

Esercizi su sistemi lineari e matrici

1. Risolvere (con il metodo di Gauss-Jordan) i seguenti sistemi lineari:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 6 \end{array} \right. , \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 8 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x - y - z = -2 \\ x + 2y - z = 1 \\ y - 4z = -3 \end{array} \right.$$

2. Verificare, usando il prodotto righe per colonne, che valgono le seguenti uguaglianze:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -5 & -4 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 & 6 \\ 3 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Calcolare l'inversa di ognuna delle seguenti matrici:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}.$$

4. Trovare il determinante della seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Dire per quali valori di x la seguente matrice è invertibile:

$$\begin{pmatrix} x+1 & x & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$