

Esercizi di Geometria
Ingegneria Industriale e Navale 2018/2019
decimo foglio

November 25, 2018

Nei seguenti esercizi, lo spazio affine $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^n$ è considerato con il sistema di coordinate canoniche.

1. Nello spazio affine $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^3$, si considerino i punti

$$P = (0, -1, 1), \quad Q = (0, 1, 1), \quad R_a = (a, 0, 0),$$

al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$. Per ogni $a \in \mathbb{R}$, si determini il piano affine L_a passante per P , Q ed R_a . Si determini $a \in \mathbb{R}$ tale che il piano L_a sia parallelo alla retta affine r di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} y = 3 \\ x + z = 0. \end{cases}$$

2. Per ogni valore del parametro $a \in \mathbb{R}$ si determinino equazioni parametriche e cartesiane della retta $r_a \subseteq \mathbb{A}_{\mathbb{R}}^3$ passante per i punti $P = (1, 1, 1)$ e $Q_a = (2, 0, a)$.

Per quali $a \in \mathbb{R}$ la retta r_a è parallela al piano S di equazione cartesiana $2x - y + 3z = 1$?

3. Nello spazio $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^3$ si considerino le rette

$$r_1 : \begin{cases} x + 2y = a \\ z = 0. \end{cases} \quad r_2 : \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + z = 0. \end{cases}$$

al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$. Per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ le rette r_1 e r_2 sono complanari? Per ogni tale a si dica se r_1 ed r_2 sono incidenti oppure no.

4. Nello spazio $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^3$ si considerino i punti

$$P = (1, 1, 0), \quad P' = (1, 2, 3),$$

ed i vettori

$$v = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad v' = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Sia r la retta passante per P e con giacitura $\text{Span}(v)$ e sia r' la retta passante per P' e con giacitura $\text{Span}(v')$.

Si dimostri che r ed r' sono sghembe.

Si determinino due piani paralleli π e π' , tali che

$$r \subseteq \pi, \quad r' \subseteq \pi'.$$

5. Si scriva un'equazione cartesiana del fascio di piani paralleli al piano coordinato xy di $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^3$.
6. Si scriva un'equazione cartesiana del fascio di piani contenenti l'asse y di $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^3$.
7. Si scriva un'equazione cartesiana della stella di piani passanti per il punto $(1, 1, 1) \in \mathbb{A}_{\mathbb{R}}^3$.
8. Si scriva un'equazione cartesiana della stella di piani paralleli alla retta $r \subseteq \mathbb{A}_{\mathbb{R}}^3$ di equazioni parametriche

$$r : \begin{cases} x_1 &= 1 + t \\ x_2 &= -1 + t \\ x_3 &= 1 - 3t. \end{cases}$$