Esercizi di Geometria
Ingegneria Industriale e Navale 2018/2019
nono foglio

November 13, 2018

Nei seguenti esercizi, lo spazio affine $\mathbb{A}^n_{\mathbb{R}}$ è considerato con il sistema di coordinate canoniche.

1. Si determini un'equazione cartesiana della retta in $\mathbb{A}^2_{\mathbb{R}}$ passante per i punti P e Q in ognuno dei casi seguenti:

   (a) $P = (1, -1)$, $Q = (3, 2)$;

   (b) $P = (2, 0)$, $Q = (-1, -1)$;

   (c) $P = (0, 0)$, $Q = (0, 8)$.

2. Si determinino delle equazioni parametriche per la retta in $\mathbb{A}^2_{\mathbb{R}}$ parallela al vettore v e passante per il punto $r \cap s$ in ciascuno dei casi seguenti:

   (a) $v = \begin{pmatrix} 2 \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}$, $\;r: \; 3x_1 - 2x_2 = 7$, $\;s: \; 2x_1 + 3x_2 = 0$;

   (b) $v = \begin{pmatrix} 2 \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}$, $\;r: \; 3x_1 - 2x_2 = 7$, $\;s: \; 2x_1 + 3x_2 = 0$;

   (c) $v = \begin{pmatrix} 1 \\ -18 \end{pmatrix}$, $\;r: \; x_1 - x_2 = 5$, $\;s: \; x_1 + x_2 = 1$;

   (d) $v = \begin{pmatrix} 2\sqrt{2} \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}$, $\;r: \; x_1 = 0$, $\;s: \; x_1 + x_2 = 0$;

3. Si determini un'equazione cartesiana del piano in $\mathbb{A}^3_{\mathbb{R}}$ contenente il punto $Q = (-1, 0, 1)$ e parallelo al piano
$$2x_1 - x_3 = \frac{2}{3}.$$

4. In ciascuno dei seguenti casi determinare equazioni parametriche e cartesiane della retta in $\mathbb{A}^3_{\mathbb{R}}$ passante per il punto P e parallela al vettore v:

   (a) $P = (-10, -10, 10)$, $\;v = \begin{pmatrix} 10 \\ -18 \\ 3 \end{pmatrix}$

(b) $P = (-1, -1, -2)$, $v = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$

(c) $P = (7, 1, -1)$, $v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$

5. Due rette r ed s di $\mathbb{A}^3_{\mathbb{R}}$ si dicono complanari se esiste un piano $\pi \subset \mathbb{A}^3_{\mathbb{R}}$ che le contiene:

$$r \subset \pi, \quad s \subset \pi.$$

In ciascuno dei seguenti casi verificare se le rette r ed s di $\mathbb{A}^3_{\mathbb{R}}$ sono o no complanari. Nel caso affermativo si dica se sono parallele o incidenti.

(a)

$$r : \begin{cases} x_1 &= 1 + t \\ x_2 &= 2t \\ x_3 &= 8 - t \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x_1 &= 1 - \tau \\ x_2 &= 3 + \tau \\ x_3 &= 5\tau \end{cases}$$

(b)

$$r : \begin{cases} x_1 &= 6 - 2t \\ x_2 &= 3 + 2t \\ x_3 &= -t \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x_1 &= \tau \\ x_2 &= \tau \\ x_3 &= \tau \end{cases}$$

(c)

$$r : \begin{cases} x_1 &= 6 \\ x_2 &= 1 - 2t \\ x_3 &= 8 - t \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x_1 &= 1 + \tau \\ x_2 &= -1 + \tau \\ x_3 &= 1 - 3\tau \end{cases}$$

6. Determinare un'equazione cartesiana del piano in $\mathbb{A}^3_{\mathbb{R}}$ contenente la retta di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2y + 3z = 4 \end{cases}$$

e parallelo al vettore $v = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}$.