

VALUTAZIONE DI RENDITE

Le **rendite** sono operazioni finanziarie caratterizzate da pagamenti tutti dello stesso segno ed equintervallati.

Se si considera come unità di misura sull'asse dei tempi proprio la periodicità di pagamento delle rate, una rendita costituita da n rate può essere rappresentata nel modo seguente

$$\{R_1, R_2, \dots, R_n\} / \{1, 2, \dots, n\}$$

Sono particolarmente interessanti le **rendite a rata costante**

$$\{R, R, \dots, R\} / \{1, 2, \dots, n\}$$

ES: il flusso delle cedole di una obbligazione

$$\{I, I, \dots, I\} / \{1, 2, \dots, m\}$$

Interessa valutare le rendite, in particolare prima del pagamento delle rate (**valore attuale**) oppure dopo la scadenza di tutte le rate (**montante**).

Valutazione di rendite

Consideriamo una rendita costituita da n rate annue costanti

$$\mathbf{r} / \mathbf{t} = \{R, R, \dots, R\} / \{1, 2, \dots, n\}$$

Determiniamo il valore attuale un anno prima della scadenza della prima rata, cioè in 0.

$$W(0, \mathbf{r}) = R \sum_{k=1}^n (1+i)^{-k}$$

NB: $\sum_{k=1}^n (1+i)^{-k}$ può essere interpretato come il **valore attuale di una rendita unitaria**

Definiremo allora i valori di rendite con rate unitarie (**rendite unitarie**).

Sia $\mathbf{r} / \mathbf{t} = \{1, 1, \dots, 1\} / \{1, 2, \dots, n\}$

Definizione

Si definisce **valore attuale della rendita unitaria posticipata**

$$a_{\overline{n}|i} = W(0, \mathbf{r}) = \sum_{k=1}^n (1+i)^{-k}$$

Si ha $a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$

Esempio: calcolare il valore attuale in 0 della rendita

$$\mathbf{r} / \mathbf{t} = \{300, 300, \dots, 300\} / \{1, 2, \dots, 5\}$$

al tasso annuo $i=0,02$.

Con riferimento alla rendita unitaria $\mathbf{r} / \mathbf{t} = \{1, 1, \dots, 1\} / \{1, 2, \dots, n\}$

Definizione

Si definisce **valore attuale della rendita unitaria anticipata**

$$\ddot{a}_{n|i} = W(1, \mathbf{r}) = \sum_{k=0}^{n-1} (1+i)^{-k}$$

Si ha $\ddot{a}_{n|i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{d} = (1+i)a_{n|i}$

Esempio: calcolare il valore attuale di una rendita annua anticipata costituita da 8 rate da 1.200 euro al tasso annuo $i=0,03$.