OBBLIGAZIONI A CEDOLA FISSA

L'acquisto di una obbligazione sul mercato finanziario è un esempio di **operazione finanziaria**, precisamente si tratta di una operazione di puro investimento, in quanto si ha una sola uscita che precede tutte le entrate.

ACQUISTO DI UNA OBBLIGAZIONE ALL'EMISSIONE (tenuta fino alla scadenza)

$$\boldsymbol{x} / \boldsymbol{t} = \{-P, I, I, \ldots, I + C\} / \{t_0, t_0 + \tau, t_0 + 2\tau, \ldots, t_0 + m\tau\}$$

dove

lo scadenzario ha unità di misura gli anni,

t_0 è l'istante di emissione

τ è la durata (in anni) tra due scadenze cedolari, cioè la periodicità di pagamento delle cedole

C è il valore facciale o valore nominale

I è l'ammontare della cedola

m è il numero di cedole

P è il prezzo di emissione

Se $P = C$ titolo emesso alla pari (v. ammortamento bullet)

$P < C$ titolo emesso sotto la pari ($C - P$ è il premio di emissione)

$P > C$ titolo emesso sopra la pari

Si definisce **tasso cedolare** $\frac{I}{C}$ (infatti, $I = \frac{I}{C} \cdot C$)

Il tasso cedolare è riferito alla durata di τ anni

<u>Osservazione</u>: in un anno ci sono $\frac{1}{\tau}$ intervalli, ciascuno di ampiezza τ anni, quindi in un anno si incassano $\frac{1}{\tau}$ cedole

Si definisce **tasso annuo nominale** $\frac{I \cdot \frac{1}{\tau}}{C} = \frac{I}{C} \cdot \frac{1}{\tau}$

Se si pone $t_0 = 0$ e unità di misura delle durate i τ-esimi d'anno (cioè pari a τ anni), si ha

$$\boldsymbol{x} / \boldsymbol{t} = \{-P, I, I, \ldots, I + C\} / \{0, 1, 2, \ldots, m\}$$

ACQUISTO DI UNA OBBLIGAZIONE SUL MERCATO SECONDARIO (tenuta fino alla scadenza)

Indichiamo con

t l'istante di acquisto

t_1 la scadenza della prima cedola dopo l'acquisto

$$\boldsymbol{x} / \boldsymbol{t} = \{-P, I, I, \ldots, I + C\} / \{t, t_1, t_1 + \tau, \ldots, t_1 + (m-1)\tau\}$$

dove

lo scadenzario ha unità di misura gli anni,

τ è la durata (in anni) tra due scadenze cedolari, cioè la periodicità di pagamento delle cedole

C è il valore facciale o valore nominale

I è l'ammontare della cedola

m è il numero di cedole alla scadenza

P è il prezzo di acquisto detto **prezzo tel quel**

Osservazione: il prezzo tel quel P include gli interessi maturati dalla scadenza cedolare precedente l'acquisto.

Per esprimere la quotazione del titolo si depura il prezzo tel quel dalla quota di cedola già maturata. La **quotazione** così ottenuta è detta **corso secco**.

Indichiamo con

t_0 la scadenza cedolare precedente l'acquisto

Si definisce **rateo di interesse** o **rateo** o **dietimi di interesse**

$$A = I \frac{t - t_0}{t_1 - t_0}$$

Si definisce **quotazione** o **corso secco** $Q = P - A$

$$\Rightarrow \quad P = Q + A$$

Se l'istante di acquisto t coincide con una scadenza cedolare, per convenzione, prima viene staccata la cedola e quindi viene venduto il titolo; pertanto si ha

$$P = Q$$

Interpretazione del rateo di interesse

Il rateo di interesse

$$A = I\,\frac{t - t_0}{t_1 - t_0}$$

esprime la quota parte della cedola I proporzionale alla durata di tempo trascorsa dallo stacco dell'ultima cedola prima dell'acquisto.

$t - t_0$ è la durata di tempo, dallo stacco dell'ultima cedola, misurata in anni

$t_1 - t_0$ è la durata di tempo, tra due scadenze cedolari, misurata in anni

Indicata con $\tau = t_1 - t_0$ la periodicità (in anni) di pagamento delle cedole, si ha allora che

$$\frac{t - t_0}{t_1 - t_0} = \frac{t - t_0}{\tau} = (t - t_0)\frac{1}{\tau}$$

è la durata di tempo dallo stacco dell'ultima cedola, misurata in τ-esimi d'anno. Infatti,

$$(t - t_0) \quad anni \;=\; (t - t_0)\frac{1}{\tau} \quad \tau - esimi\ d'anno$$

Posto

$$t' = \frac{t - t_0}{t_1 - t_0}$$

la durata di tempo dallo stacco dell'ultima cedola, misurata in τ-esimi d'anno, si ha

$$A = I\,\frac{t - t_0}{t_1 - t_0} = I \cdot t'$$

Il rateo può inoltre essere scritto nel modo seguente

$$A = I\,\frac{t - t_0}{t_1 - t_0} = C \cdot \left(\frac{I}{C} \cdot \frac{1}{\tau} \right) \cdot (t - t_0) = I \cdot t' = C \cdot \frac{I}{C} \cdot t'$$

Vedremo che si potrà allora interpretare il rateo come un interesse maturato secondo una particolare funzione valore.

Esercizio

Si consideri un BTP che paga cedole semestrali alle date 1/5 e 1/11, al tasso nominale annuo del 4,5%. In data 9/3/2015 il titolo è quotato Q=101,20. Calcolare il prezzo tel quel.

Si ha

$$A = I\,\frac{t - t_0}{t_1 - t_0} = 2.25\,\frac{128/365}{181/365} = 2.25\,\frac{128}{181} = I \cdot t' = 1{,}59116$$

quindi

$$P = Q + A = 101{,}20 + 1{,}59 = 102{,}79$$

Esercizi da compiti d'esame

In data 1/6/2006 un'obbligazione di valore facciale 100, che verrà rimborsata in data 1/10/2009 e che paga cedole semestrali in data 1/4 e 1/10 in base al tasso nominale annuo del 5,4%, è quotata 99,82 (corso secco). Determinare il prezzo tel quel dell'obbligazione in tale data.

NB: usare la convenzione dell'anno commerciale (360/360)

In data 9/2/2006 un'obbligazione di valore facciale 100, che verrà rimborsata in data 15/3/2008 e che paga cedole semestrali in data 15/3 e 15/9 in base al tasso cedolare del 3%, è quotata 101,12 (corso secco). Determinare il prezzo tel quel dell'obbligazione in tale data.

NB: usare la convenzione dell'anno commerciale (360/360)