

# Testi del Syllabus

Resp. Did. **CUCCAGNA SCIPIO** **Matricola: 015277**

Docente **CUCCAGNA SCIPIO, 6 CFU**

Anno offerta: **2018/2019**

Insegnamento: **833SM - ANALISI SUPERIORE 2**

Corso di studio: **SM34 - MATEMATICA**

Anno regolamento: **2017**

CFU: **6**

Settore: **MAT/05**

Tipo Attività: **C - Affine/Integrativa**

Anno corso: **2**

Periodo: **Primo Semestre**

Sede: **TRIESTE**



## Testi in italiano

**Lingua insegnamento** Italiano

**Contenuti (Dipl.Sup.)** Il corso tratta argomenti avanzati nel campo delle equazioni di evoluzione alle derivate parziali. Dopo una prima parte introduttiva su varie nozioni di analisi armonica, il corso introduce varie equazioni di evoluzione, quali Navier Stokes e Schrodinger non lineare, e si occupa del problema di esistenza con dato iniziale prefissato. Più specificamente, verranno trattati i seguenti argomenti.

Preliminari. Teorema di interpolazione di Riesz ed applicazioni. Funzione massimale di Hardy e Littlewood. Interpolazione di Marcinkiewicz. Teorema di Hardy Sobolev Littlewood. Teorema di immersione di Sobolev (caso spazi di Sobolev omogenei in spazi euclidei). Disuguaglianza di Gagliardo Nirenberg. Integrazione di Bochner (cenni). Equazione lineare del calore. Definizione di soluzioni deboli, loro esistenza ed unicità, identità dell'energia. Equazione di Navier Stokes incompressibile. Definizione di soluzioni deboli. Teorema di Leray sull'esistenza globale di soluzioni deboli in dimensioni 2 e 3. Buona positura in spazi di Sobolev. Teorema di Leray sull'unicità delle soluzioni deboli, la loro stabilità e la verifica dell'identità dell'energia in dimensione 2.

Equazione di Schrodinger con potenza pura. Disuguaglianze di Strichartz per le soluzioni dell'equazione lineare. Definizione di soluzioni deboli e forti per le equazioni non lineari e definizione di buona positura. Dimostrazione della buona positura locale per esponenti sotto il valore critico.

**Testi di riferimento** Oltre ad alcuni appunti, i testi del corso saranno i seguenti

- 1) Bahouri, Chemin, Danchin: Fourier Analysis and Nonlinear Partial Differential Equations. Springer
- 2) Cazenave: Semilinear Schrodinger Equations. Amer. Mat. Soc.
- 3) Cazenave, Haraux: Semilinear Equations. Oxford Univ.Press.

4) Chemin, Desjardins, Gallagher, Grenier: Mathematical Geophysics. Oxford Univ.Press.

5) Dunford, Schwartz: Linear Operators. Part I.: General Theory. Interscience Publishers, 1958. (Sezione VI.10)

6) Stein: Singular Integrals and Differentiability Properties of Functions. Princeton University Press, 1970.

## Obiettivi formativi

D1. Conoscenza e capacità di comprensione: conoscere alcuni esempi fondamentali di equazioni di evoluzione non lineari alle derivate parziali ed in particolare la nozione di soluzione debole.

D2. Capacità di applicare conoscenza e comprensione: applicare tecniche astratte di analisi funzionale ed armonica su questi esempi di equazioni

D3. Autonomia di giudizio: disporre di una solida base per affrontare fattispecie di equazioni molto generali.

D4. Abilità comunicative: essere in grado di esprimersi in modo appropriato sui temi delle equazioni non lineari di evoluzione, con proprietà di linguaggio e sicurezza di esposizione.

D5. Capacità di apprendimento: essere in grado di consultare articoli di ricerca e di individuare in essi i passaggi richiesti per la comprensione di risultati di ricerca avanzata

## Prerequisiti

Analisi Funzionale ed in particolare Spazi di Sobolev e, in generale, gli argomenti del corso di Istituzioni di Analisi Superiore Moduli A e B.

