

Primo foglio di esercizi

1) Sia $f(x) = |x|$, $|x| \leq \pi$.

a) Scrivere la serie di Fourier di f e stabilire il suo carattere di convergenza.

b) Calcolare tale serie in $x = \pi$ e provare che

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$$

2) Provare che

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{4}{3} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$$

3) Sia $g(x) = x$, $|x| \leq \pi$.

Si calcolino i suoi coefficienti di Fourier a_n , b_n e si verifichi che

$$\pi \sum_{n=1}^{\infty} b_n^2 = \int_{-\pi}^{\pi} g^2(x) dx.$$