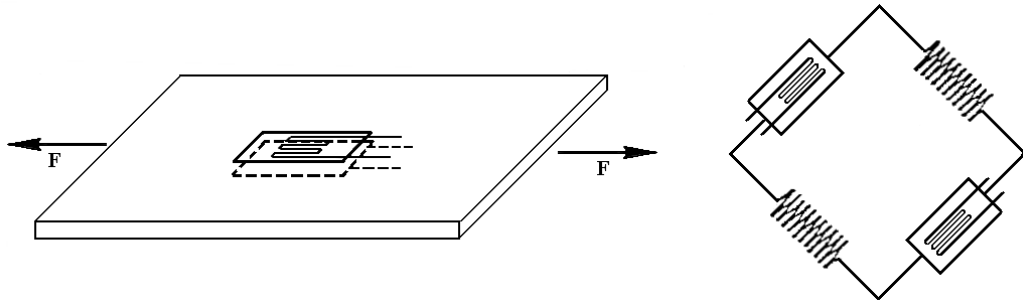


Figura E.5: Prova di trazione con due estensimetri attivi su facce opposte del provino.

- [3] Circuito a MEZZO PONTE con compensatore: dei due estensimetri utilizzati uno solo è attivo nella misura, l'altro funge da compensatore termico. Gli estensimetri sono collegati a lati adiacenti del ponte di misura (Figura E.6). Si rilevano:

- ϵ_a
- ϵ_f

Questa soluzione elimina dalla lettura la ϵ_{app} ma non la deformazione di flessione ϵ_f .

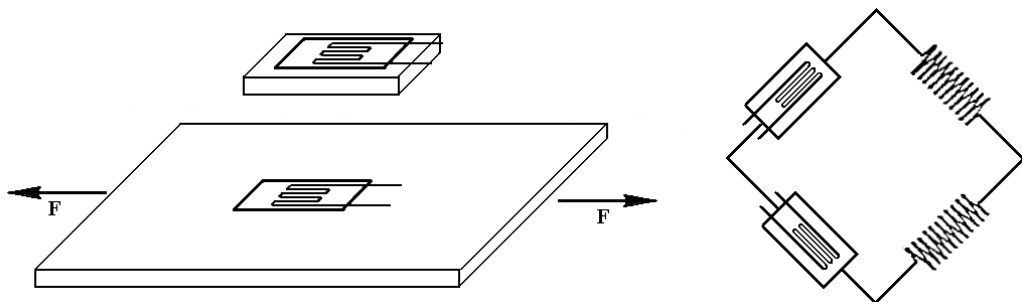


Figura E.6: Prova di trazione con due estensimetri, uno attivo e uno compensatore.

- [4] Circuito a PONTE INTERO: prevede l'utilizzo di 4 estensimetri attivi (uno per ogni ramo del ponte di Wheatstone) applicati longitudinalmente e trasversalmente, sopra e sotto al provino come illustrato in Figura E.7. Le deformazioni rilevate dal circuito sono:

- $2 \cdot \epsilon_a$
- $2 \cdot \epsilon_t$ (ϵ_t = deformazione trasversale del provino)

Poichè $\varepsilon_t = \nu \cdot \varepsilon_a$ la lettura riporta $2 \cdot \varepsilon_a + 2 \cdot \nu \cdot \varepsilon_a = 2 \cdot \varepsilon_a (1 + \nu)$, quindi la lettura della deformazione assiale è amplificata del fattore $2(1+\nu)$. La deformazione termica apparente ε_{app} cambia tutte e quattro le resistenze della stessa quantità e pertanto non sbilancia il ponte. In presenza di una flessione del provino risulta $\Delta R_2 = -\Delta R_{2'}$ (variazione che non sbilancia il ponte) per cui la ε_t è anch'essa automaticamente compensata.

Questa soluzione è in assoluto quella da preferirsi!

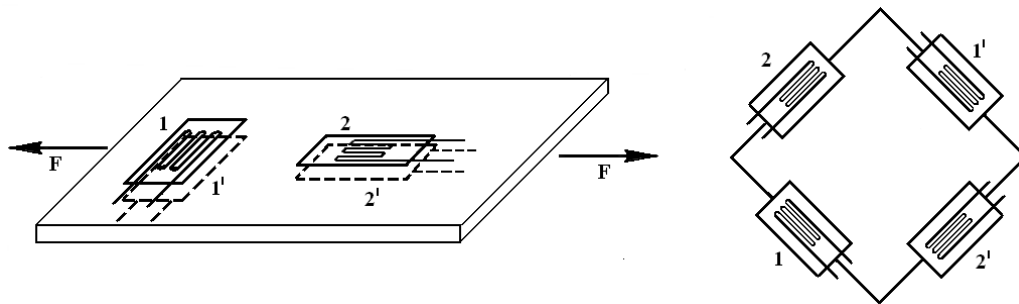


Figura E.7: Prova di trazione con quattro estensimetri attivi.

