

**Elettroni nei Cristalli**  
**I test - 4 novembre 2008**  
(2 ore)

**Esercizio: Elettroni liberi**

Il sodio (Na) in condizioni normali di temperatura e pressione é un metallo con struttura BCC, densità di circa  $0.97 \text{ g cm}^{-3}$ , numero di massa 23 e energia di Fermi  $E_F$  di 3.24 eV.

1. Calcolate la temperatura di Fermi  $T_F$ .
2. Calcolate la velocità di Fermi  $v_F$  e l'energia cinetica media allo zero assoluto.
3. Quale sarebbe la variazione dell'energia cinetica media a temperatura ambiente? (Sugg.: espansione di Sommerfeld)
4. Se trattaste il gas di elettroni come un gas classico, quale energia cinetica media otterreste allo zero assoluto? E a temperatura ambiente?
5. A partire dall'energia di Fermi data calcolate la densità  $n$  di elettroni liberi presenti nel metallo.
6. Calcolate la densità numerica degli atomi di sodio presenti nel metallo e quindi il numero medio di elettroni liberi per atomo. E' come vi aspettavate? Commentate.
7. Dalla densità elettronica calcolata al punto (5.), calcolate la frequenza di plasma.
8. Sapendo che a temperatura ambiente la resistività é  $4.2 \mu\Omega \text{ cm}$ , calcolate il tempo di rilassamento  $\tau$  e il cammino libero medio  $\ell$ .
9. A quale frequenza la parte reale della conduttività sarà 1/5 del suo valore a frequenza costante?

**Esercizio:** *Strutture cristalline*

1. Determinare la densità atomica nei piani cristallini (001), (110) e (111) nella struttura fcc in funzione del passo reticolare (lato della cella cubica)  $a_0$ .
2. Sapendo che Cu ha struttura fcc con  $a_0=3.61 \text{ \AA}$  calcolare esplicitamente la densità atomica nel piano (110).
3. Calcolare la frazione d'impacchettamento nella struttura fcc.

**Esercizio:** *Indici di Miller, distanze tra piani cristallini, diffrazione*

1. Calcolare la separazione interplanare delle famiglie di piani (100), (110), (111) e (211) di un cristallo cubico in funzione della costante reticolare  $a_0$ .
2. Sia  $a_0 = 2.62 \text{ \AA}$  la costante reticolare. Determinare l'angolo di Bragg corrispondente alla riflessione dalle famiglie di piani (100), (110), (111) e (211), per una lunghezza d'onda del fascio incidente  $\lambda=1.54 \text{ \AA}$ .
3. Sapendo che con per la medesima lunghezza d'onda l'angolo di riflessione di Bragg dai piani (110) nel Fe con struttura bcc è di  $22^\circ$ , calcolare il passo reticolare del Fe.

**Esercizio:** *Diffrazione da catena lineare biatomica*

Si consideri una catena di atomi ABABA...AB, con una lunghezza di legame AB pari a  $a/2$ . I fattori di forma sono  $f_A$  e  $f_B$  rispettivamente per gli atomi A e B. Il fascio di raggi X incidente è perpendicolare alla catena di atomi.

1. Dimostrare che la condizione di interferenza costruttiva è  $n\lambda = a \cos \theta$ , dove  $\theta$  è l'angolo tra il fascio diffratto e la catena di atomi.
2. Dimostrare che l'intensità del fascio diffratto (in condizioni di interferenza costruttiva) è proporzionale a  $|f_A - f_B|^2$  per  $n$  dispari e  $|f_A + f_B|^2$  per  $n$  pari.
3. Spiegare cosa avviene per  $f_A = f_B$  e commentare.