# Esercizi sulle Applicazioni Lineari
# Ingegneria Industriale e Navale 2018/2019
# decimo foglio

November 27, 2018

1. Sia $f : V \to W$ una applicazione lineare biiettiva (un isomorfismo). Si dimostri che allora anche la funzione inversa
$$f^{-1} : W \to V$$
un'applicazione lineare.

2. Si consideri lo spazio dei numeri complessi $\mathbb{C}$ come spazio vettoriale di dimensione 1 su $\mathbb{C}$. Si dimostri che la funzione
$$f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, \quad f(z) = \overline{z},$$
dove $\overline{z}$ il coniugato di $z$, una funzione additiva (verifica (AL1)), ma non omogenea (non verifica (AL2)).

3. Si consideri la funzione
$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f\left(\left(\begin{array}{c} x \\ y \end{array}\right)\right) = \sqrt[3]{x^3 + y^3}.$$
Si dimostri che $f$ é omogenea (verifica (AL2)), ma non additiva (non verifica (AL1)).

4. Sia $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ un'applicazione lineare. Per ogni $w \in \mathrm{im}(f)$, consideriamo la preimmagine di $w$ tramite $f$:
$$f^{-1}(w) = \{v \in \mathbb{R}^n \mid f(v) = w\}.$$
Si dimostri che $f^{-1}(w)$ puó essere identificato con un sottospazio affine di $\mathbb{A}^n_{\mathbb{R}}$.

Si determinino tali sottospazi affini nel caso della proiezione
$$p_1 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad p_1 \left(\begin{array}{c} x \\ y \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c} x \\ 0 \end{array}\right).$$