CONCLUSIONI

Sulla base di quanto detto finora, l'estensimetria risulta essere una tecnica:

- MOLTO PRECISA
- APPLICABILE A STRUTTURE REALI
- ADATTA A QUALSIASI TIPO DI CARICO

Per contro è una metodologia che offre solo INFORMAZIONI LOCALI e richiede pertanto l'esecuzione di esami preventivi per stabilire dove applicare gli estensimetri.

BIBLIOGRAFIA

- [1] A. Strozzi – “Costruzioni di Macchine” - Edizioni Pitagora, 1999
- [2] A. Bray – “Estensimetri Elettrici a Resistenza” – CNR, Roma, 1965
- [3] VISHAY INTERTECHNOLOGY Inc. – “Data book, Catalog 500”, 2003
(scaricabile su <http://www.luchsinger.it/Estensimetria.htm#OEM>)

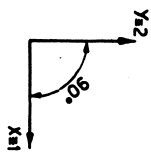
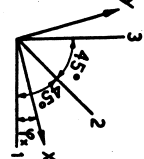
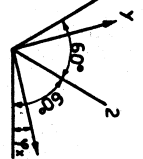
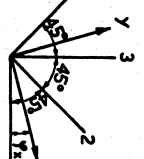
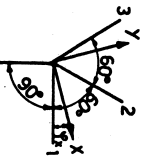
INTERNET

- [1] <http://www.hbm.com/> (produttore di estensimetri e sistemi di misura, sul sito sono disponibili i cataloghi con le caratteristiche tecniche dei prodotti)

A. BRAY – Estensimetri elettrici a resistenza. Cap. 8: Le rosette estensimetriche (pag. 251).

TAV. 1

TABELLA 19 – Relazioni per la determinazione dello stato di tensione con diversi tipi di rosette.

TIPO ROSETTA	DEFORMAZIONI NORMALI PRINCIPALI ϵ_x e ϵ_y	TENSIONI NORMALI PRINCIPALI σ_x e σ_y	TENSIONE TANGENZIALE MASSIMA τ_{max}	$\tan 2\varphi_x$
	ϵ_1 ϵ_2	$\frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_1 + \nu\epsilon_2)$ $\frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_2 - \nu\epsilon_1)$	$\frac{E}{2(1+\nu)}(\epsilon_1 - \epsilon_2)$	0
	$\frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (2\epsilon_3 - \epsilon_1 - \epsilon_2)^2}$	$\frac{E}{2} \left[\frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{1-\nu} \pm \frac{1}{1+\nu} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (2\epsilon_3 - \epsilon_1 - \epsilon_2)^2} \right]$	$\frac{E}{2(1+\nu)} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (2\epsilon_3 - \epsilon_1 - \epsilon_2)^2}$	$\frac{2\epsilon_3 - \epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 - \epsilon_2}$
	$\frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{2\epsilon_1 - \epsilon_2 - \epsilon_3}{3} \right)^2 + \left(\frac{\epsilon_2 - \epsilon_3}{\sqrt{3}} \right)^2}$	$\frac{E}{3(1-\nu)} \left[\frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3}{1+\nu} \pm \frac{1}{1+\nu} \sqrt{\left(\frac{2\epsilon_1 - \epsilon_2 - \epsilon_3}{3} \right)^2 + \left(\frac{\epsilon_2 - \epsilon_3}{\sqrt{3}} \right)^2} \right]$	$\frac{E}{1+\nu} \sqrt{\left(\frac{2\epsilon_1 - \epsilon_2 - \epsilon_3}{3} \right)^2 + \left(\frac{\epsilon_2 - \epsilon_3}{\sqrt{3}} \right)^2}$	$\frac{3(\epsilon_2 - \epsilon_3)}{\sqrt{3}(2\epsilon_1 - \epsilon_2 - \epsilon_3)}$
	$\frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 + \epsilon_4}{4} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_4)^2}$	$\frac{E}{1-\nu} \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 + \epsilon_4}{4} \pm \frac{E}{1+\nu} \frac{1}{2} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_4)^2}$	$\frac{E}{2(1+\nu)} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_4)^2}$	$\frac{\epsilon_3 - \epsilon_4}{\epsilon_1 - \epsilon_2}$
	$\frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{2} \right)^2 + \left(\frac{\epsilon_3 - \epsilon_4}{\sqrt{3}} \right)^2}$	$\frac{E}{1-\nu} \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2} \pm \frac{E}{1+\nu} \sqrt{\left(\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{2} \right)^2 + \left(\frac{\epsilon_3 - \epsilon_4}{\sqrt{3}} \right)^2}$	$\frac{E}{1+\nu} \sqrt{\left(\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{2} \right)^2 + \left(\frac{\epsilon_3 - \epsilon_4}{\sqrt{3}} \right)^2}$	$\frac{2(\epsilon_3 - \epsilon_4)}{\sqrt{3}(\epsilon_1 - \epsilon_2)}$