

Corso di TERMODINAMICA
AA. 2018/2019

Esercizi per l'esame – Parte 2*

Equazione dimensionale, interpolazione lineare

1. Dimostrare che il numero di Reynolds, molto impiegato in fluidodinamica e definito come $Re = Dv\rho/\mu$, dove D è il diametro del tubo (in cm) in cui un fluido di densità ρ (in g/cm^3) e viscosità μ (in cP) scorre con velocità v (in cm/s), è una grandezza adimensionale.

2) Spiegare, senza effettuare la derivazione, perché il calcolo seguente non è corretto:

$$\frac{d}{dx} \sqrt{1 + (x^2/a^2)} = \frac{2ax}{\sqrt{1 + (x^2/a^2)}}$$

3) Spiegare cosa significa consistenza dimensionale di un'equazione

4) Se dividete tutti i termini di un'equazione per uno dei termini, l'equazione risultante sarà adimensionale?

5) Come rendereste adimensionale la lunghezza L di un tubo?

6) La dipendenza dalla temperatura della conducibilità termica k di un liquido metallico è descritta dalla seguente equazione:

$$k = A \exp B/T$$

in cui k è espressa in $J/(s \text{ m K})$ ed A e B sono due costanti. Quali sono le unità di A e B ?

7) Un piccolo cristallo (seed crystal) di diametro D (mm) viene immerso in una soluzione di un sale per indurlo a cristallizzare (processo noto come nucleazione), e nuovi cristalli iniziano a formarsi attorno ad esso ad una velocità costante r (cristalli/minuto). Diversi esperimenti condotti con seed crystals di diverse dimensioni mostrano che la velocità di nucleazione varia al variare del diametro del seed crystal secondo l'equazione:

$$r \text{ (cristalli/minuto)} = 200 D - 10 D^2$$

a) Quali sono le unità di misura delle costanti 200 e 10?

b) Calcolare la velocità di nucleazione dei cristalli in cristalli/s in corrispondenza ad un diametro del seed crystal pari a 0.050 in

c) Derivare una formula per r (cristalli/s) in termini di D (in). Verificare la validità della relazione usando il risultato ottenuto al punto b)

8) La densità di un fluido è data dalla relazione empirica:

* Ogni esercizio va svolto completamente, riportando tutti i passaggi e/o motivando la risposta (aka SHOW YOUR WORK)

$$\rho = 70.5 \exp (8.27 \times 10^{-7} P)$$

in cui ρ è la densità (lb_m/ft^3) e P è la pressione (lb_f/in^2).

a) Quali sono le unità di misura di 70.5 e 8.27×10^{-7} ?

b) Calcolare la densità in g/cm^3 corrispondente ad una pressione di $9.00 \times 10^6 \text{ N}/\text{m}^2$

c) Derivare una formula per r (g/cm^3) in funzione di P (N/m). Verificare il risultato utilizzando la soluzione ottenuta al punto b)

9) Il volume di una coltura microbica cresce secondo la legge esponenziale:

$$V (\text{cm}^3) = e^t$$

dove t è il tempo misurato in secondi.

a) Formulare l'espressione per V (in^3) in termini di t (h)

b) Sia la funzione esponenziale che il suo argomento devono essere adimensionali. L'equazione data sembra violare entrambe queste due regole, e tuttavia l'equazione è valida. Spiegare questo paradosso.

10) In un sistema di assi lineare, come diagrammereste un set di dati $(x;y)$ correlati dalle equazioni riportate di seguito? Per ogni equazione, se poteste usare un grafico semilogaritmico o log/log, in questo caso quale usereste? Commentate la vostra risposta.

a) $y^2 = a e^{-b/x}$?

b) $y^2 = mx^3 - n$

c) $1/\ln(y-3) = (1+ax^{0.5})/b$

d) $(y+1)^2 = [a(x-3)^3]^{-1}$

e) $y = \exp(ax^{0.5} + b)$

f) $xy = 10^{[a(x^2 + y^2) + b]}$

g) $y = [ax + b/x]^{-1}$

11) Il momento più avvincente del film "La melanzana che si mangiò il New Jersey" è quanto un brillante e giovane scienziato annuncia di aver scoperto l'equazione che governa la crescita del volume della melanzana:

$$V (\text{ft}^3) = 3.53 \times 10^{-2} \exp (2t^2)$$

dove t è il tempo in ore dal momento in cui un vampiro ha iniettato nella melanzana una soluzione ottenuta con il sangue di una bella igienista dentale. Lo scienziato ha ottenuto la formula misurando V in funzione di t e determinando i coefficienti eseguendo una regressione lineare. Che espressione ha usato e su quale scala? Quali sono i valori dell'intercetta e dell'ascissa del grafico fatto dallo scienziato?

12) La relazione tra la pressione P e il volume V per l'aria contenuta in un cilindro durante il movimento di un pistone in un compressore è data dalla relazione:

$$PV^k = C$$

con k e C costanti. Durante un test di compressione, sono stati ottenuti i seguenti valori:

P (mmHg) =	760	1140	1520	2280	3040	3800
V (cm ³) =	48.3	37.4	31.3	24.1	20.0	17.4

Determinare il valore di k e C che fittano meglio i dati sperimentali (valore e unità di misura).

13) Una soluzione contenente una sostanza pericolosa è versata in un reattore e sottoposta ad un trattamento chimico che decompone detta sostanza in sostanze innocue. La concentrazione della sostanza pericolosa varia col tempo di trattamento secondo l'equazione:

$$C = 1/(a + bt)$$

Un'analisi del reattore ha fornito i seguenti dati:

t (hr) =	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
C (g/L) =	1.43	1.02	0.73	0.53	0.38

a) Se la relazione C vs. t è corretta, che grafico fornisce una linea retta che vi permetterebbe di ottenere i parametri a e b ? Quali sono i valori di questi parametri?

b) Quando la concentrazione della sostanza ha raggiunto il valore di 0.01 g/L, il contenuto del reattore è considerato sicuro e viene scaricato in un fiume che passa accanto all'impianto. Usando l'equazione determinata al punto a), stimare la concentrazione iniziale della sostanza nociva nel reattore e il tempo necessario affinché C raggiunga il valore richiesto per la scarica in fiume. Vi fidereste del tempo stimato? Perché?

14) Nel modellare l'effetto delle impurezze sulla crescita di un cristallo, è stata ottenuta la seguente equazione:

$$\frac{G - G_L}{G_0 - G} = \frac{1}{K_L C^m}$$

in cui C è la concentrazione dell'impurezza, G_L è la velocità limitante di crescita, G_0 è la velocità di crescita in assenza di impurezze e K_L ed m sono parametri del modello. In un particolare esperimento, $G_0 = 3.00 \times 10^{-3}$ mm/min e $G_L = 1.80 \times 10^{-3}$ mm/min, ed i dati raccolti sono stati i seguenti:

C (ppm = parti per milione):	50.0	75.0	100.0	125.0	150.0
G (mm/min)	2.50×10^{-3}	2.20×10^{-3}	2.04×10^{-3}	1.95×10^{-3}	1.90×10^{-3}

Se una soluzione è posta in un cristallizzatore in cui la concentrazione di impurezze è 475 ppm, quale sarà la velocità di crescita dei cristalli (in mm/min)? Vi fidereste del risultato ottenuto? Perché?