c. Si è affermato che, controllando per altri fattori, neri e ispanici completano più anni di università dei bianchi. Questo risultato è coerente con le regressioni effettuate nella parte (b)?

E7.4 Usando l'insieme di dati **Growth** descritto nell'Esercizio empirico 4.4, escludendo però i dati su Malta, si svolgano i seguenti esercizi.

a. Si effettui una regressione di *Growth* su *TradeShare*, *YearsSchool*, *Rev_Coups*, *Assassinations* e *RGDP60*. Si costruisca un intervallo di confidenza al 95% per il coefficiente di *TradeShare*. Il coefficiente è statisticamente significativo al livello del 5%?

b. Si verifichi se, presi come gruppo, *YearsSchool*, *Rev_Coups*, *Assassinations* e *RGDP60* possano essere omessi dalla regressione. Qual è il valore-*p* della statistica *F*? Qual è l'intercetta stimata? Qual è la pendenza stimata?

Soluzioni e data set nel companion web site.

Appendice 7.1: Il test di Bonferroni di ipotesi congiunte

Il metodo del Paragrafo 7.2 è quello preferito per verificare ipotesi congiunte in una regressione multipla. Tuttavia, se l'autore di uno studio presenta i risultati di una regressione ma non sottopone a verifica la restrizione congiunta di interesse e non si dispone dei dati originali, non si potrà calcolare la statistica *F* del Paragrafo 7.2. Questa appendice descrive un modo per verificare ipotesi congiunte che può essere usato quando si dispone solo di una tabella con i risultati di una regressione. Si tratta dell'applicazione di un approccio molto generale alla verifica di ipotesi basato sulla disuguaglianza di Bonferroni.

Il test di Bonferroni consente di verificare ipotesi partendo dalle statistiche *t* relative a ipotesi individuali; in altre parole, il test di Bonferroni corrisponde alla procedura di verifica "coefficiente per coefficiente", ma con un livello di significatività corretto.

Il **test di Bonferroni** dell'ipotesi nulla congiunta $\beta_1 = \beta_{1,0}$ e $\beta_2 = \beta_{2,0}$, basato sul valore critico $c > 0$, segue la regola:

$$\text{accetta l'ipotesi nulla se } |t_1| \le c \text{ e se } |t_2| \le c\text{; altrimenti, si rifiuta} \quad (7.22)$$
(test di Bonferroni "coefficiente per coefficiente")

dove t_1 e t_2 sono le statistiche *t* per verificare rispettivamente le restrizioni su β_1 e β_2.

Il trucco sta nello scegliere il valore critico *c* in modo che la probabilità che il test rifiuti l'ipotesi nulla quando questa è vera non superi il livello di significatività desiderato, diciamo del 5%. Questo si ottiene usando la disuguaglianza di Bonferroni per scegliere il valore critico *c* in modo da tenere conto sia del fatto che si verifichino entrambe le restrizioni, sia della possibile correlazione tra t_1 e t_2.

Disuguaglianza di Bonferroni

La disuguaglianza di Bonferroni è un risultato basilare della teoria della probabilità. Siano A e B due eventi. Sia $A \cap B$ l'evento "A e B" (l'intersezione di A e B) e sia $A \cup B$ l'evento "A o B" (l'unione di A e B). Allora, $\Pr(A \cup B) = \Pr(A) + \Pr(B) - \Pr(A \cap B)$. Poiché $\Pr(A \cap B) \ge 0$, ne segue che $\Pr(A \cup B) \le \Pr(A) + \Pr(B)$. Questa disuguaglianza a sua volta implica che $1 - \Pr(A \cup B) \ge 1 - [\Pr(A) + \Pr(B)]$. Siano A^c e B^c i complementi di A e B, ovvero, gli eventi "non A" e "non B". Siccome il complemento di $A \cup B$ è $A^c \cap B^c$, allora $1 - \Pr(A \cup B) = \Pr(A^c \cap B^c)$, il che porta alla disuguaglianza di Bonferroni: $\Pr(A^c \cap B^c) \ge 1 - [\Pr(A) + \Pr(B)]$.