## Metodi didattici

L'attività didattica consiste di lezioni alla lavagna nelle quali il docente espone tutti i dettagli del programma, risponde alle domande degli studenti e cerca di coinvolgerli. Agli studenti vengono forniti anticipatamente gli appunti del docente.

## Altre informazioni

Alcuni appunti ed altre informazioni saranno disponibili sul sito <http://www.dmi.units.it/~cuccagna/> al link Teaching/Didattica

## Modalità di verifica dell'apprendimento

La verifica dell'apprendimento avviene tramite un esame orale nel quale lo studente fa un seminario di 45 minuti su un tema concordato col docente nel corso del quale dimostra se e in quale grado riesce ad applicare in specifici e concreti contesti analoghi a quelli trattati durante il corso le idee principali presentate dal docente.

## Programma esteso

Preliminari. Teorema di interpolazione di Riesz ed alcune sue applicazioni. Funzione massimale di Hardy e Littlewood. Interpolazione di Marcinkiewicz. Operatori di Calderon Zygmund, Teorema di Hardy Sobolev Littlewood. Teorema di immersione di Sobolev (caso spazi di Sobolev omogenei in spazi euclidei). Disuguaglianza di Gagliardo Nirenberg. Integrazione di Bochner (cenni). Equazione lineare del calore. Definizione di soluzioni deboli, loro esistenza ed unicità, identità dell'energia. Equazione di Navier Stokes incompressibile. Definizione di soluzioni deboli. Teorema di Leray sull'esistenza globale di soluzioni deboli in dimensioni 2 e 3. Buona positura in spazi di Sobolev. Teorema di Leray sull'unicità delle soluzioni deboli, la loro stabilità e la verifica dell'identità dell'energia in dimensione 2. Equazione di Schrodinger con potenza pura. Disuguaglianze di Strichartz per le soluzioni dell'equazione lineare. Definizione di soluzioni deboli e forti per le equazioni non lineari e definizione di buona positura. Dimostrazione della buona positura locale per esponenti sotto il valore critico.



## Testi in inglese

	Italian
	The course considers advanced topics in partial differential equations. After an introductory part focused on harmonic analysis, the course introduces various equations, such as Navier Stokes and nonlinear Schroedinger, and looks at the initial value problem.
	Along with some instructor's notes, we will use the following bibliography <ol style="list-style-type: none"><li>1) Bahouri, Chemin, Danchin: Fourier Analysis and Nonlinear Partial Differential Equations. Springer</li><li>2) Cazenave: Semilinear Schrodinger Equations. Amer. Mat. Soc.</li><li>3) Cazenave, Hareaux: Semilinear Equations. Oxford Univ.Press.</li><li>4) Chemin, Desjardins, Gallagher, Grenier: Mathematical Geophysics. Oxford Univ.Press.</li><li>5) Dunford, Schwartz: Linear Operators. Part I.: General Theory. Interscience Publishers, 1958. (Sezione VI.10)</li><li>6) Stein: Singular Integrals and Differentiability Properties of Functions. Princeton University Press, 1970.</li></ol>
	The purpose of the course is to introduce the students to the topic of (mainly nonlinear) partial differential equations showing on few paradigmatic examples how they can be treated thinking of them as ordinary differential equations in an infinite dimensional setting, using tools of functional analysis and of harmonic analysis. The course is very advanced, and should be taken only by students with a strong background in functional analysis.
	Functional analysis, Sobolev spaces.
	Lectures.
	Some lecture notes and other information will be available at <a href="http://www.dmi.units.it/~cuccagna/">http://www.dmi.units.it/~cuccagna/</a> at the link Teaching/Didattica
	There is an oral exam lasting about 45 minutes where the student gives a seminar on a topic chosen by the instructor.
	-