

## Programma di Matematiche Complementari

Prof. G. Alessandrini

Equazione di d'Alembert, costruzione sommaria del modello della corda vibrante. Formula di Vincenzo Galilei. Soluzioni a variabili separate. Modo principale, frequenza principale, legge di Mersenne. Soluzione di d'Alembert dell'equazione della corda vibrante. Corda pizzicata.

Traccia della derivazione dell'equazione del calore. Soluzioni a variabili separate dell'equazione del calore.

Serie di Fourier, coefficienti di Fourier, nucleo di Dirichlet. Lemma di Riemann-Lebesgue. Un criterio di convergenza puntuale per le serie di Fourier. Serie di Fourier in termini di esponenziali immaginari. Una rappresentazione del nucleo di Dirichlet. Coefficienti di Fourier della funzione integrale e della derivata. Disuguaglianza di Bessel. Richiamo della disuguaglianza di Schwarz, per serie e per integrali. Un criterio di convergenza uniforme per le serie di Fourier. Medie di Cesàro, teorema di Fejer e sue conseguenze.

Richiami su spazi con prodotto scalare, disuguaglianza di Schwarz, identità del parallelogramma. Spazi di Hilbert. Teorema di proiezione su un convesso. Teorema di proiezione ortogonale. Sistemi ortogonali e sistemi ortonormali. Disuguaglianza di Bessel. Sistemi ortonormali completi e caratterizzazioni equivalenti. Convergenza in norma 2 delle serie di Fourier trigonometriche. Identità di Parseval. Disuguaglianza di Wirtinger. Teorema isoperimetrico. Forma bilineare dell'identità di Parseval.

Principio di massimo per l'equazione del calore. Equazione di Laplace e principio di massimo per funzioni armoniche. Problema di Dirichlet in un rettangolo. Problema di Dirichlet nel disco, nucleo di Poisson, proprietà del valor medio.

Soluzioni dell'equazione del calore periodiche nel tempo, e la cantina di Fourier. Equazione della corda smorzata.

Problema di Dirichlet nella corona circolare. Serie di Fourier doppie. Serie di Fourier su  $L^2(-\pi, \pi)$ .

Spazio di Schwartz e trasformata di Fourier. Gaussiana e sua trasformata. Formula di moltiplicazione. Teorema di inversione.

Identità di Plancherel. Estensione a  $L^2$  della trasformata di Fourier. Trasformata di una funzione a supporto compatto. Principio di indeterminazione di Heisenberg. Teorema di campionamento di Shannon. Trasformata di Fourier in più variabili. Equazione del calore in  $\mathbb{R}^n$ , nucleo del calore. Un teorema di unicità.

Testi suggeriti:

Elias M. Stein & Rami Shakarchi, *Fourier Analysis: An Introduction*, 2003, Princeton University Press.

Gerald B. Folland, *Fourier Analysis and Its Applications*, 1992, American Mathematical Society.